ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3" від „27" квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ

Кафедра математики та інформатики

Реєстраційний №___________

Кваліфікаційна робота

ДОСЛІДЖЕННЯ ГРАФІКА КВАДРАТНОГО МНОГОЧЛЕНА

Удуд Олександр Олександрович

Студентка IV-го курсу

Освітня програма 014 «Середня освіта (Математика)»

Ступінь вищої освіти: бакалавр

Тема затверджена Вченою радою ЗУІ

Протокол № 7 /27 жовтня 2020 року

Науковий керівник: **Поллої Дезидер Федорович**

ст. викладач

Завідувач кафедрою математики та інформатики: **Кучінка Каталін Йожефівна**

к. ф.-м. н

Робота захищена на оцінку _________, «___» ____________ 202_ року

Протокол № ______ / 202_

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II

Кафедра математики та інформатики

Кваліфікаційна робота

ДОСЛІДЖЕННЯ ГРАФІКА КВАДРАТНОГО МНОГОЧЛЕНА

Ступінь вищої освіти: бакалавр

Виконала: студентка IV-го курсу

Удуд Олександр Олександрович

Освітня програма 014 «Середня освіта (Математика)»

Науковий керівник: **Поллої Дезидер Федорович**

ст. викладач

Рецензент: **Кудлотяк Чаба Анталович**

ст. викладач

Берегове
2021

Зміст

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola

Matematika és Informatika Tanszék

A MÁSODFOKÚ POLINOM GRAFIKONJÁNAK VIZSGÁLATA

Szakdolgozat

Képzési szint: alapképzés

Készítette: Udud Sándor

IV. évfolyamos hallgató

Képzési program: 014 „Középiskolai oktatás (Matematika)”

Témavezető: Pallay Dezső

adjunktus

Recenzens: Kudlotyák Csaba

adjunktus

Beregszász – 2021

Tartalomjegyzék

Bevezetés

Azért választottam ezt a témát, mert érdekelt, hogy a diákok hogyan sajátítják el a másodfokú polinomról tanultakat. A témaválasztásomat az is befolyásolja még, hogy a kilencedik osztályban tanultuk ezt a témakört és akkor nagyon érdekesnek találtam ezt a témát.

Témaválasztásomban a szakmai kíváncsiság vezérelt, amikor a másodfokú polinom grafikonjának vizsgálatához az összehasonló elemzést tűztem célul.

Dolgozatomban a másodfokú polinom grafikonjának változásához kapcsolódó fogalmak körüljárása után meg szeretném vizsgálni azt, hogy a különböző korosztályok illetve a különböző iskolák diákjai hogyan tudták elsajátítani az adott témakört.

Fontosnak tartom azonban, hogy átfogó képet alkossak a különböző iskolák diákjainak tudásáról.

Természetesen nem törekedhettem a munka teljességére. Részben a téma terjedelme és nagysága, részben pedig a vírus helyzet is behatárolta az elemzés terjedelmét. Mégis remélem, hogy ez az elemzés viszonylag átfogó képet mutat majd az érdeklődő olvasó számára.

Köszönetet mondok Pallay Dezső tanár úrnak azért, hogy elméleti és gyakorlati információkkal segítette munkámat, valamint megosztotta velem tapasztalatait, észrevételeit, ezáltal elkészíthettem szakdolgozatomat.

Megköszönöm az önzetlen és nagyon értékes segítségét.

1. A másodfokú polinom grafikonjának vizsgálata az ukrajnai kilencedik osztályos tanmenetben

Meghatározás: Az $y = ax^2 + bx + c$ képlettel megadott függvényt, ahol a, b és c valós szám , x az argumentum, $a \neq 0$, másodfokú függvénynek nevezzük.[1]

Megmutatjuk, hogyan lehet megkapni az $y = ax^2 + bx + c$ függvény grafikonját az $y = ax^2$ függvény grafikonjából.[1]

Már ábrázoltátok az $y = ax^2 + bx + c$ függvényt teljes négyzetté alakítással. Alkalmazzuk ezt az eljárást az általános alakra is.[1]

Azt kapjuk, hogy

$ax^2+bx+c = a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right) = a\left(x^2+2x*\frac{b}{2a}+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right) = a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right) = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a^2}$ [1]

Vezessük be a következő jelöléseket: $x_0 = -\frac{b}{2a}$, $y_0 = \frac{4ac-b^2}{4a^2}$

A bevezetett jelölésekkel az $y = ax^2 + bx + c$ kifejezés leírható az $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ alakban.[1]

így az alábbi algoritmussal ábrázolható az általános alakban megadott másodfokú függvény:

Levonhatjuk a következtetést, hogy az $y = ax^2 + bx + c$ másodfokú függvény grafikonja parabola, amely megegyezik az $y = ax^2$ függvény grafikonjával, csúcsa pedig az $(x_0; y_0)$ koordinátájú pont, ahol $x_0 = -\frac{b}{2a}$, $y_0 = \frac{4ac-b^2}{4a^2}$.[1]

A parabola szárai, úgyanúgy, mint az $y = ax^2$ paraboláé, felfelé mutatnak, ha $a > 0$ és lefelé mutatnak, ha $a < 0$.[1]

A másodfokú függvény grafikonja vázlatosan ábrázolható a csúcsa és ágai irányainak alapján. A grafikon annál pontosabb lesz, minél több grafikonra illeszkedő pontot tüntetünk fel. Tehát a másodfokú függvényt nemcsak függvénytranszformációs lépésekkel lehet ábrázolni, hanem az alábbi algoritmus szerint is:

az $x_0 = -\frac{b}{2a}$ képlettel meghatározzuk a parabola csúcsának abszcisszáját;

az $y_0 = \frac{4ac-b^2}{4a^2} = -\frac{D}{4a}$ képlettel meghatározzuk a parabola csúcsának ordinátáját, ahol D az $ax^2 + bx + c$ másodfokú polinom gyöke, majd koordinátarendszerben feltüntetjük a parabola csúcsát;[1]

Az $y_0 = \frac{D}{4a}$ képletet nem fontos megtanulni. Elegendő meghatározni az $y = ax^2 + bx + c$ függvény helyettesítési értékét az $x_0 = -\frac{b}{2a}$ helyen.

Meghatározzuk a parabola szárainak irányát;

meghatározunk még néhány olyan pontot, melyek illeszkednek a grafikonra, például a parabola és az abszcisszatengely metszéspontjait (ha függvénynek vannak zérushelyei), vagy a parabola és az ordinátatengely metszéspontjának koordinátáit;

feltüntetjük ezeket a pontokat a koordinátarendszeren;

folytonos vonallal összekötjük a feltüntetett pontokat.[1]

Példa:

Ábrázoljuk az $f(x) = x^2 + 4x - 5$ függvényt! Olvad le a rajzról a függvény értékkészletét, mely intervallumon növekvő és melyen csökkenő, melyen állandó előjelű, keresd meg a legnagyobb és a legkisebb értékét![1]

Megoldás:

Ez egy másodfokú függvény. Grafikonja olyan parabola, melynek a szárai felfelé mutatnak.[1]

Határozzuk meg a parabola csúcsának abszcisszáját és ordinátáját.

Az abszcissza $x_0 = -\frac{4}{2} = -2$, az ordináta $y_0 = f(x_0) = f(-2) = -9$.

Tehát a $(-2; -9)$ koordinátájú pont a parabola csúcsa.[1]

Határozzuk meg a parabola és az abszcisszatengely metszéspontjainak koordinátáit! Ehhez meg kell oldanunk az $x^2 + 4x - 5 = 0$ egyenletet.

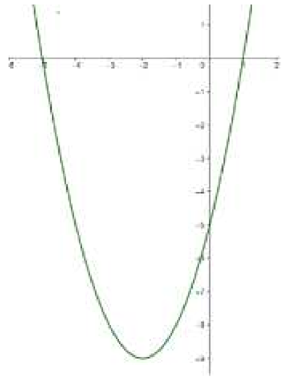
Innen $x_1 = -5$ és $x_2 = 1$.

Tehát a parabola a $(-5; 0)$ és az $(1; 0)$ pontokban metszi az abszcisszatengelyt.[1]

Határozzuk meg a parabola és az ordinátatengely metszéspontját! Az eredm ényiét: $f(0) = -5$.

A parabola a $(0; -5)$ pontban metszi az ordinátatengelyt.

Láthatjuk, hogy célszerű kiszámolni a függvény helyettesítési értékeit a -1, -3 és -4 helyeken. Azt kapjuk, hogy $f(-3) = f(-1) = -8$; $f(-4) = -5$. A felvett pontokat folytonos vonallal kötjük össze.[1]



1. ábra.

