ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ

Кафедра математики та інформатики

Реєстраційний №___________

Кваліфікаційна робота

Проблеми створення поняття квадратичної функції

Ковчі Катерина-Генріетта Оскарівна

Студентка IV-го курсу

Освітня програма 014 «Середня освіта (Математика)»

Ступінь вищої освіти: бакалавр

Тема затверджена Вченою радою ЗУІ

Протокол № 7 /27 жовтня 2020 року

Науковий керівник: **Кучінка Каталін Йожефівна**

к. ф.-м. н. завідувач кафедри Математики та Інформатики

Завідувач кафедрою математики та інформатики: **Кучінка Каталін Йожефівна**

к. ф.-м. н

Робота захищена на оцінку _________, «___» ____________ 202_ року

Протокол № ______ / 202_

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II

Кафедра математики та інформатики

Кваліфікаційна робота

Проблеми створення поняття квадратичної функції

Ступінь вищої освіти: бакалавр

Виконав: студентка IV-го курсу

Ковчі Катерина-Генріетта Оскарівна

Освітня програма 014 «Середня освіта (Математика)»

Науковий керівник: **Кучінка Каталін Йожефівна**

к. ф.-м. н. завідувач кафедри Математики та Інформатики

Рецензент: **Роман Еріка Йожефівна**

старший викладач

Берегове
2021

Зміст

ВСТУП 6

I. РОЗДІЛ 8

Навчаня квадратичної функції в початковій школі 8

II. РОЗДІЛ 11

Розробка концепції функції 11

Визначення понять 12

Образ поняття та визначення поняття 13

Проблеми визначення квадратичної функці 16

III. РОЗДІЛ 18

Аналіз першої діагностичної роботи 18

Аналіз другої діагностичної роботи 25

Резюме 33

Резюме українською мовою 34

Список використаної літератури 35

Список ілюстрацій 37

Додатки 41

Завдання першої діагностичної роботи 41

Завдання другої діагностичної роботи 46

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola

Matematika és Informatika Tanszék

MÁSODFOKÚ FÜGGVÉNY FOGALOM KIALAKÍTÁSÁNAK PROBLÉMÁI

Szakdolgozat

Képzési szint: alapképzés

Készítette: Kócsi Katalin-Henrietta

IV. évfolyamos hallgató

Képzési program: 014 „Középiskolai oktatás (Matematika)”

Témavezető: dr. Kucsinka Katalin

fiz.-mat. tud. kandidátusa, PhD, tanszékvezető

Recenzens: Román Erika

adjunktus

Beregszász – 2021

Tartalomjegyzék

BEVEZETÉS 6
I. FEJEZET 8
A másodfokú függvény oktatása az általános iskolában 8
II. FEJEZET 11
A függvény fogalom kialakítása 11
A fogalmak definiálása 12
A fogalomképzet és a fogalom definíciója 13
A másodfokú függvény fogalom kialakulsának problematikája 16
III. FEJEZET 18
Az első feladatsor vizsgálata 18
A második feladatsor vizsgálata 25
Összegzés 33
Ukrán nyelvű összegzés 34
Irodalomjegyzék 35
Ábrák jegyzéke 37
Mellékletek 41
I. Feladatsor 41
II. Feladatsor 46

BEVEZETÉS

A szakdolgozatom témája: "A másodfokú függvény fogalom kialakulásának problematikája".
Ahogyan a korábbi évfolyammunkában is írtam, a függvények fogalmával a diákok 7 osztályban ismerkednek meg.[5] Ettől fogva egészen az érettségi időszakig, folyton találkoznak a különböző függvényekkel. Megtanulják azok tulajdonságait, megismerik grafikonjaikat. És mivel a matematikában nagy szerepet játszik a függvény fogalma, nagyon fontos, hogy az alapoktól kezdve, a tanulók számára folyamatosan és fokozatosan épüljenek fel és rögződjenek ezek a fogalmak. Ha ezek az alapok nincsenek meg, akkor egy bonyolultabb függvény megismerése sok kérdéshez vezethet vissza, amire nem biztos, hogy van idő tisztázni. Ami azt jelenti, hogy ilyenkor a tanuló átlendül egy bizonyos témán.
A kutatásom célja, hogy megvizsgáljam azt, hogy van-e valamilyen összefüggés a függvényfogalom kialakulása és a másodfokú függvény fogalom kialakulása között. Ehhez megíratok egy kérdőívet a 9. osztályos tanulókkal, még mielőtt részletesen megismerkednének a másodfokú függvényekkel. Ebben a kérdőívbe első sorban a függvény fogalmát szeretném a diákoktól megtudni, hogy mennyire vannak tisztábba azzal, hogy mi is a függvény, hiszen, ha már itt elakadnak, akkor a tulajdonságokat biztosan nem érthetik. Néhány ábrát teszek bele, hogy eltudja dönteni róla, hogy függvény-e vagy sem. Ez lényegében arra ad választ, hogy a tanuló nem csak tudja, hanem érti is a fogalmat, akkor tudja-e használni, eltudja-e dönteni, a fogalom alapján, hogy függvény van az ábrán vagy sem.
Majd miután átvették a másodfokú függvényeket és tulajdonságait, szintén íratok egy felmérést, ami már konkrétan ezzel a függvény fajtával lesz kapcsolatos. Itt is először a függvény fogalmát fogom kérdezni. Ugyanis minden téma bevezetéséhez, szükséges a régi ismeretek felidézése. De ez csak akkor lehetséges, ha van mit felidézni. Úgy gondolom, hogy erre a kérdésre azok a diákok fognak tudni választ adni, akik már az első kérdőívnél is tisztában voltak ezzel a fogalommal. Majd már konkrétan a másodfokú függvény tulajdonságait fogom számon kérni.
A végén össze fogom hasonlítani a két kérdőívet. Feltételezésem szerint, azok a diákok, akik helyesen válaszoltak és válaszukat helyesen indokolták meg az első kérdőívben, a másodikban is helyesen fognak válaszolni a kérdésekre. Ez majd

alátámassza azt a feltételezést, miszerint, ha nem tanulják meg az alapokat, akkor már egy konkrét függvény fajta megismerése nem lehet teljes.

I. FEJEZET

A MÁSODFOKÚ FÜGGVÉNY OKTATÁSA AZ ÁLTALÁNOS ISKOLÁBAN

A másodfokú függvénnyel a tanulók már a 8. osztályban megismerkednek. Ebben az osztályban 70. óra van algebrából egy év alatt (heti 2. óra és 20. tartalék óra).
A másodfokú függvénnyel, a második témakörben veszik át, amire 2. óra van szánva. Itt megtanulják az $y = x^2$ függvényt és néhány tulajdonságait, illetve megismerkednek a grafikonjával.[10]

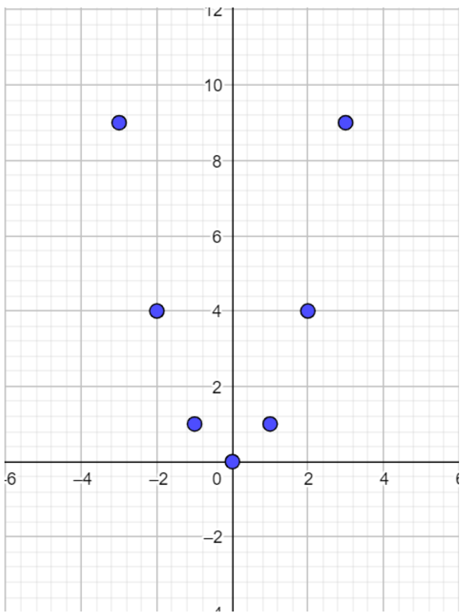
Az $y = x^2$ függvény és grafikonja

Bármely x értéknek, csak egyetlen egy y érték felel meg. Tehát, ha megjelölünk y egy négyzet területét, melynek az oldala x egyenlő, akkor, kapunk egy függvényt: $y = x^2$.
Az $y = x^2$ függvény értelmezési tartománya minden szám. Tehát választunk ki neki néhány argumentum értéket, és kiszámoljuk a függvényértékeket:

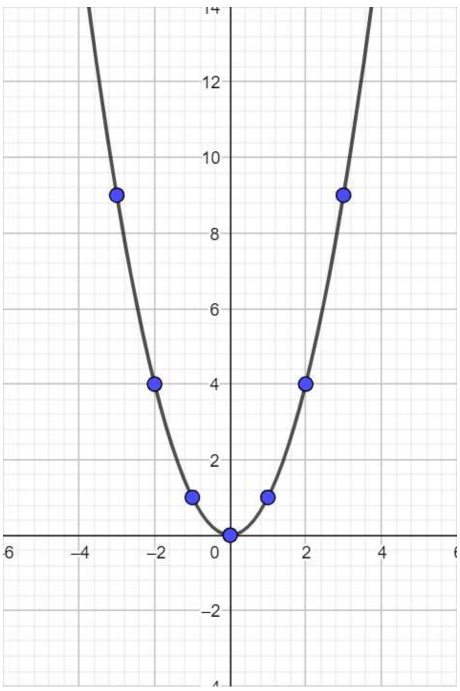
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

1. ábra. I.2

Ezeket a pontokat megjelöljük a koordináta-rendszerben:



Innen láthassuk, hogy a függvény értékkészlete minden nemnegatív szám.
Ha az összes olyan pontot fel tudnánk tüntetni, melyek koordinátái kielégítik az $y = x^2$ egyenletet, akkor egy görbét kapnánk, a függvény grafikonját, melyet parabolának hívunk. [2]
A $(0; 0)$ koordinátájú pont a grafikont két részre osztja, melyeket a parabola ágainak nevezünk, az origót pedig a parabola csúcsának. [2]
Amennyiben teljesül, hogy $y_0 = x_0^2$, akkor teljesül az is, hogy $y_0 = (-x_0)^2$. Tehát, hogy ha az $A(x_0; y_0)$ pont illeszkedik a függvény grafikonjára, akkor a $B(-x_0; y_0)$ pont is.



2. ábra. I.3

Tovább csak a 9. osztályban foglalkoznak a másodfokú függvénnyel. A 9. osztályban algebra órából 70-nek kell lennie (heti 2 óra, 18 tartalék). Ebből 20. órát foglalkoznak a másodfokú függvénnyel:
- A függvények tulajdonságai;
- A függvény zérus helye;
- A függvény előjeltartási intervalluma;
- A függvény növekedésének és csökkenésének intervalluma;
- A függvény legnagyobb és legkisebb értéke;
- Függvény transzformációk;

- Másodfokú függvény és tulajdonságai;
- Másodfokú egyenlőtlenségek;
- Másodfokú egyenletrendszerek. [10]

Defínició:

Az $y = ax^2 + bx + c$ képlettel megadott függvényt, ahol a, b és c valós szám, x az argumentum, $a \neq 0$, másodfokú függvénynek nevezzük.

