

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАКАРПАТСЬКИЙ УГОРСЬКИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ФЕРЕНЦА РАКОЦІ ІІ

LIMES

Науковий вісник
Закарпатського угорського інституту ім. Ф. Ракоці ІІ

2019
Том VI



Берегове–Ужгород
2019

Науковий вісник «LIMES» засновано у 2014 році та видається за рішенням Вченої ради Закарпатського угорського інституту ім. Ф. Ракоці ІІ. У науковому віснику публікуються наукові статті викладачів та студентів Закарпатського угорського інституту ім. Ф. Ракоці ІІ, а також дослідження українських та іноземних учених угорською, українською та англійською мовами. Цей том «LIMES» об'єднує праці з економіки, математики, інформатики, хімії, географії та суспільствознавства.

**Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації
Серія КВ №20762-10562Р від 08.05.2014 р.**

*Рекомендовано до друку Вченою радою Закарпатського угорського інституту ім. Ф. Ракоці ІІ
(протокол № 7 від 20.12.2019 р.)*

ГОЛОВНИЙ РЕДАКТОР:

Льдіко Орос, кандидат педагогічних наук (кафедра педагогіки та психології, ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ)

ВІДПОВІДАЛЬНИЙ РЕДАКТОР:

Мелінда Орбан та Олександр Добош (Видавничий відділ, ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ)
Вікторія Семйон, кандидат економічних наук та Габор Патакі (кафедра обліку і аудиту, ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ)

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Адальберт Бовді, доктор фізико-математичних наук, професор
(кафедра математики та інформатики, ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ)
Адальберт Рац, доктор філософії з природничих наук, спеціальність «науки про землю: петрологія»
(кафедра історії та суспільних дисциплін, ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ)
Бейла Надь, кандидат біологічних наук, доцент (кафедра біології та хімії, ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ)
Віра Протопопова, доктор біологічних наук, професор (кафедра біології та хімії, ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ)
Золтан-Шандор Варга, доктор біологічних наук, професор-емерит
(кафедра еволюційної зоології та біології людини, Дебреценський університет)
Йосип Молнар, кандидат географічних наук (кафедра географії та туризму, ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ)
Лорант-Денеш Давід, габілітований доктор у галузі «регіональні науки», професор
(Інститут економіки та розвитку регіонів, Університет ім. Святого Іштвана)
Маргарета Кейс, кандидат історичних наук (кафедра філології, ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ)
Марія Ген, кандидат біологічних наук, габілітований доктор у галузі «науки про довкілля»
(кафедра ботаніки, Університет ім. Святого Іштвана)
Олександр Бергхауер, кандидат географічних наук (кафедра географії та туризму, ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ)
Роберт Бачо, доктор економічних наук (кафедра обліку і аудиту, ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ)
Юрій Жигуц, доктор технічних наук, професор (кафедра математики та інформатики, ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ)

ВІДПОВІДАЛЬНИ ЗА ВИПУСК:

Василь Брензович, кандидат історичних наук (Благодійний фонд за ЗУІ)

ТЕХНІЧНЕ РЕДАГУВАННЯ: Олександр Добош

ВЕРСТКА: Вікторія Товтін

КОРЕКТУРА: Льдіко Гріца-Варцаба, Томаш Врabelь, Олександр Кордонець

ОБКЛАДИНКА: Ласло Веждел

УДК: Бібліотечно-інформаційний центр «Опаці Черє Янош» при ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ

За зміст опублікованих статей відповідальність несуть автори.

Друк наукового вісника здійснено за підтримки уряду Угорщини:



Засновник: Благодійний фонд Закарпатського угорського педагогічного інституту (від 2016 року Благодійний фонд За Закарпатський угорський інститут)

Видавництво: Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці ІІ (Адреса: пл. Кошута 6, м. Берегове, 90202. Веб-сторінка: www.kmf.uz.ua Електронна пошта: foiskola@kmf.uz.ua Тел.: (00 380-3141) 4-28-29) та ТОВ «РІК-У» (Адреса: вул. Гагаріна 36, м. Ужгород, 88000. Електронна пошта: print@rik.com.ua)

Поліграфічні послуги: ТОВ «РІК-У»

UKRAJNA OKTATÁSI ÉS TUDOMÁNYOS MINISZTERIUMA
II. RÁKÓCZI FERENC KÁRPÁTALJAI MAGYAR FŐISKOLA

LIMES

A II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola
tudományos évkönyve

2019
VI. évfolyam



Beregszász–Ungvár
2019

A „LIMES” című tudományos évkönyv 2014-ben alapított és a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Tudományos Tanácsának határozata alapján jelenik meg. A tudományos évkönyv a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola tanárainak, hallgatóinak munkáit, valamint ukrainai és külföldi tudósok magyar, ukrán és angol nyelvű tanulmányait adja közre. A „LIMES” jelen kötet a közgazdaság-, matematika-, informatikai, kémiai, föld- és társadalomtudomány különböző területeit öleli fel.

Nyomatott tömeg-tájékoztatói eszközök állami nyilvántartásának igazolása:
széria: KB № 20762-10562P; kiadta: Ukrajna Állami Nyilvántartási Szolgálat 2014.05.08-án.