A függvény értékkészlete az $E(f) = [-9; +\infty)$ intervallum.[1]

A függvény a $[-2; +\infty)$ intervallumom növekvő, a $(-\infty; -2]$ intervallumon pedig csökkenő.[1]

Azt kapjuk, hogy $f(x) > 0$ a $(-\infty; -5)$ és $(1; +\infty)$ intervallumokon és $f(x) < 0$ a $(-5; 1)$ intervallumon.[1]

A függvény legkisebb értéke -9 , legnagyobb értéket nem vesz fel.[1]

2. A másodfokú polinom grafikonjának vizsgálata a magyarországi tanmenetben

Másodfokú függvényekkel már foglalkoztunk. Tudjuk, hogy a legegyszerűbb másodfokú függvény a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = x^2$ függvény, képe a normálparabola. Láttuk, hogy függvénytranszformácikókkal ebből újabb másodfokú függvényeket állíthatunk elő.[2]

A következőkben azt vizsgáljuk, hogy valamely másodfokú függvény hogyan állítható elő a legegyszerűbb másodfokú függvényből, hogyan kapható meg képe a normálparabolából. Vizsgálataink során olyan általános megállapításokat keresünk, amelyek segítségével bármely másodfokú függvény menetét pontosan jellemezhetjük (akár a képe megrajzolása nélkül).[2]

Az $x \longmapsto ax^2 + bx + c$ másodfokú függvény grafikonja olyan parabola, amelynek a tengelye merőleges az x tengelyre. Ez a parabola „felfelé" nyitott, ha $a > 0$, illetve „lefelé" nyitott, ha $a < 0$.[3]

Az $x \longmapsto ax^2 + bx + c$ hozzárendelési szabály algebrai módszerekkel átalakítható $x \longmapsto a(x - u)2 + v$alakra. Az itt fellépő u és v éppen a parabola tengelypontjának az első, illetve második koordinátája. E számok azt is megmutatják, mennyivel kell eltolni az $x \longmapsto ax^2$ függvény grafikonját a koordinátatengelyek mentén, hogy az $x \longmapsto ax^2 + bx + c$ függvény grafikonját megkapjuk.[3]

Ezt az algebrai átalakítást a teljes négyzetté kiegészítés módszerének nevezzük.[3]

Ezek a függvénytranszformációk a normálparabola geometriai transzformációit jelentik:

1. A normálparabolát k egységgel toljuk el jobbra vagy balra az x tengely mentén.

2. Az eltolt normálparabola minden pontjának az y koordinátáját k-vel szorozzuk, azaz a parabolát az y tengely irányába kászorosára nyújtjuk.

3. A kapott parabolát k egységgel lefelé vagy felfelé eltoljuk.[2]

Tulajdonságok összefoglalása

Tulajdonságok összefoglalása - másodfokú függvények és vizsgálatuk A másodfokú függvényeknek azokat a tulajdonságait, amelyeket az előbbiekben megbeszéltünk, az alábbiakban összefoglaljuk: Az $f : R \to R, f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ másodfokú függvénynek vagy minimuma, vagy maximuma, közös néven szélsőértéke van. Az előző f függvény hozzárendelési szabályát (teles négyzetté kiegészítéssel) átírtuk az alábbi alakba: $f : R \to R, f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a}$[2]

Ebből az alakból leolvashatjuk, hogy az f függvény képét a normálparabolából milyen geometriai transzformációkkal kapjuk meg.[2]

Az $f : R \to R, f(x) = ax^2 + bx + c$, másodfokú függvény szélsőértékének x koordinátája:

A $x = -\frac{b}{2a}$,

ha $0 < a$, akkor minimum,

ha $0 > a$, akkor maximum.

A szélsőértéknél a függvényérték: $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{b^2-4ac}{4a}$[2]

Az $f : R \to R, f(x) = ax^2 + bx + c$, függvény zérushelyei az $ax^2 + bx + c = 0$ egyenlet gyökei.

Tudjuk, hogy a gyökök a diszkriminánstól függnek. A másodfokú függvények képe, a hozzájuk tartozó egyenletek diszkriminánsa és az egyenletek gyökei közötti kapcsolatot mutatja.[2]

3. A másodfokú függvény grafikonjának transzformációi mindkét tanmenetben

Ábrázoljuk az $y = kf(x)$ függvény grafikonját az $y = f(x)$ függvény grafikonjából.[1]

Most megmutatjuk, hogyan kapjuk meg az $y = ax^2, a \neq 0$ függvény grafikonját az $y = x^2$ függvény grafikonjából.[1]

Ábrázoljuk, például, az $y = 2x^2$ függvényt! Készítsünk táblázatot az $y = x^2$ és az $y = 2x^2$ függvényekhez! Válasszunk azonos argumentumokat![1]

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9
$y = 2x^2$	18	8	2	2	2	8	18

2. ábra.

Ez a táblázat arra enged következtetni, hogy az $y = x^2$ függvény minden $(x_0; y_0)$ pontjának az $y = 2x^2$ függvény grafikonjának egyetlen $(x_0; 2y_0)$ koordinátájú pontja felel meg. Az $y = 2x^2$ függvény minden $(x_1; y_1)$ pontjának pedig az $y = x^2$ függvény grafikonjának egyetlen $\left(x_1; \frac{y_1}{2}\right)$ koordinátájú pontja felel meg. Tehát az $y = 2x^2$ függvény grafikonjának valamennyi pontját megkaphatjuk úgy, ha az $y = x^2$ függvény minden pontját kicseréljük ugyanolyan abszcisszájú, de kétszer akkora ordinátájú pontra.[1]

Az $y = x^2$ függvény grafikonja alapján ábrázoljuk az $y = \frac{1}{2}x^2$ függvényt.[1]

Érthető, hogy az $y = \frac{1}{2}x^2$ függvény grafikonjának minden pontját megkaphatjuk, ha az $y = x^2$ függvény minden pontját kicseréljük ugyanolyan abszcisszájú, de fele akkora ordinátájú pontra.[1]

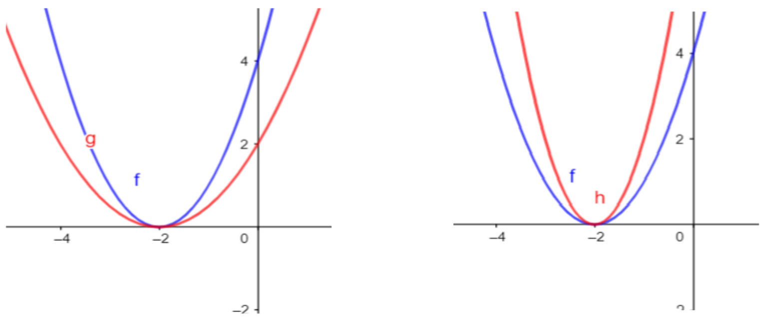
A felhozott példák azt mutatják, hogy az $y = f(x)$ függvény grafikonja segítségével ábrázolni lehet az $y = kf(x), k > 0$ függvény grafikonját.[1]

Definició: Az $y = kf(x)$ függvény grafikonját, ahol $k > 0$ megkapjuk, ha az $y = f(x)$ függvény minden pontjának az ordinátáját k-szorosára növeljük.[1]

Definició: Az $y = kf(x)$ függvény grafikonját megkapjuk az $y = f(x)$ függvény grafikonjából k-szor nyújtással az y tengely mentén (az x tengelytől), ha $k > 1$, és $\frac{1}{k}$-szoros zsugorítással az y tengely mentén (az x tengelyhez), ha $0 < k < 1$.[1]

Ha $a > 0$, akkor a parabola szárai felfelé mutatnak, ha $a < 0$, akkor pedig lefelé.[1]