Megmutatjuk, hogy hogyan lehet az $y = ax^2+bx+c$ függvény grafikonját az $y = ax^2$ függvény grafikonjából ábrázolni.

Végrehajtjuk a következő átalakításokat:

$$ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{ax} + \frac{c}{a}) = a(x^2 + 2x\frac{b}{2a} + \frac{b^2}{4a^2}) - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}) =$$
$$a((x + \frac{b}{2a})^2 + \frac{(4ac-b^2}{4a^2}) = a(x + \frac{b}{2a})^2 + \frac{4ac-b^2}{4a^2}$$

Bevezetjük a következő jelöléseket: $x_0 = -\frac{b}{2a}$; $y_0 = \frac{4ac-b^2}{4a^2}$.

Ennek alapján az $y = ax^2 + bx + c$ kifejezés átírható a következő alakban $y = a(x - x_0)^2 + y_0$.

Láthatjuk azt, hogy az $y = ax^2 + bx + c$ függvény grafikonja egy parabola, melynek csúcsa az (x_0, y_0) pontban vannak. Ágai ugyanúgy, mint az $y = ax^2$ függvénynek, ha $a > 0$ felfelé mutatnak, ha $a < 0$ lefelé.

A függvény grafikonját könnyen lehet ábrázolni következő képen:

1. Az $x_0 = -\frac{b}{2a}$ és $y_0 = \frac{4ac-b^2}{4a^2} = -\frac{D}{4a}$ képletek segítségével meghatározzuk a parabola csúcsainak az ágait, ahol D az $ax^2 + bx + c$ másodfokú polinom gyöke, majd feltüntetjük a koordinátarendszerben;

2. Meghatározzuk az ágainak irányát;

3. Keresünk még néhány pontot, melyik a parabolán illeszkedik, pl. a parabola és az abszcisszatengely metszéspontja (ha a függvénynek van zérus helye), a parabola és az ordinátatengely metszéspontjai; feltüntetjük ezeket a pontokat;

4. Folytonos vonallal összekötjük a pontokat.[3]

II. FEJEZET

A FÜGGVÉNY FOGALOM KIALAKÍTÁSA

A „fogalom” kifejezést gyakran használjuk, viszont a jelentőségét nehéz meghatározni.
A fogalom dolgok, tulajdonságok, viszonyok stb. gondolati tükröződése, minden ésszerű gondolkodás egyik alapeleme: egy szónak megfelelő jelentéstartalom, amelyben az objektív valóság tárgyainak és jelenségeinek lényeges, általános jegyei, tulajdonságai és kapcsolatai kapnak kifejezést.[1]
R. R. Skemp a fogalmakat két csoportra osztja fel:
Egyszerü fogalmak: a gondolkodás absztrakciója egy adott tapasztalat vagy jelenség együttes jellemzőit tükrözi, amelyek ismétlődő érzések és motoros élmények révén közvetlenül kialakíthatók.
Fölérendelt vagy magasabbszintű fogalmak: absztrakciókat alkothat más fogalmakból, feltárva a köztük lévő kapcsolatot.
Pietsch szerint egy fogalom egy halmaz, melyre teljesül:
1. Magába foglalja azokat és csak azokat a tárgyakat, jelenségeket, viszonyokat, melyek jól meghatározott tulajdonságban megegyeznek.[1]
2. Társadalmi fejlődés során a gyakorlati, illetve tudományos jelentőségük miatt külön nevet kaptak.[1]
Skemp szerint a fogalom egy ötlet, a fogalom ábrázolására használt név pedig az ötlettel kapcsolatos hangok vagy papírjelek csoportja. Ez a kapcsolat létrejöhet a koncepció létrehozása alatt vagy után. „Ahhoz, hogy egy fogalmat megalkossunk, szükségünk van sok olyan tapasztalatra, melyekben van valami közös” [6]. Felhívja arra is a figyelmünket, hogy ha bármely fogalmat többféle képen mutassuk be, és egyik feltünőbb a többitől, akkor az egyén jobban visszatud majd rá emlékezni, és ez akár segítheti is a teljes fogalom kialakulásában.
A megfelelő példák és ellenpéldák bármely folyamatában nagyon fontos szerepet játszanak. Amint azt a későbbiekben látni fogjuk, a dolgozatban elemzett függvényfogalom kialakítási folyamatába beépülő példák és ellenpéldák nagy hatással vannak az egyén fogalomról kialakult képzetének „milyenségére”. [7]

A FOGALMAK DEFINIÁLÁSA

A matematikában vezető szerepet játszik a defíniállás művelete. E gyakoriság miatt Skemp két hipotézist állít fel:
Definíció segítségével senkinek nem közvetíthetünk az általa ismerteknél magasabb fogalmakat, hanem csakis olyan módon, hogy a megfelelő példák sogaságát nyútjuk. [4]
Minthogy a matematikában majdnem minden fogalom különböző , ezért mindenekelőtt meg kell győződnünk arról, hogy a tanuló már rendelkezik ezekkel a fogalmakkal.[4]
A nyelv segítségével eltudjunk különíteni azokat a példákat, amelyek a fogalommal kapcsolatosak. Viszont, evvel felgyorsítani a fogalomalkotás folyamatát nem elegendő. Hiszen a fogalom definiálásának az a célja, hogy leírja a tartalmát, és azokat a tulajndonságokat, amelyek jellemzik az adott fogalmat. Ha csak a definícióval próbálunk megismerkedni, akkor az idővel elfelejtődik. Tehát lényegében, a matematikában a definícióknak meghatározott helyük van az oktatásban. Skemp ezt a következő képen foglalja össze:
„1. Definíció segítségével senkinek nem közvetíthetünk az általa ismerteknél magasabb rendű fogalmakat, hanem csakis oly módon, hogy megfelelő példák sokaságát nyújtjuk.
2. Minthogy a matematikában az előbb említett példák majdnem mind különböző fogalmak, ezért mindenekelőtt meg kell győződnünk arról, hogy a tanuló már rendelkezik ezekkel a fogalmakkal.” [6]
Skemp leírja azt is, hogy a fogalom kialakításához, nem elegendő tisztázni a definíció jelentőségét, hanem szükséges a példák bemutatása is. Sőt, néha jobban elősegíti a megértést, ha olyan példákat hozunk fel, melyek rendelkeznek a fogalomba lévő közös tulajdonságokkal.
Nem mellesleg, célszerű, ha a tanuló bizonyos képességekkel rendelkezik. Például, hogy megtudja adni a fogalom egy definícióját, tulajdonságait, legyen képes rá példát mutatni. így eleget tesz a kognitív tanulással összefüggő következményeknek.
Bloom a kognitív szisztematikájában a következő gondolkodási szinteket foglalja össze:
"- Ismeret szintje: fogalmak, törvények, szabályok, elméletek rendszerek, felismerése, felidézése. Jellemző a tudásnak erre a szintjére, hogy gondolkodás szempontjából a

legegyszerűbb tevékenységet jelenti, a már elhangzott információk felidézését.
- Megértés szintje: egyszerűbb és bonyolultabb összefüggések interpretálása, átkódolása, transzformálás saját szavakra.
- Alkalmazás szintje: problémamegoldás.
- Magasabb rendű műveltek szintje: analízis (elemző gondolkodás), szintézis (egyéni produktum létrehozása), értékelés."[8]

Mind emellett, fontos oda figyelni arra, hogy hogyan vezessük be a fogalmakat. Ez háromféle módon történhet meg: induktív módon, deduktív módon és konstruktív módon. Induktív módon, úgy jutunk el a fogalom általánosításához, hogy valamilyen konkrét példákat hasonlítunk össze, vagy kiemelünk egy-egy tulajdonságot. Deduktív mód, a tanulók korábbi tapasztalataira épűl, és közös jellemzéssel egy új fogalomra tesz szert. A konstruktív módon bevezetett fogalmak elsajátítása pedig, függ az eddigi, fogalomhoz kapcsolódó, sémáktól.

A tanításban leginkább a deduktív módot használják. Bár némely esetben célszerűbb lenne az induktív vagy konstruktív módot használni. Természetesen ez függ a tanulók elsajátítási képességeitől.

A fogalom bevezetése, illetve megerősítése során a fogalmakkal való gondolkodáshoz, illetve kommunikálásukhoz szükséges, hogy valamilyen módon reprezentáljuk e fogalmakat. [1]

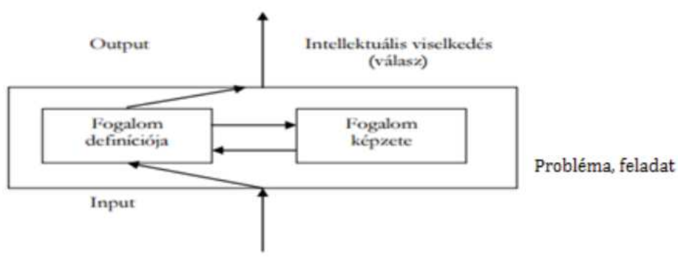
A FOGALOMKÉPZET ÉS A FOGALOM DEFINÍCIÓJA

A tanuló egy fogalom hallatán, mindig próbál valamilyen képzettársítást találni. Tehát, ilyenkor, kialakul benne egy bizonyos kapcsolat a fogalommal. Ezt a kapcsolatot mentális képnek nevezik. Lényegében, ez a kép magába foglalja a fogalom vizuális reprezentációját. Például, ha a diákok meghallják a függvény fogalmát, akkor általában valamilyen konkrét függvényfajtákra gondolnak, mert ezt a fogalmat avval tudták társítani.