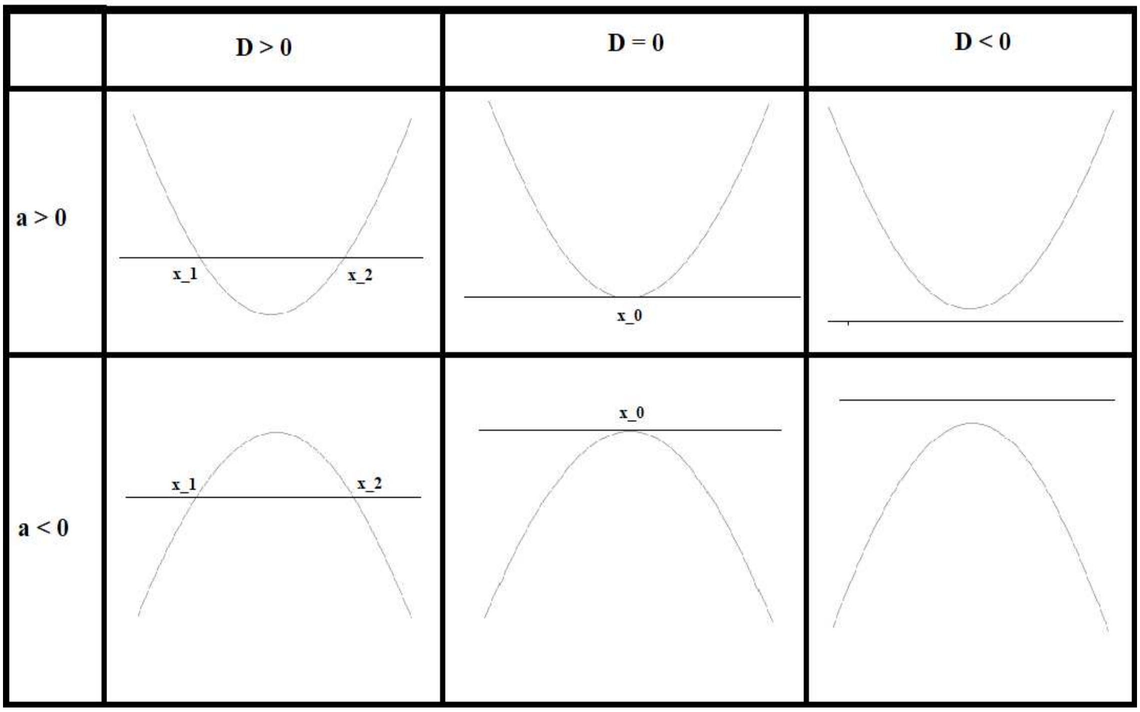
Gyakran az $y = ax^2$ függvény kifejezés helyett az $y = ax^2$ parabola kifejezést használjuk.[1]



0 < k < 1 **k > 1**

3. ábra.

Másodfokú függvény grafikonjának helyzete az abszcisszatengelyhez viszonyítva



4. ábra.

Az alábbi táblázatban foglaltjuk össze az $y = ax^2, a \neq 0$ függvény tulajdonságait.[1]

Ábrázoljuk az $y = f(x) + a$ és az $y = f(x + a)$ függvény grafikonját az $y = f(x)$ függvény grafikonjából.[1]

Megmutatjuk, hogy az $y = x^2 + 2$ függvény grafikonja megkaphatjuk az $y = x^2$ függvény grafikonjából![1]

Készítsünk értéktáblázatot mind a két függvényhez azonos argumentum értékekre![1]

A táblázat azt szemlélteti, hogy az $y = x^2$ függvény minden $(x_0; y_0)$ pontjának az $y = x^2 + 2$ függvény grafikonjának egyetlen $(x_0; y_0 + 2)$ koordinátájú pontja felel meg. Az $y = x^2 + 2$

Tulajdonság	a > 0	a < 0
Értelmezési tartomány	(-∞; +∞)	(-∞; +∞)
Értékkészlet	[0; +∞)	(-∞; 0]
Zérushely	x=0	x=0
Állandó előjelű	y > 0 a (-∞; 0) és (0; +∞)	y < 0 a (-∞; 0) és (0; +∞)
Növekvő	[0; +∞)	(-∞; 0]
Csökkenő	(-∞; 0]	[0; +∞)

5. ábra.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9
$y = x^2 + 2$	11	6	3	2	3	6	11

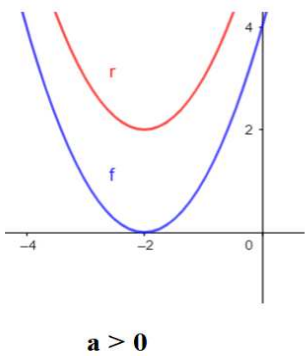
6. ábra.

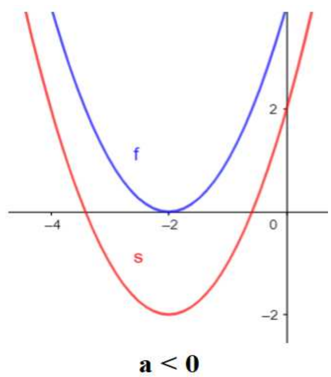
függvény minden $(x_1; y_1)$ pontjának pedig az $y = x^2$ függvény grafikonjának egyetlen $(x_1; y_1 - 2)$ koordinátájú pontja felel meg. Tehát, az $y = x^2 + 2$ függvény grafikonjának minden pontját megkaphatjuk, ha az $y = x^2$ függvény valamennyi pontját kicseréljük ugyanolyan abszcisszájú, de kettővel nagyobb ordinátájú pontra.[1]

Úgy is fogalmazhatunk, hogy az $y = x^2 + 2$ függvény grafikonját megkaphatjuk az $y = x^2$ függvény grafikonját párhuzamos eltolással eltoljuk az y tengely mentén 2 egységgel felfelé.[1]

Hassolóképpen, az $y = x^2 - 2$ függvény grafikonját megkapjuk az $y = x^2$ függvény grafikonjából párhuzamos eltolással eltoljuk az y tengely mentén 2 egységgel lefelé.

Ezek a példák azt mutatják, hogy az $y = f(x) + a$ függvény grafikonja megkapható az $y = f(x)$ függvény grafikonjából.[1]





7. ábra.

Definició: Az $y = f(x) + a$ megkapható az $y = f(x)$ függvény grafikonjából párhuzamos eltolással eltoljuk az y tengely mentén a egységgel felfelé, ha $a > 0$ és lefelé, ha $a < 0$.[1]

Megmutatjuk, hogyan kaphatjuk meg az $y = (x+2)^2$ függvény grafikonját az $y = x^2$ függvény grafikonjából.[1]

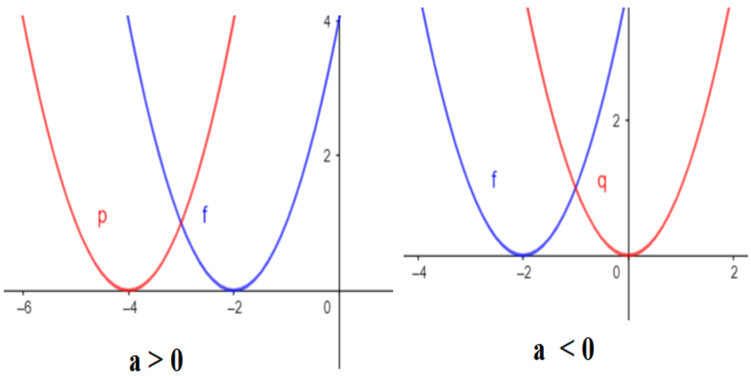
Vegyük az $(x_0; y_0)$ pontot, amely illeszkedik az $y = x^2$ függvény grafikonjára, tehát $x_0^2 = y_0$. Bebizonyítsuk, hogy ebben az esetben az $(x_0 - 2; y_0)$ koordinátájú pont illeszkedik az $y = (x+2)^2$ függvény grafikonjára. Határozzuk meg ennek a függvénynek a helyettesítési értékét az $x_0 - 2$ helyen! Azt kapjuk, hogy $\Big((x_0-2)+2\Big)^2 = x_0^2 = y$. Tehát az $y = x^2$ függvény minden $(x_0; y_0)$ pontjának az $y = (x+2)^2$ függvény grafikonjának egyetlen $(x_0 - 2; y_0)$ koordinátájú pontja felel meg.[1]

Ezért az $y = (x+2)^2$ függvény grafikonjának minden pontját megkaphatjuk, ha az $y = x^2$ függvény grafikonját párhuzamos eltolással eltoljuk az x tengely mentén 2 egységgel balra.[1]

Megmutatjuk, hogyan kaphatjuk meg az $y = (x-2)^2$ függvény grafikonját az $y = x^2$ függvény grafikonjából.[1]

Könnyen belátható, hogy az $y = x^2$ függvény minden $(x_0; y_0)$ pontjának az $y = (x-2)^2$ függvény grafikonjának egyetlen $(x_0 + 2; y_0)$ koordinátájú pontja felel meg, és az $y = (x-2)^2$ függvény minden $(x_1; y_1)$ pontjának az $y = x^2$ függvény grafikonjának egyetlen $(x_1 - 2; y_1)$ koordinátájú pontja felel meg. Tehát, az $y = (x-2)^2$ függvény grafikonját megkaphatjuk az $y = x^2$ függvény grafikonyát párhuzamos eltolással az x tengely mentén 2 egységgel jobbra.[1]

Ezek a példák az mutatják, hogy az $y = f(x+a)$ függvény grafikonja megkapható az $y = f(x)$ függvény grafikonjából.[1]



8. ábra.

Definició: Az $y = f(x+a)$ megkapható az $y = f(x)$ függvény grafikonjából párhuzamos eltolással az x tengely mentén a egységgel balra, ha $a > 0$ és jobbra, ha $a < 0$.[1]

4. Összehasonlító elemzés

Az összehasonlító elemzéshez a következő iskolák diákjait választottam:

1. Perfalvai Református Líceum 9.- valamint 10. osztályát
2. Akli hegyi Oktatási - Nevelési Központ 9. osztályát
3. Tiszabökényi Gimnázium 9. osztályát
4. Munkácsi Szent István Líceum 10. osztályát

Ahogy megfigyelhető az iskolák felsorolásában két állami általános iskolát és két egyházi iskolát választottam.

A vizsgálatom két célja volt:

1. a kilencedikesek eredményének összehasonlítása, hogy melyik iskolában, hogy sikerül elsajátítani az adott témát
2. a tízedikeseknél pedig azt vizsgáltam, hogy mennyire emlékeznek az elmúlt évben elsajátított tananyagra

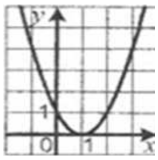
Feladat lap

Iskola:

Osztály:

1. rész

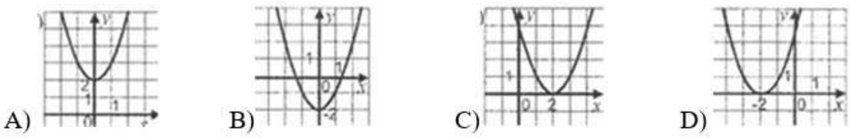
1.1. Melyik függvény grafikonja van ábrázolva a rajzon?



9. ábra.

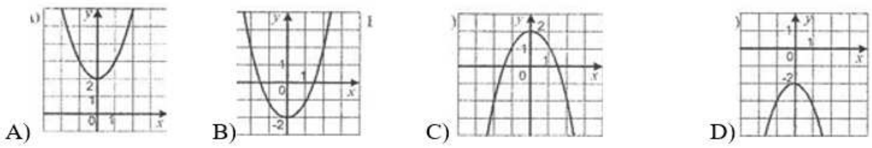
$A) y = x^2 - 1; B) y = x^2 + 1; C) y = (x+1)^2; D) y = (x-1)^2.$

1.2. Melyik rajzon van ábrázolva az $y = x^2 - 2$ függvény grafikonja?



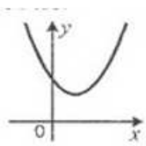
10. ábra.

1.3. Melyik rajzon látható az $y = -x^2 + 2$ függvény grafikonja?



11. ábra.

1.4. A rajzon az $y = ax^2 + bx + c$ másodfokú függvény grafikonja látható. D - a négyzetes háromtag diszkriminánsa. Válaszd ki a helyes választ!



12. ábra.

$A)a > 0, c > 0, D > 0; B)a < 0, c < 0, D > 0;$

$C)a > 0, c > 0, D < 0; D)a < 0, c < 0, D < 0.$

2. rész

2.1. Ábrázold az $y = (x+2)^2 + 4$függvényt! A grafikon alapján határozd meg:

1) melyik intervallumon növekvő a függvény;

2) melyik intervallumon csökkenő a függvény;

2.2. Szerkeszd meg az $y = x^2 - 4x + 5$ függvény grafikonját! A grafikon alapján határozd meg:

1) az adott függvény értékkészletét;

2) a függvény növekedésének az intervallumát!

3. rész

3.1. Határozd meg a $3x - y - 2 = 0$ egyenes és az $y = 3x^2 + 8x - 4$ parabola metszéspontjainak koordinátáit!

5. A 9.- és a 10. osztály összehasonlítása

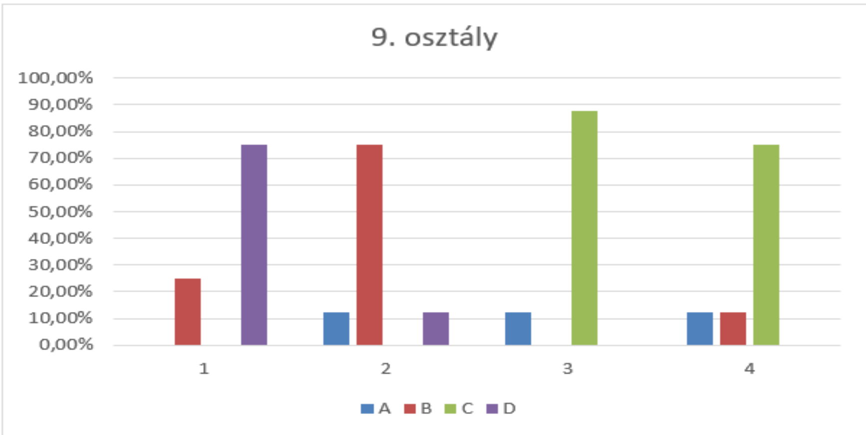
A szakdolgozatom a másodfokú polinom grafikonjának vizsgálatáról szól. Amelynek egy felmérő dolgozatott írattam meg több iskola 9. illetve 10. osztályos tanulóival. Ennek az volt a célja hogy felmérje menyire tudják alkalmazni azt amit a másodfokú polinomról tanultak.

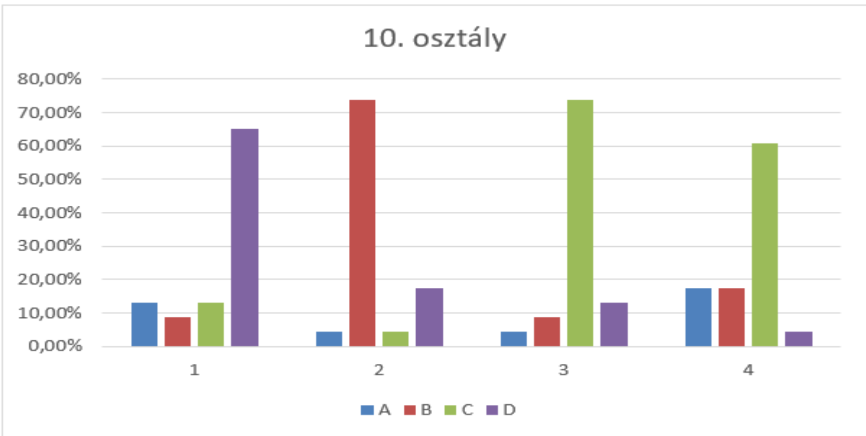
A továbbiakban ennek az elemzésével fogok foglalkozni.

Elsőnek a 9. és 10. osztály összehasonlítását fogom elvégezni az első 4 tesztes feladat alapján.

Ezekben a feladatokban a függvény különböző eltolásai figyelhetőek meg mind az x mind az y tengely mentén.

A következő diagramokon látható feladatok sorszámának valamint az adott feladatra írt válaszoknak a diagramja.





13. ábra.

A megoldások a következőek:

1. 1-ő feladatra a "D" volt a helyes válasz, amelyet lila színnel jelöltem a diagramon

2. 2-s feladatra a "B" volt a helyes válasz, amelyet piros színnel jelöltem a diagramon

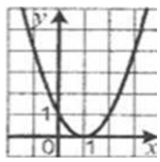
3. 3-s feladatra a "C" volt a helyes válasz, amelyet zöld színnel jelöltem a diagramon

4. 4-s feladatra a "C" volt a helyes válasz, amelyet zöld színnel jelöltem a diagramon

A diagramokról látszik, hogy a kitöltők száma nem egyezik meg ezért, hogy könnyebb legyen összehasonlítani az eredményeket alakítsuk át százalékos alakba.

Ha elvégeztük az átalakítást akkor azt kapjuk, hogy az első feladatban a kilencedikesek 75 százaléka helyes választ adott míg 25 százaléka adott rossz választ. A tízedikesek 65,21 százaléka adott helyes választ míg 34,77 százaléka helytelen választ adott.

Az első feladatban egy grafikon alapján kellet meghatározni a függvényt. Amely a következők képen nézett ki.



14. ábra.

A lehetséges válaszok a következők voltak:

$A)y = x^2 - 1; B)y = x^2 + 1; C)y = (x + 1)^2; D)y = (x - 1)^2.$

A helyes megoldás a D volt mint azt már fentebb említetem.

A kilencedikesek 25 százaléka rosszul a B-t jelölte meg. Itt valószínű, hogy összekeverték, hogy a grafikont mikor toljuk el vízszintesen és mikor toljuk el függőlegesen. És e miatt gondolhatták ha a grafikon az eredeti állapotától egy egységgel jobbra van eltolva akkor csak egyszerűen hozzá kell adni egyet a függvényhez. Itt megfigyelhető hogy mindenkinek ugyan az a hibája volt.