Vinner és Dreyfus szerint, a diákok leginkább a fogalomról kialakult képzetre alapozva döntik el, hohy az objektum a példája vagy az ellenpéldája az adott fogalomnak. Tehát fogalomképzetnek nevezzük a fogalom nevéhez kapcsolt teljes kognitív struktúrát, mely tartalmazza a vizuális reprezentációkat (képek, diagramok, grafikonok), mentális képeket (belső kapcsolatok), konkrét tapasztalatokat, példákat, élményeket, tulajdonságokat, eljárásokat. Ennélfogva ezt a képzetet a fogalom példáival és ellenpéldáival szerzett tapasztalatok is eredményezhetik. A képek, konkrét példák, konkrét tapasztalatok tehát jelentős szerepet játszanak a hatékony fogalomképzet kialakításában. [1]

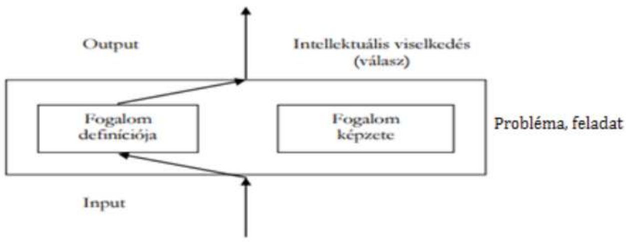
Fogalom definíciója (concept definition) alatt Vinner (1983) egy verbális definíciót ért, amely pontosan magyarázza a fogalmat. [9] Tehát, ahhoz hogy a tanuló megértse a fogalmat, nem csak a definícióra van szüksége, hanem az arról kialakult fogalomképzetre is. Mert ha a fogalmat csak definícióval vezetjük be, és ez a fogalomképzet nem alakul ki, akkor egy idő után, a fogalom elfelejtődik. Illetve előfordul, hogy az egyén sajátos fogalomképzetet alakít ki. Ez olyan problémákhoz vezet, hogy helytelenül érti meg az adott fogalmat.

Egy probléma megoldása során, a tanulókban a fogalomképzet és fogalomdefiníció közben, kapcsolat jöhet létre. Vinner négy félekapcsolatot különböztet meg:
1. A diák tudja értelmezni az adott fogalmat, amely szoros kapcsolatba van az arról kialakult fogalomképzettel.

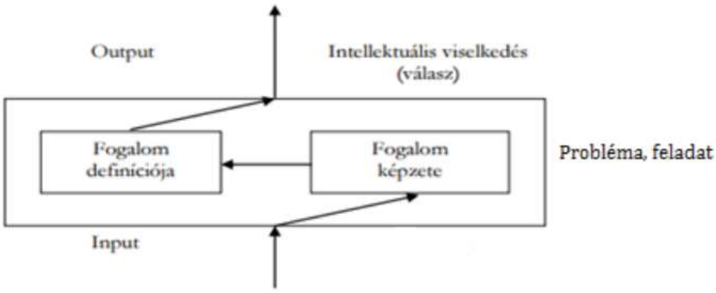


3. ábra. II.1

Tehát, képes megfogalmazni a fogalom definícióját, amely összefüggésben van a fogalomképezettel is, és azt feltudja használni egy adott feladat megoldásához.
2. A tanuló konkrétan a fogalomdeficióra hagyatkozik egy feladat megoldásakor Pédául, a diák a definíciót felhasználva határozza meg hogy függvény van e feltüntetve, vagy sem.
3. A feladat megoldásában leginkább a fogalomképzetre hagyatkozik.
Itt már a tanuló nem csak a definíciót használja fel, hanem azt fogalomképet is, amit hozzákapcsolt ehhez a fogalomhoz. Ami lehet akár egy konkrét függvényfajta. De emelett használja a definíciót is.

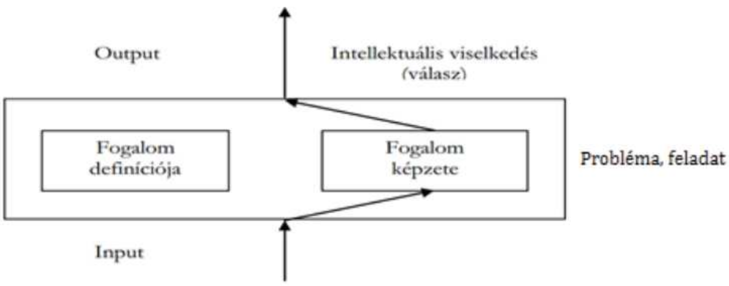


4. ábra. II.2



5. ábra. II.3

4. A diák csak a fogalomképzetét használja fel.



6. ábra. II.4

Ez a kapcsolat könnyen vezethet hibás fogalomkialakulásban. Például ha el kell dönteni hogy az adott ábrán függvény van vagy sem, a tanuló általában egy függvény fajtára hagyatkozik, ami kiküszöbölheti azokat a függvényeket, amelyek a diák függvényképzethez egyáltalán nem tartoznak, viszont attól még függvények.Ilyenkor a fogalomkialakulás nem helytelen de nem is helyes,inkább mondható nem teljesnek.

A MÁSODFOKÚ FÜGGVÉNY FOGALOM KIALAKULSÁNAK PROBLEMATIKÁJA

A vizsgálatot két líceumban végeztem el. Az egyik a Péterfalvai Reformátud Lícáum, a másik pedig a Munkácsi Szent István Líceumban. Mint két líceum jó eredményekről számolhat be. Igaz mindegyik a saját szakterületén, mivel a Péterfalvai líceum fő irányzata a matematika, a Munkácsi líceumé pedig az informatika.
Az vizsgálat szempontjából, tehát, a Péterfalvai líceumtól várok jobb teljesítményt, mivel ott magasabb óraszámban tartsák a matematika órákat. Bár itt is vannak eltérések, mivel két osztály van mindegyik évfolyamból, az az egy reál osztály és egy humán osztály. A reál osztályban több matematika óra van, mint a humánba. De mind a két osztályban megírattam. Ez abból a szempontból előnyös, hogy ezáltal első sorban megfigyelhető a tanulók képessége, másodsorban pedig, hogy mennyire térnek el egyazon intézményben tanuló, de különböző mennyiségben tanuló diákok tudása. Fontos tudni, hogy egyazon tanár tanítsa őket, tehát, módszertanilag nincsen eltérés a két osztályban. De figyelembe véve az órák mennyiségét, itt is lehetnek eltérések a feladatok megoldásában.
A munkácsi líceumban csak 4 matematika óra van egy héten. És itt csak egyetlen egy osztály van minden évfolyamban. Matematikailag a gyerekek alig a középszinten teljesítenek, persze itt is vannak egyes gyerekek, akik magasabb teljesítményekkel jeleskednek.
A másodfokú függvény min olyan, nagyon fontos függvény fajta a függvények között. A tantervekben külön témakörként szerepel, és igen nagy hangsúlyt fektetnek neki. Amíg a diákok eljutnak eddig a fogalomig, már előzőleg megismerkednek a függvényekkel. Eldőször kapnak egy kis betekintést magába a függvény fogalmába, illetve annak legfőbb tulajdonságaiba, mielőtt elkezdenének függvény fajtákkal ismerkedni. Ezen tudás alapjaira tudják majd később építeni a további tudni valókat. Tehát nagyon fontos, hogy a diákokban kialakuljon egy bizonyos fogalom a függvények felől, ahhoz hogy tovább tudjanak lépni a szinteken. Természetesen, ha ez alap nincs meg, a továbbiakban a függvényekkel a diákok nem bírkoznak meg, egyszerűen nem értik annak lényekét, azt hogy mire lehet felhasználni, és legfőképp hogy hogyan lehet azt használni. Majd ezután már átveszik a lineáris függvényt, a parabolát és hiperbolát. Ilyenkor a tanulóknak tisztába kell lenni az alapfüggvényekkel, másképp

nem fogják tudni értelmezni a függvényfajtákat. És természetesen ha már ezeket sem értik, akkor magába a másodfokú függvények fogalmát és tulajdonságait sem.

III. FEJEZET

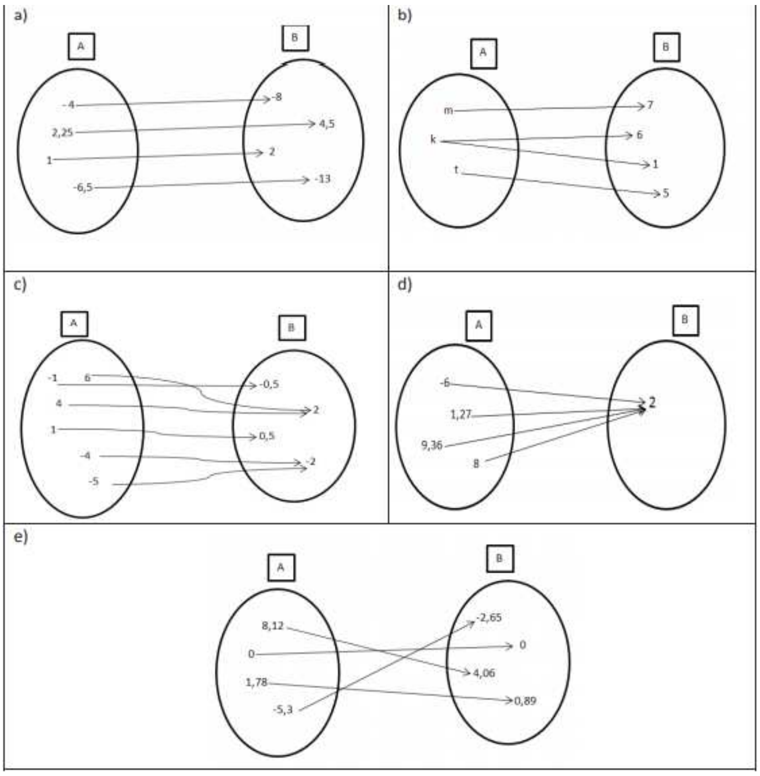
AZ ELSŐ FELADATSOR VIZSGÁLATA

A felmérésben 31 vett részt. 19 diák a Péterfalvai Református líceumból és 12 diák a Munkácsi Szent István Római Katolikus liceumból.
A feladat lapon 6 feladat szerepel. A kidolgozásra 45 percet kaptak a diákok.
1. feladat
a) Mit nevezünk függvénynek? [7]
Az 1. feladat a tanulók sajátos fogalomdefiníciójának (1/a), valamint a fogalom neve hallatán elméjükben megjelenő mentális képnek (1/b) a megismerésére irányult.
A 19 Péterfalvai líceumos diákból, az a feladatot, 11 helyes, alap definíciónak megfelelő választ adtak (pl.: A függvény az a hozzárendelési szabály, amely a függelten változó minden értékéhez az x halmazból megfeleltet egyetlen egy értéket a függő változó y halmazából.) A diákok többsége tudjaa a megfelelő függvény fogalmát, ami megegyezik a tankönyv szerinti fogalommal. 7-en sajátos választ adtak (pl.: Fügvénynek nevezzük azt a megfeleltetést, amikor az x-hez egy y rendelünk hozzá.), amelyek valamiben hasonlítanak a teljes definícióhoz, viszont, látható, hogy ez a fogalom nem gyökerezett le bennük teljesen. Illetve 1 diák, bele kezdett a definícióba, de azt nem fejezte be (A független változó minden értékéhez...).
A 12 Munkácsi líceumos diákok közül, az a feladatra 8-an adtak, helyes, a tankönyvhöz hasonló, definíciót. Hárman adtak helytelen válaszokat (pl.: A függvény az a szabály, mely során x és y tengely rajzolása során keletkezett területen pontokat rajzolunk.) Illetve 1 diák nem írt rá semmit.
b) Adj rá egy példát![7]
Szinte minden diák adott erre a feladatra választ, még olyanok is, akik az a feladatra helytelen vagy egyáltalán semmilyen választ nem adtak.
A Péterfalvai diákok közül, akik helyes definíciókat adtak meg (11 diák), 9-en megadták a lineáris- illetve a hiperbola függvények általános alakját ($y = kx+b$; $y = \frac{k}{x}$). 2-en konkrét példákat hoztak fel (pl.: $y = 3x + 6$). 4-en grafikus választ adtak, de voltak olyanok is akik nem adtak rá semmilyen választ (2 diák), 1 diák pedig helytelen választ adott. Az az egy diák, aki nem fejezte be a válaszát, tehát a függvény fogalma benne nem alakult ki, a lineáris függvény általános alakját adta meg.