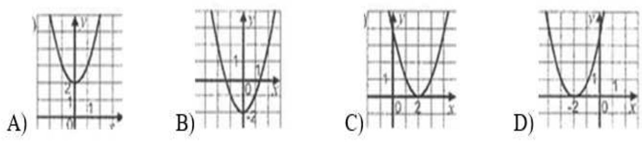
A tízedikesek 13,04 százaléka rosszul az A-t jelülte meg. Ha megnézzük az A választ akkor látható hogy itt tudták az adott diákok, hogy megkapják ezt a grafikont ahhoz az eredeti parabolából egy egységgel jobbra kell tolni. Azonban arról megfeledkeztek, hogy melyik eltolásnál hogyan változik a függvény.

13,04 százaléka a C-t jelölte meg. Ha megnézzük a C választ akkor látható, hogy azok a diákok akik ezt jelölték be tisztában voltak azzal, hogy mikor toljuk el a parabolát vízszintesem, Viszont összekeverték, hogy mikor toljuk el jobbra és mikor toljuk el balra.

8,69 százaléka a B-t jelölte meg. Ha megnézzük a B választ akkor látható, hogy valószínű ugyan az a probléma áll fent mint a kilencedikeseknél. A második feladatban meg volt adva a függvény és felkellet ismerni a grafikonját.

A következő függvény volt megadva:

$y = x^2 - 2$



15. ábra.

A kilencedikesek közül 75 százaléka helyes választ adott míg 25 százaléka helytelent. A tízedikesek közül 73,91 százaléka adott helyes választ míg 26,07 százaléka adott helytelen választ.

Elsőnek elemezzük a kilencedikesek válaszait. 12,5 százaléka az A-t jelölte meg. Ha megnézzük az A válasznál lévő grafikont akkor látható, hogy aki ezt a választ adta tisztában volt vele, hogy ha a teljes függvényből vonunk ki egy számot akkor az az eredeti függvényhez képest függőlegesen lesz eltolva. Azonban összekeverte, hogy mikor toljuk fel- és mikor toljuk lefelé a grafikont.

12,5 százaléka a D-t jelölte meg. Ha megnézzük a D választ akkor látható, hogy az a diák aki ezt a választ adta összekeverte, hogy a grafikont mikor toljuk el vízszintesen és mikor toljuk el függőlegesen. Valamint levonható a válaszából az a következtetés is, hogy azzal sincs tisztában melyik esetben toljuk el a grafikont jobbra illetve balra.

A tízedikesek közül 17,39 százaléka D-t jelülte meg. Azok a diákok akik a D választ jelölték valószínű nincsenek tisztábba azzal, hogy mikor toljuk el a grafikont függőlegesen illetve vízszintesen.

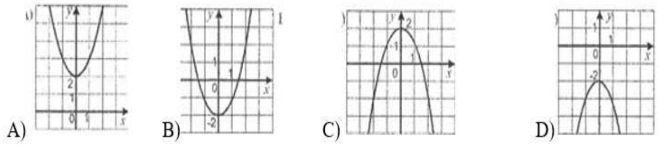
4,34 százaléka az A-t jelölte meg. Ebből az a következtetés vonható le, hogy ugyan tudta az adott diák, hogy függőleges eltolás kell elvégezni. De azzal már nem volt tisztában, hogy mikor kell fel- illetve lefelé eltolni a görbét.

4,34 százaléka a C-t jelölte meg. Ha megnézzük a C választ akkor az a következtetés vonható le az adott diák összekeverte, hogy mikor kell a görbét függőlegesen illetve vízszintesen eltolni.

A harmadik feladatban ugyan azt kellet csinálni mint a másodikban csak más függvénnyel.

A következő függvény volt megadva:

$y = \breve{}x^2 + 2$



16. ábra.

A kilencedikesek 87,5 százaléka helyes választ adta míg 12,5 százaléka adott rossz választ.

A tízedikesek 73,91 százaléka adott helyes választ míg 26,07 százaléka rossz választ adott.

Elemezzük elsőnek a kilencedikesek hibáját. 12,5 százaléka jelölte az A választ ami jó válasz is lehetne ha az x^2-s tag előtt nem lenne egy negatív együttható. Azonban mivel itt az $a < 0$ az azt jelenti, hogy a parabola szárai lefelé fognak mutatni.

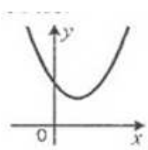
A tízedikesek közül 4,34 százaléka jelölte az A választ. Itt ugyan az a következtetés vonható le mint a kilencedikeseknél.

8,69 százaléka jelölte a B választ. Ha megnézzük a B választ akkor látható, hogy ez egy teljes mértékben rossz válasz.

13,04 százaléka jelölte a D választ. Azok akik ezt a választ jelölték figyelembe vették, hogy x^2-s tag előtti együttható negatív ezáltal a parabola szárai lefelé fognak nézni. Azonban látható, hogy mikor toljuk fel- valamit lefelé azt összekeverték.

A negyedik feladat megoldásához tudni kellet, hogy mit határoz meg a diszkrimináns, a szabadtag valamint a x^2-s tag együtthatója hogyan határozza meg, hogy a görbe szárai milyen irányba mutatnak.

Adott volt egy ábra:



17. ábra.

$A)a > 0, c > 0, D > 0; B)a < 0, c < 0, D > 0; C)a > 0, c > 0, D < 0; D)a < 0, c < 0, D < 0.$

Erre a feladatra a kilencedikesek 75 százaléka adott helyes választ míg 25 százaléka helytelen választ adott.

A tízedikesek 60,86 adott helyes választ míg 39,12 százaléka adott helytelen választ.

Elemezzük ki a kilencedikesek válaszait.

12,5 százaléka az A választ jelölte. Ha megnézzük az A választ akkor látható, hogy az a pozitív mivel a parabola szárai felfelé mutatnak. A c szintén pozitív mivel a grafikon pozitív értekénél metszi az y tengelyt eddig minden helyes. Azonban a diszkrimináns az A válaszban nagyobb mint nulla ami azt jelenti hogy a grafikonnak két pontban kellene metszenie az x tengelyt. Viszont ha megnézzük az ábrát akkor látható, hogy ez a feltétel nem teljesül.

12,5 százaléka a B választ jelölte. Ha megnézzük a B választ és felhasználjuk az előző magyarázatott akkor látható, hogy ennek a válasznak semmilyen része nem egyezik meg az ábrán láthatóval.

A tízedikesek közül 17,39 százaléka jelölte az A választ. Ha megnézzük az A választ akkor látható, hogy az a pozitív mivel a parabola szárai felfelé mutatnak. A c szintén pozitív mivel a grafikon pozitív értekénél metszi az y tengelyt eddig minden helyes. Azonban a diszkrimináns az A válaszban nagyobb mint nulla ami azt jelenti hogy a grafikonnak két pontban kellene metszenie az x tengelyt. Viszont ha megnézzük az ábrát akkor látható, hogy ez a feltétel nem teljesül.

17,39 százaléka jelölte a B választ. Ha megnézzük a B választ és felhasználjuk az előző magyarázatott akkor látható, hogy ennek a válasznak semmilyen része nem egyezik meg az ábrán láthatóval.

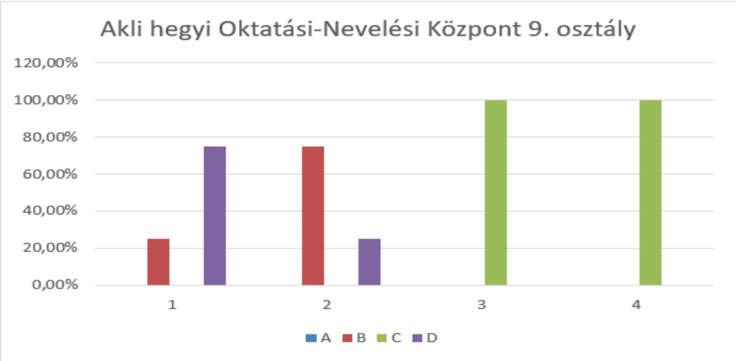
4,34 százaléka a D választ jelölte meg. Ha megnézzük a D választ akkor látható, hogy az a válasz csak a diszkrimináns értékében egyezik meg az ábrán láthatóval.

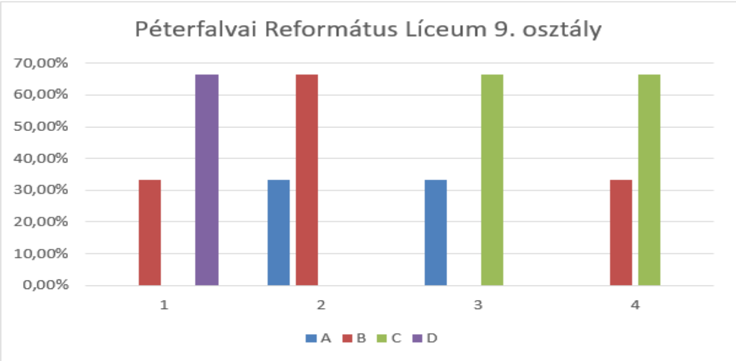
Ha átlagot vonunk a helyes válaszok százalékából akkor a következő adatokat kapnánk: a kilencedikesek 78,13 százalékban adtak helyes választ, a tízedikesek 68,47 százalékban adtak helyes választ.