A Munkácsi líceumosok közül, akik helyesen válaszoltak az a feladatra, hárman a parabola és a hiperbola általános alakját adták meg. 4-en konkrét példát hoztak fel (pl.: $y = 2x^2$), és 1 grafikus megoldás is volt (parabola grafikonja). A 3 diák közül, akiknek van egy kezdetleges fogalom kialakulásuk, de az nem pontos, 1 grafikonos válasz volt, 1 helytelen és 1 semmilyen választ nem adott. Az az egy diák, aki semmilyen választ nem adott meg az első feladatra, az több példát is megadott ($y = x^2$; $y = -x^2$; $y = x - 5$).

2. feladat

Az alábbi ábrák az A és B halmaz elemei közötti kapcsolatot szemléltetik. A nyilak azt jelzik, hogy az A halmaz elemeihez milyen elemeket rendelünk a B halmazból. Melyik hozzárendelés függvény az alábbi hozzárendelesből? Válaszodat indokold! [7]



7. ábra. III.1

A második feladat arra szolgál, hogy megállapítsuk a diákok függvény fogalmáról kialakult képzetét. Ez azért szükséges, mert lehet, hogy a diák megtanulja a függvény definícióját és azt meg is jegyezte, de nem biztos hogy feltudja használni azt ilyen feladatokban.

Ebben a feladatban az iskolák diákjai között nagyon nagy eltérés van. Míg a Péterfalvai líceisták többnyire helyes választ adtak, több érveléssel (vagy anélkül), a Munkácsi líceum diákjai, vagy nem feleletek ezekre a feladatokra, vagy helytelenül.

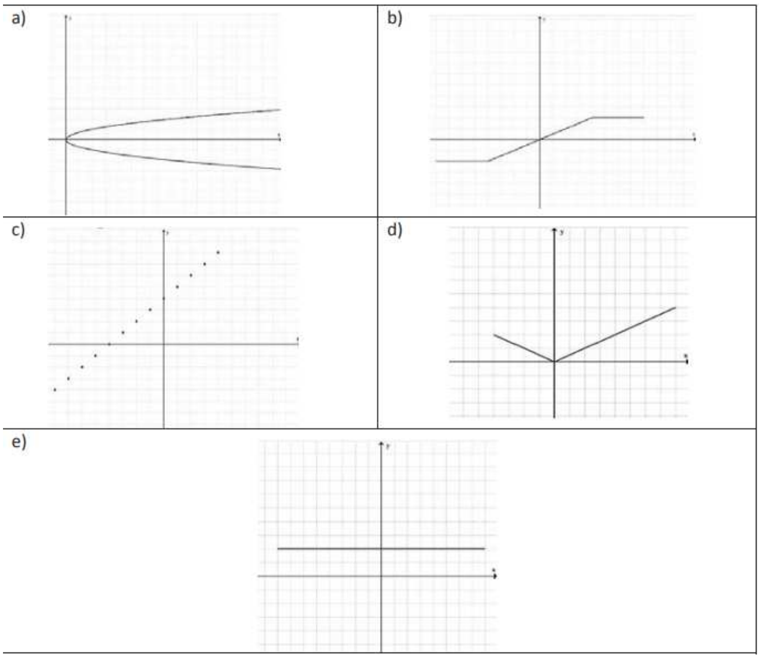
Az alábbi táblázat mutassa a diákok eredményeit:

	P.l.d.					M.l.d.				
	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e
Helyes v.	14	12	12	17	14	4	3	1	2	2
Helytelen v.	4	3	7	1	1	4	2	3	2	2
Nincs v.	1	4	0	1	4	4	7	8	8	8

8. ábra. III.2

3. feladat

Az ábrákon látható grafikonok közül melyik ábrázol függvényt? Válaszodat indokold![7]



9. ábra. III.3

A péterfalvai diákok leginkább helyes válaszokat adtak. Ezeket a válaszokat függvény definíciójával indokolták meg leginkább (pl.: "egy x-nek nem felelhet meg két y."; "nem függvény mert az x-nek két y felel meg." III.a feladat). Voltak olyan érvelések is, amelyek nem voltak teljesek (pl.: különböző értékeknek megfelel" III.e feladat).

A munkácsi líceum diákjai, leginkább helytelen válaszokat adtak meg, a definíciót nem ismerték fel benne. A válaszaikat próbálták nevezetes függvényekhez kötni, igaz helyenként nem helyesen (III.d feladatnál: "Azért mert olyan mint egy parabola").

Az III.a feladatra a 13 diákból 11 helytelen választ adtak. Ez elegendő ahhoz, hogy láthassuk, a függvényekröl nincs kialakulva képzetük.
Az alábbi táblázatban láthatóak az elért eredmények:

	P.l.d.					M.l.d.				
	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e
Helyes v.	19	19	18	18	18	1	6	1	3	1
Helytelen v.	0	0	1	1	1	11	4	9	4	7
Nincs v.	0	0	0	0	0	0	2	1	5	4

10. ábra. III.4

4. feladat

a) Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy az X halmaz elemeihez milyen elemeket rendeltünk az Y halmazból. Lehet-e ez a hozzárendelés függvény? Válaszodat indokold!

x	-1	4	1	6	-4	-5
y	-0,5	2	0,5	2	-2	-2

11. ábra. III.5

b) Ha az a) kérdésre a válaszod IGEN volt, azaz gy gondolod, hogy a megadott táblázat lehet egy függvény értéktáblázata, akkor módosítsd a táblázatot (értékpárok lehúzásával, javításával, táblázat kiegészítésével) úgy, hogy az így kapott hozzárendelés már NE LEGYEN függvény!

x	-1	4	1	6	-4	-5		
y	-0,5	2	0,5	2	-2	-2		

12. ábra. III.6

Ha az a) kérdésre a válaszod NEM volt, azaz úgy gondolod, hogy a megadott táblázat nem lehet egy függvény értéktáblázata, akkor módosítsd a táblázatot (értékpárok lehúzásával, javításával, táblázat kiegészítésével) úgy, hogy az így kapott hozzárendelés már függvény lesz![7]
Ebben a feladatban a mennyiségek viszonyát táblázat képezi. A diákoknak dönteniük kell arról, hogy függvénye-e a megadott hozzárendelés. Az elöző feladathoz hasonlóan hozzárendelési szabállyal megadott függvényekre alapozták válaszukat. A függvény

definíciós következtetések csak egy-egy helyen jelenik meg.

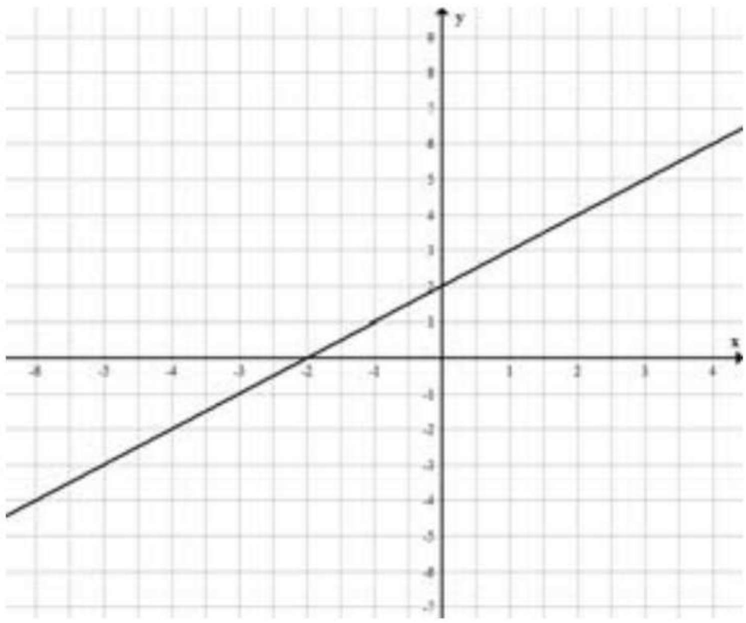
Az alábbi táblázat mutassa a diákok eredményeit:

	P.l.d.		M.l.d.	
	a	b	a	b
Helyes v.	18	17	2	2
Helytelen v.	1	1	0	0
Nincs v.	0	1	10	10

13. ábra. III.7

5. feladat

A következő ábrán egy függvény grafikonja látható!



14. ábra. III.8

a) Készítsd el a függvény értéktáblázatát

b) Add meg ezt a fugg enyt:

I) szavakkal;

II) képlettel. [7]

A felmérés célja a következő kérdés megválaszolása volt: Tapasztalható-e a függvény különböző reprezentációi közötti átjárási képességek erősödése vagy gyengülése?

A diákok többségénél nem okozott nehézséget áttérni a grafikus reprezentációs módról a táblázatosra. A szóbeli kifejezésnél és a képlet kifejezésnél már jól észlelhető a függvény ismeretek bővülésének hatása.