Ebből az következik, hogy a kilencedikesek közzel 10 százalékkal jobban teljesítetek a felmérés alapján mint a tízedikesek.

6. A 9. osztály eredményeinek összehasonlítása egy állami és egy egyházi iskolában

Az Akli hegyi Oktatási - Nevelési Központ és a Péterfalvai Református Líceum diákjainak eredményét fogom összehasonlítani.





18. ábra.

1. 1-ő feladatra a "D" volt a helyes válasz, amelyet lila színnel jelöltem a diagramon
2. 2-s feladatra a "B" volt a helyes válasz, amelyet piros színnel jelöltem a diagramon
3. 3-s feladatra a "C" volt a helyes válasz, amelyet zöld színnel jelöltem a diagramon
4. 4-s feladatra a "C" volt a helyes válasz, amelyet zöld színnel jelöltem a diagramon

Hogy jobban összetudjuk hasonlítani a diákok eredményeit alakítsuk át százalékos alakba. Ha elvégeztük az átalakítást akkor a következő eredményeket kaptuk.
A Péterfalvai Református Líceum diákjai a következő eredményeket érték el:

1. Az első feladatra 66,66 százaléka adott helyes választ míg 33,33 százaléka helytelen megoldást adott.

2. Az második feladatra 66,66 százaléka adott helyes választ míg 33,33 százaléka helytelen megoldást adott.

3. Az harmadik feladatra 66,66 százaléka adott helyes választ míg 33,33 százaléka helytelen megoldást adott.

4. Az negyedik feladatra 66,66 százaléka adott helyes választ míg 33,33 százaléka helytelen megoldást adott.

Az Akli hegyi Oktatási - Nevelési Központ diákjai a következő eredményeket érték el:

1. Az első feladatra 75 százaléka adott helyes választ míg 25 százaléka helytelen megoldást adott.

2. Az második feladatra 75 százaléka adott helyes választ míg 25 százaléka helytelen megoldást adott.

3. Az harmadik feladatra 100 százaléka adott helyes választ adott.

4. Az negyedik feladatra 100 százaléka adott helyes választ adott.

Ha átlagot vonunk az eredményekből akkor azt kapjuk:

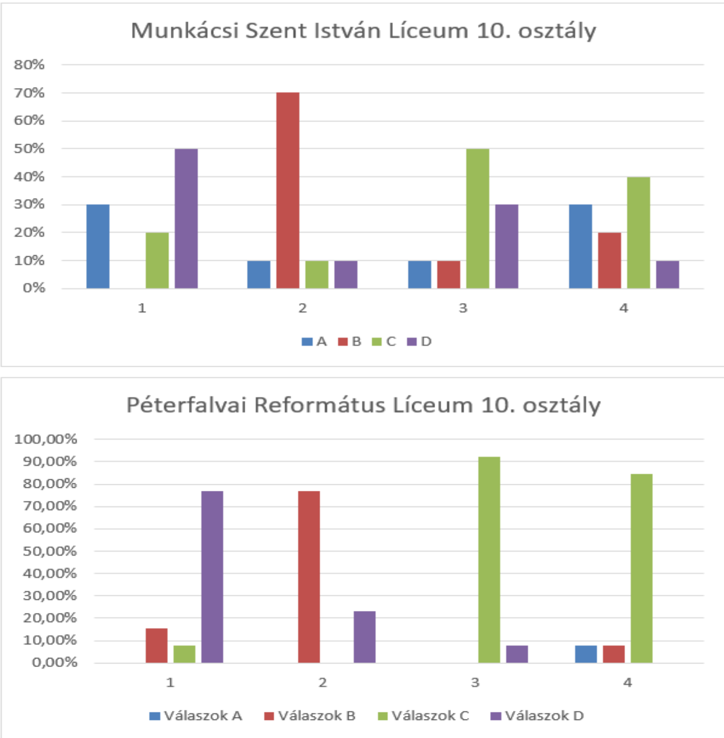
1. A Péterfalvai Református Líceum diákjai átlagosan 66,66 százaléka adott helyes választ.

2. Az Akli hegyi Oktatási - Nevelési Központ diákjai átlagosan 87,5 százaléka adott helyes választ.

Ebből azt a következtetést tudjuk levonni, hogy az Akli hegyi Oktatási - Nevelési Központ diákjai 20,84 százalékkal jobb eredményt értek el.

7. A 10. osztályosok eredményeinek összehasonlítása két egyházi iskolában

Az Péterfalvai Református Líceum és a Munkácsi Szent István Líceum diákjainak eredményét fogom összehasonlítani.



19. ábra.

1. 1-ő feladatra a "D" volt a helyes válasz, amelyet lila színnel jelöltem a diagramon
2. 2-s feladatra a "B" volt a helyes válasz, amelyet piros színnel jelöltem a diagramon
3. 3-s feladatra a "C" volt a helyes válasz, amelyet zöld színnel jelöltem a diagramon
4. 4-s feladatra a "C" volt a helyes válasz, amelyet zöld színnel jelöltem a diagramon

Hogy jobban összetudjuk hasonlítani a diákok eredményeit alakítsuk át százalékos alakba. Ha elvégeztük az átalakítást akkor a következő eredményeket kaptuk.
A Péterfalvai Református Líceum diákjai a következő eredményeket érték el:

1. Az első feladatra 76,92 százaléka adott helyes választ míg 23,07 százaléka helytelen megoldást adott.

2. Az második feladatra 76,92 százaléka adott helyes választ míg 23,07 százaléka helytelen megoldást adott.
3. Az harmadik feladatra 92,3 százaléka adott helyes választ míg 7,69 százaléka helytelen megoldást adott.
4. Az negyedik feladatra 84,61 százaléka adott helyes választ míg 15,38 százaléka helytelen megoldást adott.

Az Munkácsi Szent István Líceum diákjai a következő eredményeket érték el:

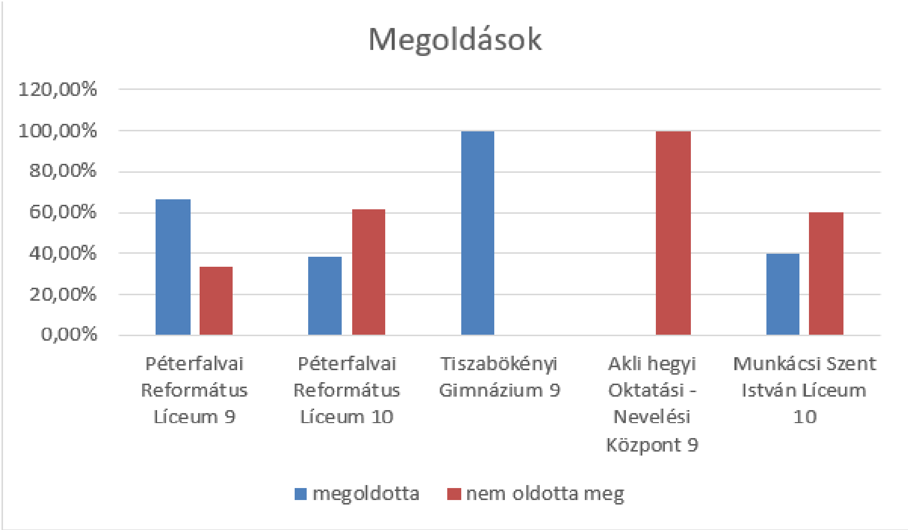
1. Az első feladatra 50 százaléka adott helyes választ míg 50 százaléka helytelen megoldást adott.
2. Az második feladatra 70 százaléka adott helyes választ míg 30 százaléka helytelen megoldást adott.
3. Az harmadik feladatra 50 százaléka adott helyes választ míg 50 százaléka helytelen megoldást adott.
4. Az negyedik feladatra 40 százaléka adott helyes választ míg 60 százaléka helytelen megoldást adott.

Ha átlagot vonunk az eredményekből akkor azt kapjuk:

1. A Péterfalvai Református Líceum diákjai átlagosan 82,68 százaléka adott helyes választ.
2. Az Munkácsi Szent István Líceum diákjai átlagosan 52,5 százaléka adott helyes választ.

Ebből azt a következtetést tudjuk levonni, hogy az Péterfalvai Református Líceum diákjai 30,18 százalékkal jobb eredményt értek el.

8. A Kidolgozós feladatok elemzése



20. ábra.

Az alábbi diagramon látható, hogy hány diák oldotta meg a kidolgozós feladatokat illetve hányan nem oldották meg.

Alakítsuk át százalékos alakba a számokat és hasonlítsuk össze őket.

Az átalakítás után a következő eredményeket kaptuk:

1. A Péterfalvai Református Líceum kilencedik osztályos diákjainak 66,66 százaléka oldotta meg míg 33,33 százaléka nem oldotta meg a kidolgozós feladatokat.

2. A Péterfalvai Református Líceum tízedik osztályos diákjainak 38,46 százaléka oldotta meg míg 61,53 százaléka nem oldotta meg a kidolgozós feladatokat.

3. A Munkácsi Szent István Líceum tízedik osztályos diákjainak 40 százaléka oldotta meg míg 60 százaléka nem oldotta meg a kidolgozós feladatokat.

4. Az Akli hegyi Oktatási - Nevelési Központ kilencedik osztályos diákjainak 100 százaléka nem oldotta meg a kidolgozós feladatokat.

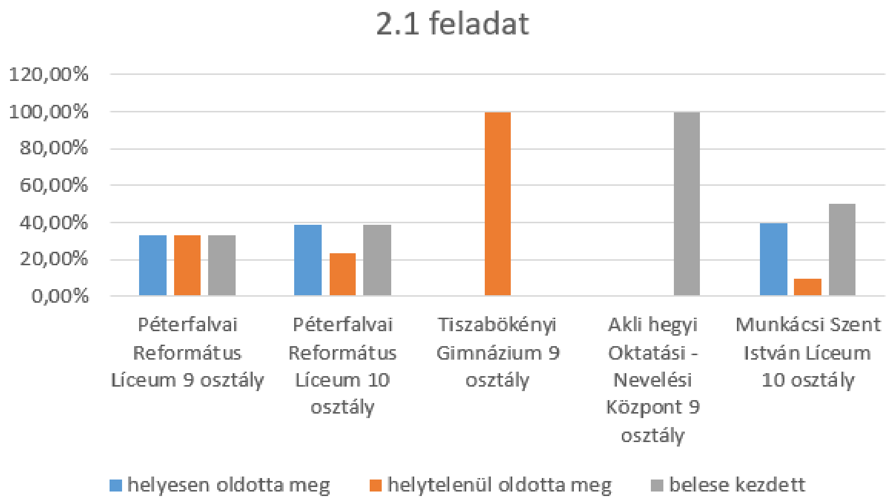
5. A Tiszabökényi Gimnázium kilencedik osztályos diákjainak 100 százaléka oldotta meg a kidolgozós feladatokat.

Majd miután megkaptuk a százalékokat vonjunk belőlük átlagot. Akkor a következőket kapjuk:

1. Átlagosan a diákok 49,02 százaléka oldotta meg a feladatokat.

2. Átlagosan a diákok 50,77 százaléka nem oldotta meg a feladatokat.

A továbbiakban elemezzük egyenként a feladatokat.



21. ábra.

Az alábbi diagramon látható, hogy hány diák oldotta meg a 2.1-s feladat, hányan nem oldották meg helyesen illetve, hogy hány diák volt aki el sem kezdte a feladatott. Alakítsuk át százalékos alakba a számokat és hasonlítsuk össze őket.

Az átalakítás után a következő eredményeket kaptuk:

1. A Péterfalvai Református Líceum kilencedik osztályos diákjainak 33,33 százaléka helyesen oldotta meg míg 33,33 százaléka nem oldotta meg helyesen és 33,33 százaléka el sem kezdte a feladatott.

2. A Péterfalvai Református Líceum tízedik osztályos diákjainak 38,46 százaléka helyesen oldotta meg míg 23,07 százaléka nem oldotta meg helyesen és 38,46 százaléka el sem kezdte a feladatott.

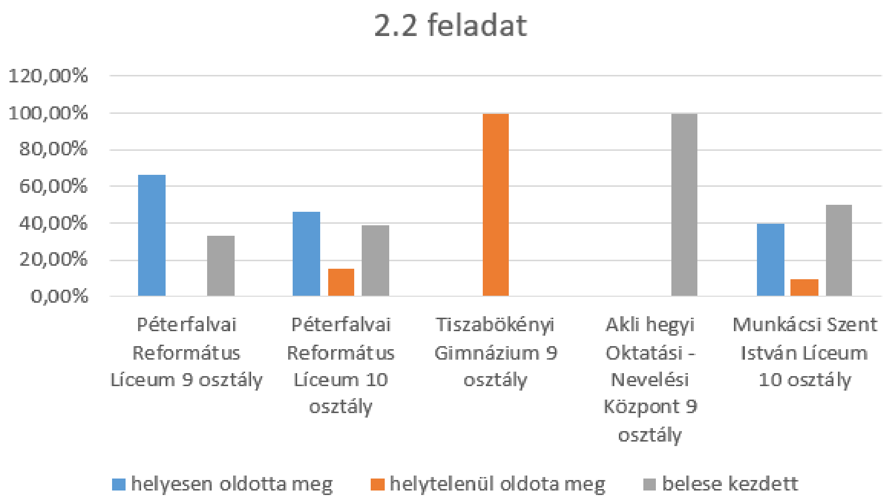
3. A Munkácsi Szent István Líceum tízedik osztályos diákjainak 40 százaléka helyesen oldotta meg míg 10 százaléka nem oldotta meg helyesen és 50 százaléka el sem kezdte a feladatott.

4. Az Akli hegyi Oktatási - Nevelési Központ kilencedik osztályos diákjainak 100 százaléka el sem kezdte a feladatott.

5. A Tiszabökényi Gimnázium kilencedik osztályos diákjainak 100 százaléka helytelenül oldotta meg a feladatott.

Majd miután megkaptuk a százalékokat vonjunk belőlük átlagot. Akkor a következőket kapjuk:

1. Átlagosan a diákok 22,36 százaléka oldotta meg helyesen a feladatott.
2. Átlagosan a diákok 33,28 százaléka nem oldotta meg helyesen a feladatott.
3. Átlagosan a diákok 44,35 százaléka el sem kezdte a feladatott.



22. ábra.

Az alábbi diagramon látható, hogy hány diák oldotta meg a 2.2-s feladat, hányan nem oldották meg helyesen illetve, hogy hány diák volt aki el sem kezdte a feladatott. Alakítsuk át százalékos alakba a számokat és hasonlítsuk össze őket.

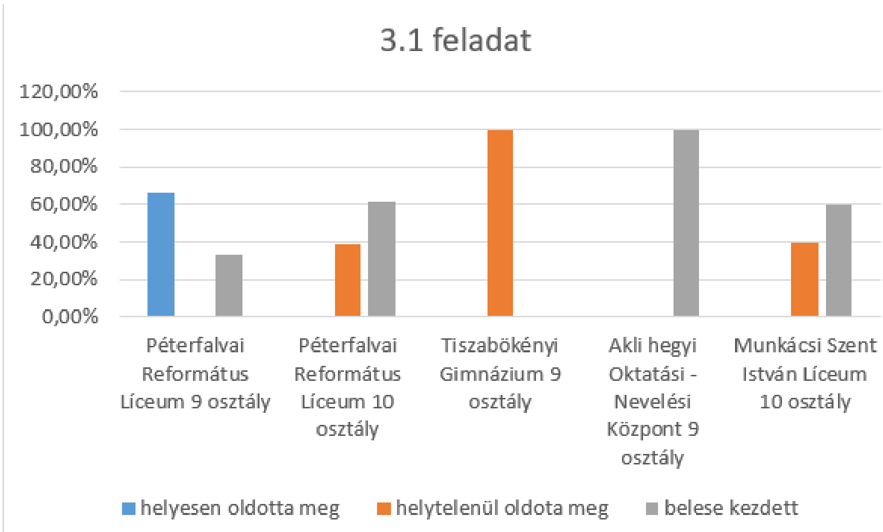
Az átalakítás után a következő eredményeket kaptuk:

1. A Péterfalvai Református Líceum kilencedik osztályos diákjainak 66,66 százaléka helyesen oldotta meg míg 33,33 százaléka el sem kezdte a feladatott.
2. A Péterfalvai Református Líceum tízedik osztályos diákjainak 46,15 százaléka helyesen oldotta meg míg 15,38 százaléka nem oldotta meg helyesen és 38,46 százaléka el sem kezdte a feladatott.
3. A Munkácsi Szent István Líceum tízedik osztályos diákjainak 40 százaléka helyesen oldotta meg míg 10 százaléka nem oldotta meg helyesen és 50 százaléka el sem kezdte a feladatott.
4. Az Akli hegyi Oktatási - Nevelési Központ kilencedik osztályos diákjainak 100 százaléka el sem kezdte a feladatott.