Az alábbi táblázat mutassa a diákok eredményeit:

	P.l.d.			M.l.d.		
	a	b		a	b	
		I.	II.		I.	II.
Helyes v.	10	19	17	5	2	4
Helytelen v.	9	0	0	1	1	1
Nincs v.	0	0	2	6	9	7

15. ábra. III.9

6. feladat

40° *C-os vizet hűtünk. Percenként* 50° *C–kal csökken a víz hőmérséklete.*

a) Készíts táblázatot az eltelt idő és a víz hőmérséklete közötti kapcsolatról!

b) A táblázat segítségével szemléltesd grafikonon a víz hőmérsékletváltozását!

c) Fogalmazd meg szavakkal hogyan függ a víz hőmérséklete az eltelt időtől!

d) Fogalmazd meg matematika nyelvén (írd le képlettel), hogyan függ a víz hőmérséklete az eltelt időtől!

e) Hány $^\circ C$-os lesz a víz 10 perc múlva?

f) Hány perc múlva lesz a víz hőmérséklete $0^\circ C$*?* [7]

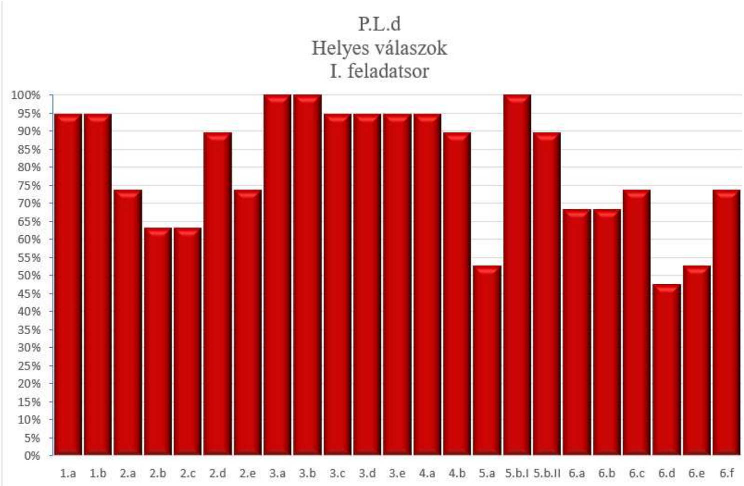
A feladatban, a szövegben elrejtett összetartozó mennyiségek, azok közti kapcsolatok felismerése, a probléma függvény tani ismeretek segítségével történő megoldásra irányult.

Az alábbi táblázat mutassa a diákok eredményeit:

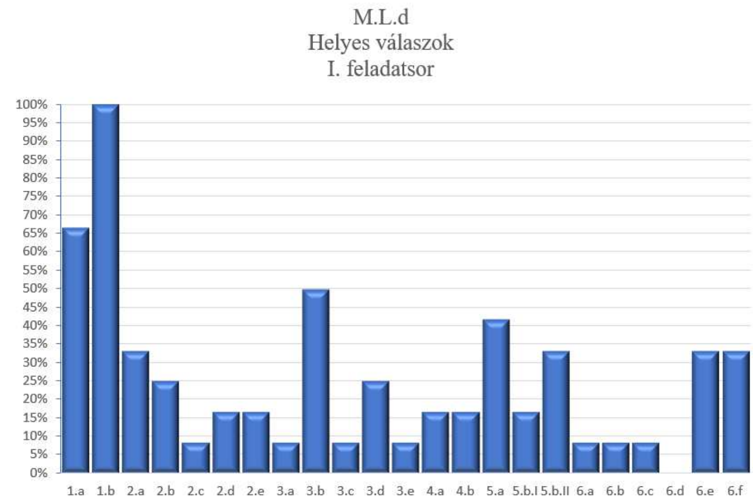
	P.l.d.						M.l.d.					
	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
Helyes v.	13	13	14	9	10	14	1	1	1	0	4	4
Helytelen v.	5	4	0	0	4	0	6	3	1	3	1	1
Nincs v.	1	2	5	10	5	5	5	8	10	9	7	7

16. ábra. III.10

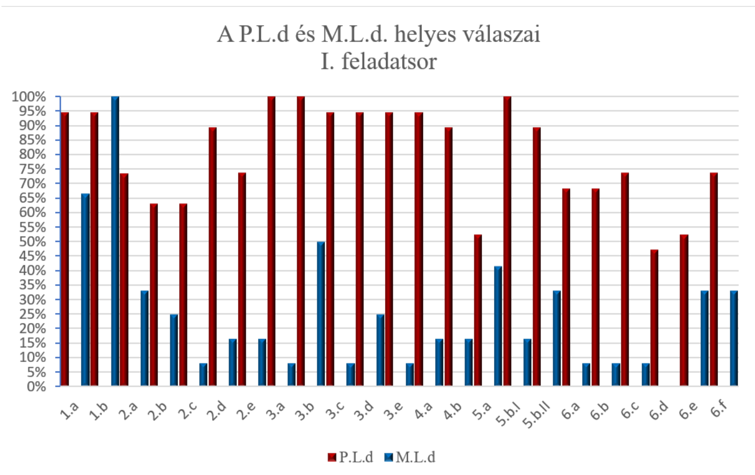
Az alábbi diagramon, kiemeltem azt, hogy a diákok hány százaléka adott helyes válaszokat, külön-külön intézményenként, majd összehasinlítottam a kapott eredményeket.



17. ábra. III.11



18. ábra. III.12



19. ábra. III.13

A fenti diagramon látható, hogy a péterfalvai diákok jobban teljesítettek a munkácsi diákoktól. Talán ez azzal is magyarázható, hogy a Péterfalvai intézmény matematika irányzatú,így több óraszámban foglalkoznak ezzel a tantárggyal.

A MÁSODIK FELADATSOR VIZSGÁLATA

A második feladatsort azután írattam meg a diákokkal, miután átvették a másodfokú függvényekről szóló fejezetet. Ugyan azok a diákok írták meg, akik az előzőt is. Első sorban a függvény fogalmára kérdeztem rá, majd már rátértem konkrétan a másodfokú függvényre. A feladatokat és ötleteket a következő forrásokból merítettem: [11], [12]

1. feladat

Mit nevezünk függvénynek?

Erre a feladatra azok a diákok adtak helyes választ, akik az első feladat sorban is helyes választ adtak meg. Viszont egy-egy olyan diák is helyesen válaszolt, aki korábban nem válaszolt helyesen. Ebből arra következtethetünk, hogy egyes diákok számára érthetővé vált a függvény fogalma.

Az alábbi táblázat mutatja a diákok eredményeit:

	P.I.d.	M.I.d.
Helyes v.	19	7
Helytelen v.	0	2
Nincs v.	0	3

20. ábra. III.14

2. feladat

Írd fel a másodfokú függvény általános képletét!

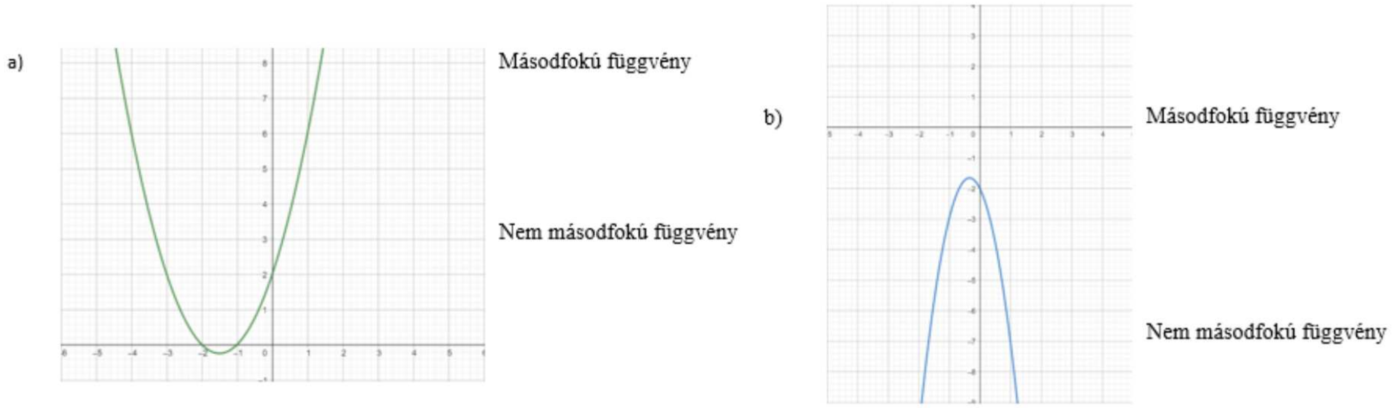
Az alábbi táblázat mutarja a diákok eredményeit:

	P.I.d.	M.I.d.
Helyes v.	16	4
Helytelen v.	3	8
Nincs v.	0	0

21. ábra. III.15

3. feladat

A megadott grafikonok alapján, döntsd el, hogy másodfokú függvény-e vagy sem. Ha *másodfokú függvény, add meg az a együttható értékét!*



22. ábra. III.15

23. ábra. III.16

A 3. feladatra szinte mindenki helyes választ adott a péterfalvai líceum diákjai közül. Viszont a munkácsi líceum diákjai sok helyen nem ismerték fel a másodfokú függvény grafikonját, még azok se, akik korábban helyes választ adtak a második feladatban. Az eredményeket a következő táblázat szemlélteti:

4. feladat

Határozd meg, hogy az $f(x) = x^2 + 3x + 1$ függvény mely pontokban metszi az x és y tengelyt!

Ebben a feladatban a diákoknak képletek alapján kellett megadni válaszukat.

Az eredményeket a következő táblázatban láthatóak:

Látható hogy a péterfalvai líceum diákjai tudják alkalmazni a képleteket, és ezáltal

	P.l.d.				M.l.d.			
	a	b	c	d	a	b	c	d
Helyes v.	19	19	18	18	12	11	7	11
Helytelen v.	0	0	0	0	0	1	5	1
Nincs v.	0	0	1	1	0	2	0	0

24. ábra. III.17

	P.l.d.	M.l.d.
Helyes v.	19	0
Helytelen v.	0	12
Nincs v.	0	0

25. ábra. III.18

meghatározni az x és az y tengelyekkel való metszéspontokat. Ennek ellenére a munkácsi líceum diákjai mind helytelen válaszokat adtak meg.

5. feladat

Határozd meg az függvények értékkészletét!

a) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

b) $f(x) = -x^2 - 4x + 6$

Az eredményeket a következő táblázat foglalja össze:

	P.l.d.		M.l.d.	
	a	b	a	b
Helyes v.	19	19	11	11
Helytelen v.	0	0	0	0
Nincs v.	0	0	1	1

26. ábra. III.19

6. feladat

Ábrázold az $f(x) = 2x^2 - 10x + 8$ másodfokú függvényt! A grafikon alapján állapítsd meg a függvény zérushelyeit!

Ebben a feladatban már azt szerettem volna megfigyelni, hogy mennyire tudják a diákok megrajzolni a függvény grafikonját, és arról leolvasni adatokat.