5. A Tiszabökényi Gimnázium kilencedik osztályos diákjainak 100 százaléka helytelenül oldotta meg a feladatott.

Majd miután megkaptuk a százalékokat vonjunk belőlük átlagot. Akkor a következőket kapjuk:

1. Átlagosan a diákok 30,56 százaléka oldotta meg helyesen a feladatott.
2. Átlagosan a diákok 25,07 százaléka nem oldotta meg helyesen a feladatott.
3. Átlagosan a diákok 44,35 százaléka el sem kezdte a feladatott.



23. ábra.

Az alábbi diagramon látható, hogy hány diák oldotta meg a 2.2-s feladat, hányan nem oldották meg helyesen illetve, hogy hány diák volt aki el sem kezdte a feladatott. Alakítsuk át százalékos alakba a számokat és hasonlítsuk össze őket.

Az átalakítás után a következő eredményeket kaptuk:

1. A Péterfalvai Református Líceum kilencedik osztályos diákjainak 66,66 százaléka helyesen oldotta meg míg 33,33 százaléka el sem kezdte a feladatott.
2. A Péterfalvai Református Líceum tízedik osztályos diákjainak 38,46 százaléka nem oldotta meg helyesen és 61,53 százaléka el sem kezdte a feladatott.
3. A Munkácsi Szent István Líceum tízedik osztályos diákjainak 40 százaléka nem oldotta meg helyesen és 60 százaléka el sem kezdte a feladatott.

4. Az Akli hegyi Oktatási - Nevelési Központ kilencedik osztályos diákjainak 100 százaléka el sem kezdte a feladatott.

5. A Tiszabökényi Gimnázium kilencedik osztályos diákjainak 100 százaléka helytelenül oldotta meg a feladatott.

Majd miután megkaptuk a százalékokat vonjunk belőlük átlagot. Akkor a következőket kapjuk:

1. Átlagosan a diákok 13,33 százaléka oldotta meg helyesen a feladatott.

2. Átlagosan a diákok 35,69 százaléka nem oldotta meg helyesen a feladatott.

3. Átlagosan a diákok 50,97 százaléka el sem kezdte a feladatott

9. Részpontozott munkák elemzése

Ha megnézzük a 2.1-s feladat részpontozott munkáit akkor két szembetűnő hibát fedezhetünk fel:

1. az adatok helytelen leolvasása a grafikonról
2. a függvény helytelen ábrázolása

Az adatok helytelen leolvasása a grafikonról, mit is takar ez a mi esetőnkben? A mi esetünkben itt arról van szó, hogy a diákok nem a helyes irányban olvasták le a növekedés- illetve a csökkenés intervallumát. Helytelenül jobbról balra olvasták le ahelyett, hogy balról jobbra tették volna.

Azonban itt közre játszhatott még az is, hogy összekeverték melyik alpont melyiket kérte és emiatt is adhattak helytelen választ.

A függvény helytelen ábrázolása már egy komplexebb hiba. Ebben a feladatban egyszerre kellet a függvényt vízszintesen illetve függőlegesen eltolni. Azok a diákok akik részpontot szereztek de a függvény eltolásában hibáztak, azért szerezhetek pontot mert a növekedés- illetve a csökkenés intervallumára nincs hatással, hogy helyesen van e elvégezve a transzformáció az y tengely mentén.

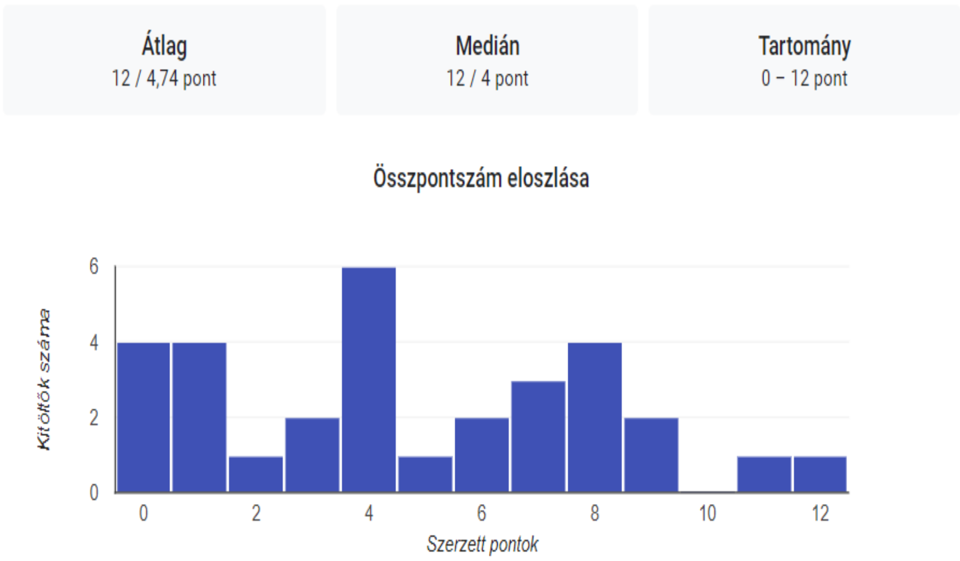
A 2.2-s feladatban ugyan azok a hibák figyelhetőek meg mint az előző 2.1-s feladatban.

A 3.1-s feladatban csak azok a diákok kaptak részpontozást akik csak a megoldást küldték be.

A többi diáknak úgy próbálta megoldani a feladatott, hogy elkezdték megtalálni a másodfokú polinom gyökeit és itt abba is hagyták a megoldást. Volt aki azzal próbálkozott, hogy megszerkesztette mind a két függvényt és arról próbálta leolvasni a megoldást.

10. Összpontszám

Az alábbi diagramon megfigyelhető az összpontszám eloszlása a kitöltések száma és a szerzett pontok alapján.



24. ábra.

11. Összegzés

A munkám során sikeresen feltudtam dolgozni az elméleti anyagot. Az összehasonlító elemzésnél kicsit megnehezítette a munkám a karantén intézkedések amely által nem tudtam személyesen megíratni a felmérő dolgozatot a diákokkal. Végül sikerült elektronikus úton megíratni.

A dolgozatok kijavítása után elkezdhetem kielemezni, hogy milyen hibákat vétetek a diákok. Ezek után elvégezhetem az iskolák illetve az osztályok eredményeinek az összehasonlítását. Az összehasonlítás után pedig letudtam vonni az eredményeket.

12. Irodalomjegyzék

Hivatkozások

[1] https://kmksz.com.ua/wp-content/uploads/2017/11/Algebra-A.-H.-Merzljak-2017.pdf

[2] https://tudasbazis.sulinet.hu/hu/matematika/matematika/matematika-10-osztaly/masodfoku-egyenlotlensegek/a-masodfoku-fuggvenyek-grafikonjainak-osztalyozasa

[3] https://www.nkp.hu/tankonyv/matematika_10_1/lecke_04_029

Ábrák jegyzéke

Резюме

Під час своєї роботи я успішно освоїв теоретичний матеріал. У порівняльному аналізі карантинні заходи ускладнили мою роботу, тому що, я не зміг особисто написати оціночну роботу з учнями. Але не завадило написати її в електронній формі. Після виправлення оціночної роботи, я почав аналізувати помилки, які допустили учні. Після цього вдалося порівняти результати робіт між школами, та класами. Завдяки цим порівнянням, я підвів висновки.

UNICHECK

Ім'я користувача:
Моца Андрій Андрійович

ID перевірки:
1007785642

Дата перевірки:
09.05.2021 00:28:10 EEST

Тип перевірки:
Doc vs Internet

Дата звіту:
09.05.2021 01:00:42 EEST

ID користувача:
100006701

Назва документа: Udud_Sándor_A-MÁSODFOKÚ-POLINOM-GRAFIKONJÁNAK-VIZSGÁLATA

Кількість сторінок: 38 **Кількість слів:** 5743 **Кількість символів:** 38034 **Розмір файлу:** 539.15 KB **ID файлу:** 1007884563

17.7% Схожість

Найбільша схожість: 12.4% з Інтернет-джерелом (https://kmksz.com.ua/wp-content/uploads/2017/11/Algebra-A.-H.-Mer...

17.7% Джерела з Інтернету | 51 .... Сторінка 40

Пошук збігів з Бібліотекою не проводився

0% Цитат

Не знайдено жодних цитат

Не знайдено жодних посилань

0% Вилучень

Немає вилучених джерел

Nyilatkozat

Alulírott, Udud Sándor 014. Középiskolai oktatás (Matematika) képzési program hallgatója, kijelentem, hogy a dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskolán, a Matematikai és Informatika Tanszéken készítettem, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) BSc diploma megszerzése végett.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola könyvtárában a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.