Az eredményeket a következő táblázat szemlélteti:

	P.l.d.	M.l.d.
Helyes v.	18	1
Helytelen v.	1	4
Nincs v.	0	7

27. ábra. III.20

7. feladat

Ábrázold az $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$ *függvényt!*

I. számold ki az $f(x) = 2$; $f(x) = -1$; $f(x) = 5$;

II. Olvasd le a grafikonról:

1) $f(3)$; $f(-1)$;

2)

a) van-e legnagyobb értéke a függvénynek, ha igen, akkor írd le;

b) van-e legkisebb értéke a függvénynek, ha igen, akkor írd le;

4) a függvény értékkészletét;

5) melyik intervallumon növekvő, és melyik intervallumon csökkenő a függvény;

6) azon argumentumértékeket, amelyekre a függvény pozitív értéket vesz fel, és azokat, amelyekre negatív értéket vesz fel!

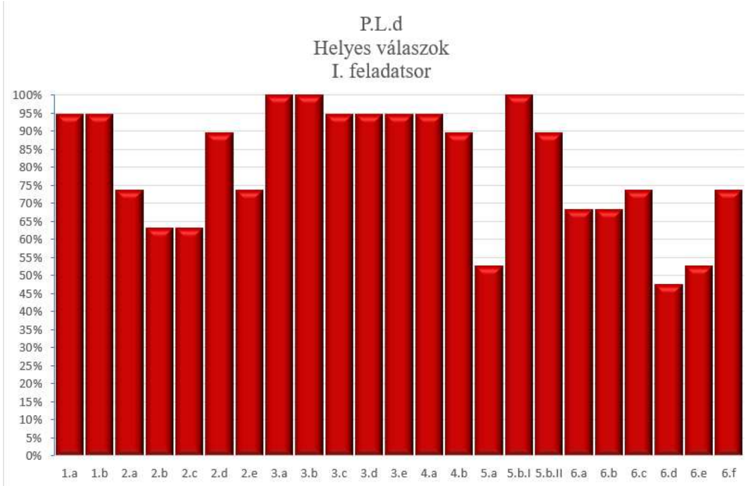
Ezt a feladatot egy diák se tudta megoldani. Aki oldotta az helytelen válaszokat adott, de többségük bele se kezdett.

Az eredményeket a következő táblázat szemlélteti:

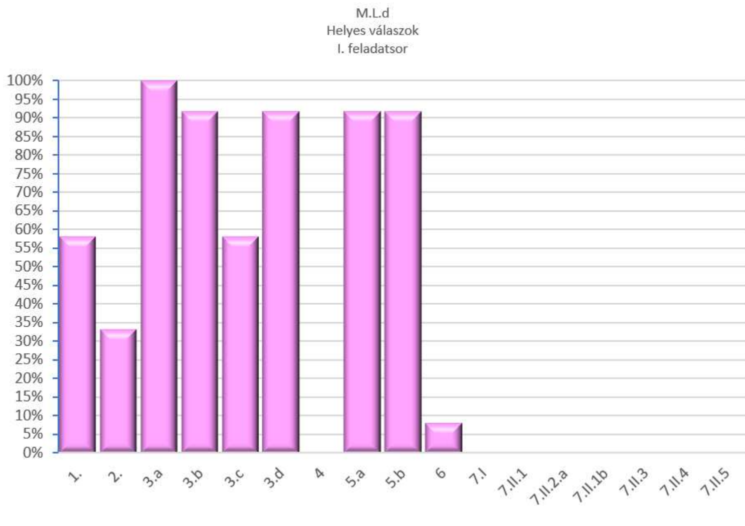
	P.l.d.							M.l.d.						
	I.	II.						I.	II.					
		1	2		3	4	5		1	2		3	4	5
			a	b						a	b			
Helyes v.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Helytelen v.	3	0	3	3	2	3	2	0	0	0	0	0	0	0
Nincs v.	16	19	16	16	17	16	17	0	0	0	0	0	0	0

28. ábra. III.21

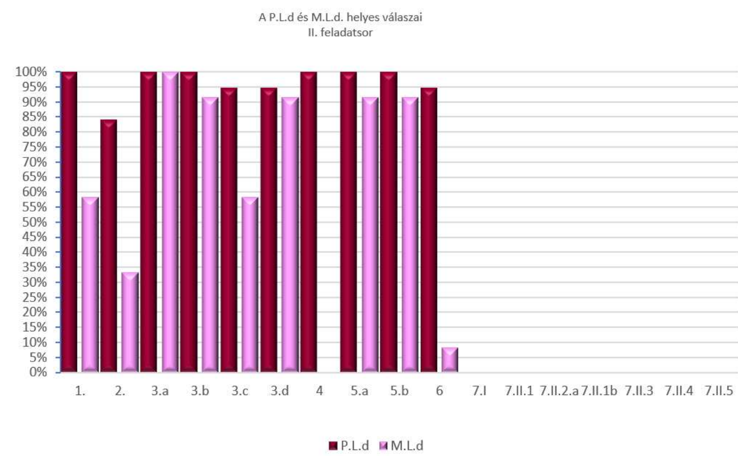
A II. feladatsorra is készítettem egy diagramot, ami megmutatja, hogy a diákok hány százaléka adott helyes válaszokat.



29. ábra. III.22



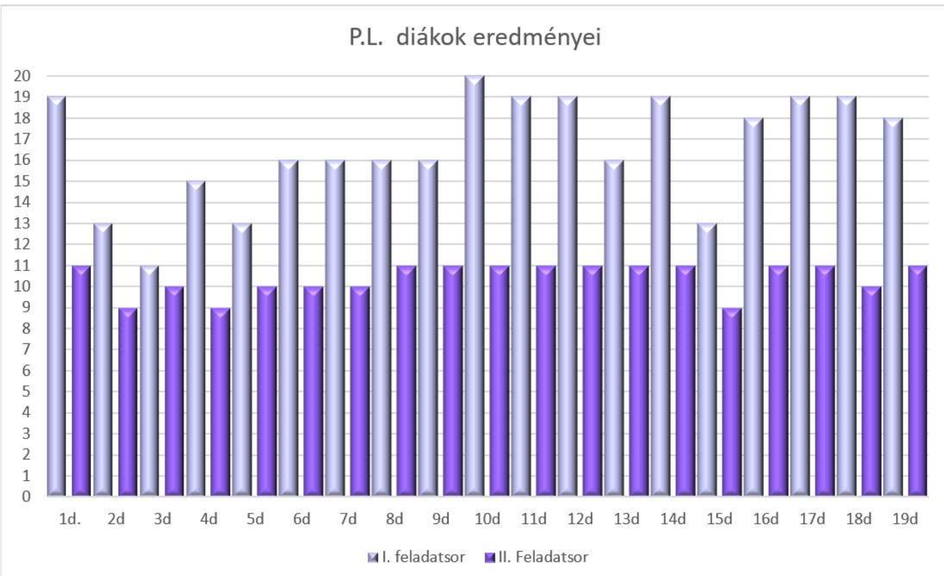
30. ábra. III.23



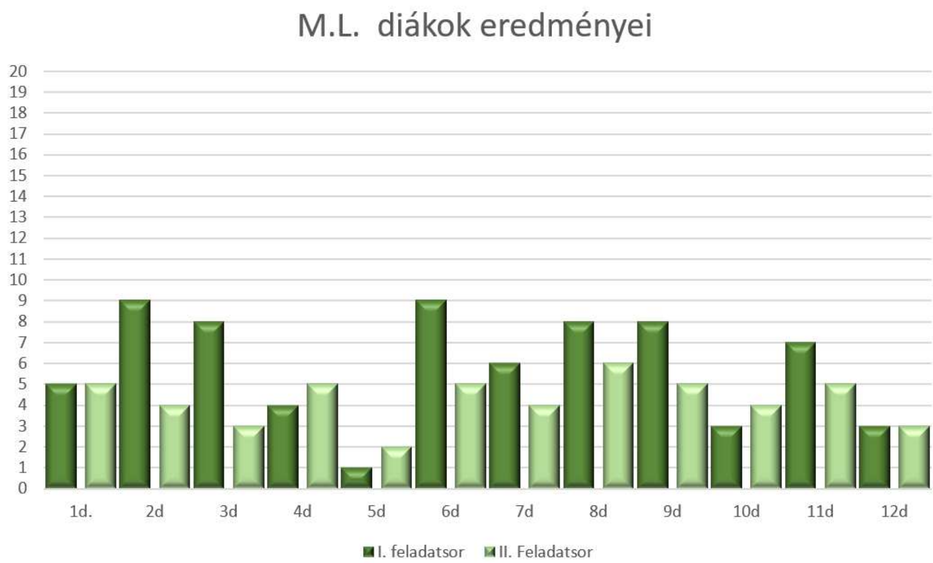
31. ábra. III.24

Itt is megfigyelhető, hogy a péterfalvai diákok jobban teljesítenek. Viszont az utolsó feladatot senkinek se sikerült teljesíteni. A munkácsi líceumos diákok, el sem kezdték a 7. feladat megoldását, a péterfalvaiak pedig helytelenűl oldották meg.

A tanulók a feladatokkal maximum 20 pontot szerezhettek meg. Az olyan feladatoknál, ahol a diákoknak érveléssel kellett válaszolni, helytelen válasznak minősítettem, ha az érvelése helytelen volt, vagy ha egyáltalán nem írt rá semmilyen magyarázatot.
A kapott eredményeket, külön-külön, egy diagram szemlélteti:



32. ábra. III.25

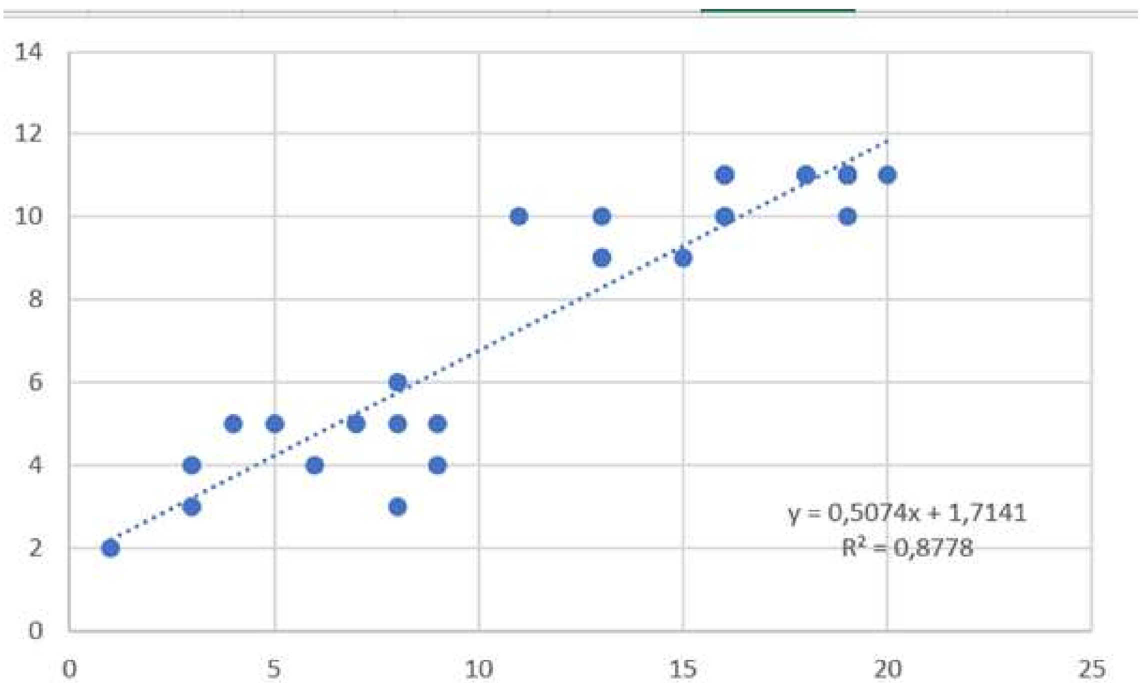


33. ábra. III.26

Látható, hogy a péterfalvai diákok pontjai jóval többek a munkácsi diákokétől. Érdemes megjegyezni, hogy egy péterfalvai diák az első feladatsorból elérte a maximum pontszámot, viszont a második feladatsort csak 11 pontra sikerült leírnia. A legkisebb eredmény 11 pont az első feladatsorból, és ugyan ez a diák a második feladatsorra 10 pontot kapott. Látható, hogy a péterfalvai tanulók, a második feldatsornál szinte egyforma pontszámokat értek el. Viszont az első feladatsorban szinte minden eredmény eltér egymástól. Tehát látható, hogy tanulókban korábban már megtörtént a fogalomképzet, csak nem mindenkinél egyforma mértékben. Valaki többet hagyatkozott definíciókra, némelyek meg próbáltak sajátos, olykor konkrét függvényfajtákhoz hasonlítva, magyarázatot adni.

A munkácsi diákok gyenge eredményeket értek el, a 10 pontot senkinek se sikerült elérni. Viszont némelyik több pontot ért el a második feladatsorban mint az elsőben. Ez mutatja, hogy egyeseknek valamivel jobban sikerült megérteni és megtanulni a függvény fogalmát.

Az alábbi ábrán jól látható az első és második feladatsor kapcsolata:



34. ábra. III.27

Megfigyelhető, hogy a második feladatsornál, a tanulók, jóval gyengébb eredményeket

értek el. Ennek lehet az oka az is, hogy amig az első feladatsorban elegendő volt akár csak a függvény definíciójára hagyatkozni, a másodikban már kellet tudni konkrét tulajdonságokat, ez valamilyen szinten megnehezíti a tanulók dolgát.
Mivel az első feladatsort novemberben írattam meg, amikor még osztálytermi oktatás fojt, és a tanulók minden egyes matematika órára szinte minden nap készűltek, ami által az egyes fogalmak folytonos ismétlésre kerültek, könnyebb volt felidézni a függvényekkel kapcsolatos meghatározásokat. A második feladatsort a karantén után írattam meg. Sajnos azt tapasztaltam, hogy a diákok ebben az időszakban, teljesen elszoktak a tanulástól és a mindennapi készüléstől. És ahogy már korábban is említettem, ilyenkor az egyes definíciók vagy meghatározások, homályosodnak és könnyen elfelejtődnek. Véleményem szerint ez nagy kihatással volt a diákok eredményeire.

ÖSSZEGZÉS

A szakdolgozatomban, a másodfokú függvény fogalom kialakításának problémáival foglalkoztam.

Az első fejezetbe, összefoglaltam azokat a tudnivalókat a másodfokú függvényről, melyekkel a 8. és 9. osztályokban ismerkedhetnek meg a tanulók. A második fejezetben a fogalom kialakulásával foglalkoztam. Véleményem szerint, nagyon fontos, hogy a tanulóknak legyen valamilyen fogalmuk a függvényről, ahhoz, hogy megértsék a másodfokú függvény fogalmát. Mind e mellett, szükséges, hogy kialakuljon egy fogalomképzet is, ami elősegíti a tanultak felidézését. Ezután két feladatsort írattam meg a Péterfalvai Református Líceum és Munkácsi Szent István Római Katolikus Líceum diákjaival. Az első feladatsorban felmérést késztettem arról, hogy a tanulók mennyire ismerik a függvény fogalmát. Illetve, olyan feladatok is voltak benne, ami ábra segítségével ad rálátást, arra, hogy nem csak megtanulták a függvények fogalmát, hanem azt használni is tudják. A második feladatsorban, nem csak a függvények fogalmára kérdeztem rá, hanem a másodfokú függvény tulajdonságaira is. Sajnos, a diákok a második feladatsorban kevesebb pontszámot értek el, mint az elsőben.

Úgy gondolom, hogy ennek nem az az oka, hogy nem alakult ki bennük a függvény fogalma, mert ahogy az első feladatsorban, úgy a második feladatsorban is helyesen adták meg a függvény fogalmát. Ennek az oka, annyi lehet, hogy a karantén időszak alatt, a tanulók nem fordítottak annyi figyelmet a tantárgyakra, mint általában azt az iskolában teszik.

UKRÁN NYELVŰ ÖSSZEGZÉS

У своїй дипломній роботі я займалася проблемами розробки концепції квадратичної функції.

У першому розділі я узагальнила інформацію про квадратичну функцію, зякою могли б ознайомитись учні 8-их та 9-их класів. У другому розділі ярозглянула питання розвитку концепції. На мою думку, для учнів дуже важливомати певне уявлення про функцію, щоб зрозуміти поняття квадратичної фу-нкції. Крім того, необхідно розробити концептуальний образ,який допомагає згадати вивчене. Потім я провела дві діагностичні роботи із учнями Пийтерфолвівського ліцею благодійного фонду управління Закарпатської реформатськоїцеркви та у Мукачівському ліцеї імені святого Іштвана. У першій роботі я провела опитування про те, наскільки добре учні знають поняття функції. Відповідно, в ньому були також завдання, які дають зрозуміти за допомогою фігури, що вони не тільки засвоїли поняття функцій, але й могли їх використовувати. У другій роботі я запитала не лише про поняття функцій, а й про властивості квадратної функції. На жаль, учні набрали менше балів у другоій роботі, ніж у першій.

Я не думаю, що причиною цього є те, що поняття функції в них не розвивалося, оскільки так само, як і в першій роботі, дане поняття було правильно пояснене і в другій. Це може бути пов'язано з тим, що під час карантину учні не приділяли предметам такої уваги, як зазвичай це роблять у школі.

Irodalomjegyzék

[1] Ambrus András *Bevezetés a matematikadidaktikéba* - ELTE Eötvöd kiadó, Megjelenés: 1995.

[2] A.H. Merzljak, V.B. Polinszkij, M.Sz. Jakir *Algebra tankönyv az általános oktatási rendszerű tanintézetek 8.osztálya számára.* – KIADÓ "CBIT", Megjelenés: 2016.

[3] A.H. Merzljak, V.B. Polinszkij, M.Sz. Jakir *Algebra tankönyv az általános oktatási rendszerű tanintézetek 9.osztálya számára.* – KIADÓ "CBIT", Megjelenés: 2017.

[4] Dr. Czeklédy István, Dr. Orosz Gyuláné, Dr. Szalontai Tibor, Szilák Aladárné *Matematika tantárgypedagógia I.* - Kiadó: Calibra, Megjelenés: 1994.

[5] Kócsi K.H. *Függvények az általános oktatásban* - Beregszász 2019

[6] Skemp, R.R *A matematikatanulás pszihológiája* - Kiadó, Budapest, Megjelenés: 2005.

[7] Szanyi Gyöngyi *A FÜGGVÉNYFOGALOM KIALAKÍTÁSÁNAK VIZSGÁLATA* - Debrecen 2017.

[8] Székely, J. *Mérés-értékelés a pedagógiában, Oktatási segédanyag* 2014.

[9] Vinner, S. *Concept definition, concept image and the notion of function. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 14, 293-305., 1983.

[10] Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів 5-9 класи, затверджена Наказом Міністерства освіти і

науки України від 07.06.2017 № 804 https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas

[11] https://naurok.com.ua/test/funkciya-552781.html?fbclid=IwAR0OrpFlnQ-LPWA6fkFWQlaJoNjvppkx9uX0YZQUhWMPdr0wCvXwPP0i2Eg

[12] https://www.nkp.hu/tankonyv/matematika$_1 0_1/lecke_0 4_0 30?fbclid = IwAR0BDWLFIzzloHAQZWP_6 t_r f7hloOUNpnczSYMxVA2NQ - xBB4d55hcbYEk$

Ábrák jegyzéke

1. I.2 8
2. I.3 9
3. II.1 14
4. II.2 15
5. II.3 15
6. II.4 15
7. III.1 19
8. III.2 20
9. III.3 20
10. III.4 21
11. III.5 21
12. III.6 21
13. III.7 22
14. III.8 22
15. III.9 23
16. III.10 23
17. III.11 24
18. III.12 24
19. III.13 24
20. III.14 25
21. III.15 25
22. III.15 26
23. III.16 26
24. III.17 27
25. III.18 27

26. III.19 27
27. III.20 28
28. III.21 28
29. III.22 29
30. III.23 29
31. III.24 29
32. III.25 30
33. III.26 30
34. III.27 31

UNICHECK

Ім'я користувача:
Моца Андрій Андрійович

ID перевірки:
1007785626

Дата перевірки:
09.05.2021 00:24:25 EEST

Тип перевірки:
Doc vs Internet

Дата звіту:
09.05.2021 00:52:10 EEST

ID користувача:
100006701

Назва документа: Kócsi-K.H.-Másodfokú-függvény-fogalom-kialakításának-problémái

Кількість сторінок: 40 **Кількість слів:** 5406 **Кількість символів:** 42120 **Розмір файлу:** 2.20 MB **ID файлу:** 1007884568

2.2% Схожість

Найбільша схожість: 1.04% з Інтернет-джерелом (https://dea.lib.unideb.hu/dea/bitstream/handle/2437/243483/ertekeze...

2.2% Джерела з Інтернету | 71 .... Сторінка 42

Пошук збігів з Бібліотекою не проводився

0% Цитат

Вилучення цитат вимкнене

Вилучення списку бібліографічних посилань вимкнене

0% Вилучень

Немає вилучених джерел

Модифікації

Виявлено модифікації тексту. Детальна інформація доступна в онлайн-звіті.

Замінені символи | 13

Nyilatkozat

Alulírott, Kócsi Katalin-Henrietta 014. Középiskolai oktatás (Matematika) képzési program hallgatója, kijelentem, hogy a dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskolán, a Matematikai és Informatika Tanszéken készítettem, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) BSc diploma megszerzése végett.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola könyvtárában a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

MELLÉKLETEK

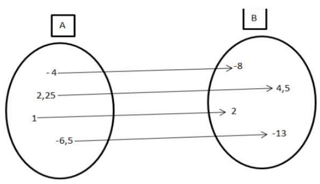
I. Feladatsor

1.) a) Mit nevezünk függvénynek?

b) Adj rá egy példát!

2.) Az alábbi ábrák az A és B halmaz elemei közötti kapcsolatot szemléltetik. A nyilak azt jelzik, hogy az A halmaz elemeihez milyen elemeket rendelünk a B halmazból. Melyik hozzárendelés függvény az alábbi hozzárendelesből? Válaszodat indokold!

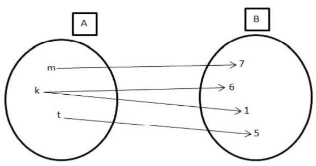
a)



Függvény, mert…

Nem függvény, mert…

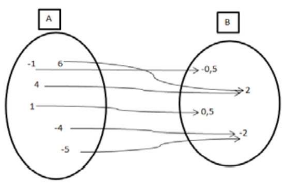
b)



Függvény, mert…

Nem függvény, mert…

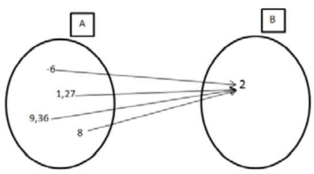
c)



Függvény, mert…

Nem függvény, mert…

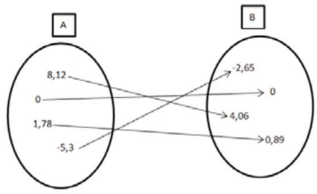
d)



Függvény, mert…

Nem függvény, mert…

e)

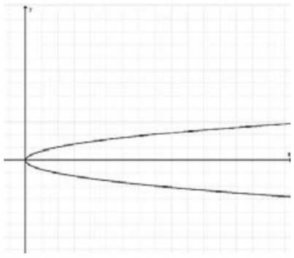


Függvény, mert…

Nem függvény, mert…

3.) Az ábrákon látható grafikonok közül melyik ábrázol függvényt? Válaszodat indokold!

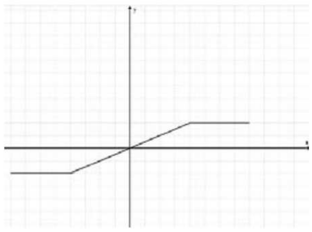
a)



Függvény, mert…

Nem függvény, mert…

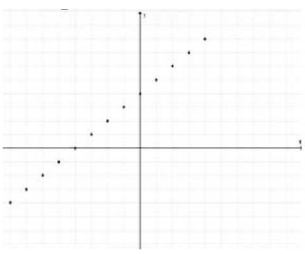
b)



Függvény, mert…

Nem függvény, mert…

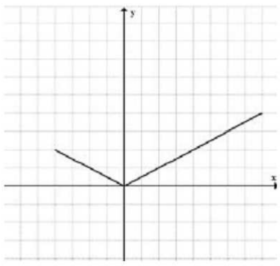
c)



Függvény, mert…

Nem függvény, mert…

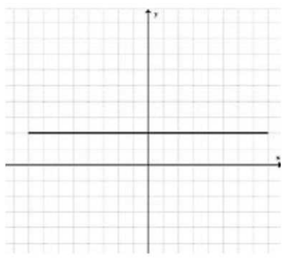
d)



Függvény, mert…

Nem függvény, mert…

e)



Függvény, mert…

Nem függvény, mert…

4.) a) Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy az X halmaz elemeihez milyen elemeket rendeltünk az Y halmazból. Lehet-e ez a hozzárendelés függvény? Válaszodat indokold!

x	-1	4	1	6	-4	-5
y	-0,5	2	0,5	2	-2	-2

Igen, lehet, mert

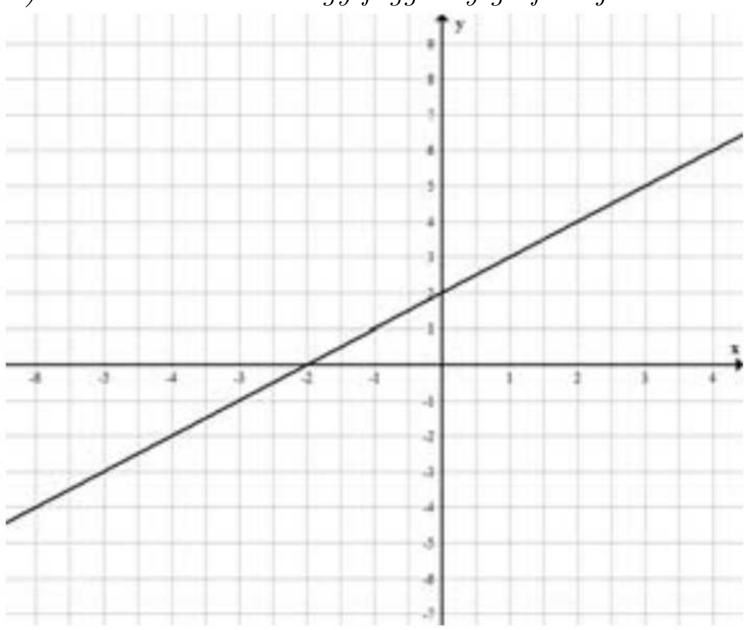
Nem lehet, mert

b) Ha az a) kérdésre a válaszod IGEN volt, azaz gy gondolod, hogy a megadott táblázat lehet egy függvény értéktáblázata, akkor módosítsd a táblázatot (értékpárok lehúzásával, javításával, táblázat kiegészítésével) úgy, hogy az így kapott hozzárendelés már NE LEGYEN függvény!

x	-1	4	1	6	-4	-5		
y	-0,5	2	0,5	2	-2	-2		

Ha az a) kérdésre a válaszod NEM volt, azaz úgy gondolod, hogy a megadott táblázat nem lehet egy függvény értéktáblázata, akkor módosítsd a táblázatot (értékpárok lehúzásával, javításával, táblázat kiegészítésével) úgy, hogy az így kapott hozzárendelés már függvény lesz!

5.) A következő ábrán egy függvény grafikonja látható!



a) Készítsd el a függvény értéktáblázatát

b) Add meg ezt a fugg enyt:

I) szavakkal;

II) képlettel.

6.) 40° *C-os vizet hűtünk. Percenként* 50° *C–kal csökken a víz hőmérséklete.*

a) Készíts táblázatot az eltelt idő és a víz hőmérséklete közötti kapcsolatról!

b) A táblázat segítségével szemléltesd grafikonon a víz hőmérsékletváltozását!

c) Fogalmazd meg szavakkal hogyan függ a víz hőmérséklete az eltelt időtől!

d) Fogalmazd meg matematika nyelvén (írd le képlettel), hogyan függ a víz hőmérséklete az eltelt időtől!

e) Hány $^\circ C$-os lesz a víz 10 perc múlva?

f) Hány perc múlva lesz a víz hőmérséklete $0^\circ C$?

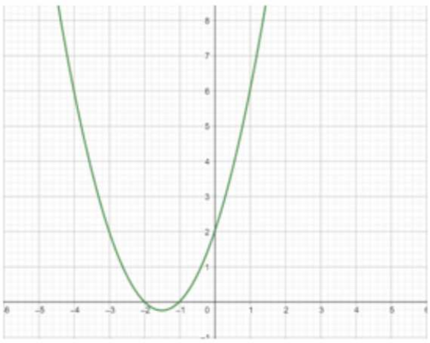
II. Feladatsor

1).Mit nevezünk függvénynek?

2).Írd fel a másodfokú függvény általános képletét!

3.) A megadott grafikonok alapján, döntsd el, hogy másodfokú függvény-e vagy sem. Ha másodfokú függvény, add meg az a együttható értékét!

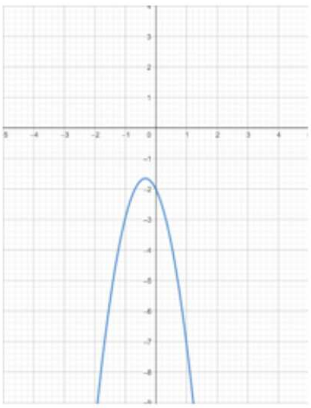
a)



Másodfokú függvény

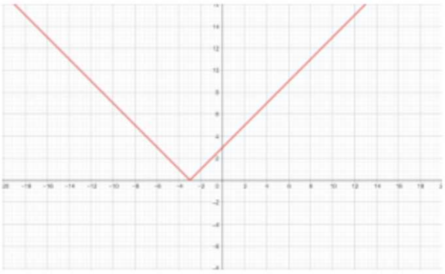
Nem másodfokú függvény

b)



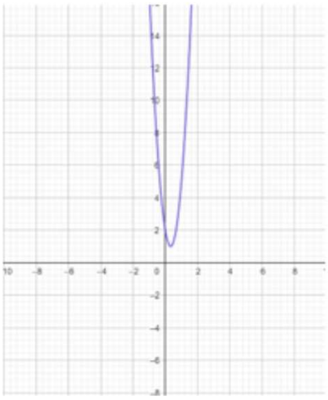
Másodfokú függvény

Nem másodfokú függvény

c) 

Másodfokú függvény

Nem másodfokú függvény

d) 

Másodfokú függvény

Nem másodfokú függvény

4). Határozd meg, hogy az $f(x) = x^2 + 3x + 1$ függvény mely pontokban metszi az x és y tengelyt!

5.)Határozd meg az függvények értékkészletét!

a) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

b) $f(x) = -x^2 - 4x + 6$

6.) Ábrázold az $f(x) = 2x^2 - 10x + 8$ másodfokú függvényt! A grafikon alapján állapítsd meg a függvény zérushelyeit!

7.) Ábrázold az $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$ függvényt!

I. számold ki az $f(x) = 2$; $f(x) = -1$; $f(x) = 5$;

II. Olvasd le a grafikonról:

1) $f(3)$; $f(-1)$;

2)

a) van-e legnagyobb értéke a függvénynek, ha igen, akkor írd le;

b) van-e legkisebb értéke a függvénynek, ha igen, akkor írd le;

4) a függvény értékkészletét;

5) melyik intervallumon növekvő, és melyik intervallumon csökkenő a függvény;

6) azon argumentumértékeket, amelyekre a függvény pozitív értéket vesz fel, és azokat, amelyekre negatív értéket vesz fel!