*Kiadásra javasolta a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Tudományos Tanácsa
(2019.12.20., 7. számú jegyzőkönyv).*

FŐSZERKESZTŐ:

dr. Orosz Ildikó, PhD (Pedagógia és Pszichológia Tanszék, II. RF KMF)

FELELŐS SZERKESZTŐ:

Dobos Sándor és Orbán Melinda (Kiadói Részleg, II. RF KMF)
Szemjon Viktória, a közgazdaság-tudományok kandidátusa és Pataki Gábor (Számvitel és Auditálás Tanszék, II. RF KMF)

SZERKESZTŐBIZOTTSÁG:

dr. Bacsó Róbert, a közgazdaság-tudományok doktora (Számvitel és Auditálás Tanszék, II. RF KMF)
dr. Berghauer Sándor, PhD (Földtudományi és Turizmus Tanszék, II. RF KMF)
prof. dr. Bódi Béla, a fizika- és matematika tudományok doktora (Matematikai és Informatika Tanszék, II. RF KMF)
prof. dr. habil. Dávid Lóránt Dénes (Regionális Gazdaságtani és Vidékfejlesztési Intézet, Szent István Egyetem)
dr. habil. Höhn Mária, a biológiai tudományok kandidátusa (Növénytan Tanszék, Szent István Egyetem)
dr. Kész Margit, PhD (Filológia Tanszék, Magyar Tanszéki Csoport, II. RF KMF)
dr. Molnár József, PhD (Földtudományi és Turizmus Tanszék, II. RF KMF)
dr. Nagy Béla, a biológiai tudományok kandidátusa (Biológia és Kémia Tanszék, II. RF KMF)
prof. dr. Protopopova Vira, a biológiai tudományok doktora (Biológia és Kémia Tanszék, II. RF KMF)
dr. Rác Béla, PhD (Történelem- és Társadalomtudományi Tanszék, II. RF KMF)
prof. dr. Varga Zoltán Sándor, a biológiai tudományok doktora, professor emeritus
(Evolúciós Állattani és Humánbiológiai Tanszék, Debreceni Egyetem)
prof. dr. Zsiguc György, a műszaki tudományok doktora (Matematikai és Informatika Tanszék, II. RF KMF)

A KIADÁSÉRT FELEL:

dr. Brenzovics László, PhD (Kárpátaljai Magyar Főiskoláért Jótékonyági Alapítvány)

Műszaki szerkesztés: Dobos Sándor

Tördelés: Tótin Viktória

Korrektúra: Grica-Varcaba Ildikó, Vrabely Tamás, Kordonec Olekszandr

Borítóterv: Vezsdel László

ETO-besorolás: a II. RF KMF Apáczai Csere János Könyvtára

A közölt tanulmányok tartalmáért a szerzők a felelősek.

A tudományos évkönyv megjelenését Magyarország kormánya támogatta:



Alapító: Kárpátaljai Magyar Tanárképző Főiskola Jótékonyági Alapítványa (2016-tól Kárpátaljai Magyar Főiskoláért Jótékonyági Alapítvány)

Kiadó: a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola (Cím: 90202 Beregszász, Kossuth tér 6. Honlap: www.kmf.uz.ua E-mail: foiskola@kmf.uz.ua Tel.: (00 380-3141) 4-28-29) és a „RIK-U” Kft. (Cím: 88000 Ungvár, Gagarin u. 36. E-mail: print@rik.com.ua)

Nyomdai munkák: „RIK-U” Kft.

© A szerzők, 2019

© A szerkesztők, 2019

ISSN 2411-4081

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE
FERENC RÁKÓCZI II TRANSCARPATHIAN HUNGARIAN COLLEGE OF HIGHER EDUCATION

LIMES

Scientific Bulletin
of Ferenc Rákóczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education

2019
Volume VI



Berehove–Uzhhorod
2019

The scientific bulletin “LIMES” was established in 2014 and is published according to the resolution of the Academic Council of Ferenc Rákóczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education. The scientific bulletin publishes in Hungarian, Ukrainian and English languages students' and teachers' academic studies of Ferenc Rákóczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education, and researchers' academic articles from Ukraine and abroad. The given volume of “LIMES” contains academic studies and articles in Economics, Mathematics, Computer Science, Chemistry, Earth and Social Sciences.

**Certificate of State Registration of Printed Mass Media, Series KB, No. 20762-10562P,
Issued by the State Registration Service of Ukraine on the 8th of May, 2014**

*Recommended to publication by the Academic Council of Ferenc Rákóczi II Transcarpathian
Hungarian College of Higher Education, record No. 7 of December 20, 2019*

EDITOR-IN-CHIEF:

Ildikó Orosz, PhD (Department of Pedagogy and Psychology, Transcarpathian Hungarian College)

MANAGING EDITOR:

Melinda Orbán and Sándor Dobos (Publishing Department, Transcarpathian Hungarian College)

Viktória Szemjon, C.Sc. in Economics and Gábor Pataki (Department of Accounting and Auditing, Transcarpathian Hungarian College)

EDITORIAL BOARD:

Béla Bódi, D.Sc. in Physics and Mathematics, professor

(Department of Mathematics and Computer Science, Transcarpathian Hungarian College)

Béla Nagy, C.Sc. in Biology (Department of Biology and Chemistry, Transcarpathian Hungarian College)

Béla Rácz, PhD (Department of History and Social Sciences, Transcarpathian Hungarian College)

József Molnár, PhD (Department of Geography and Tourism, Transcarpathian Hungarian College)

Lóránt Dénes Dávid, PhD, habilitation, professor

(Institute of Regional Economics and Rural Development, Szent István University)

Margit Kész, PhD (Department of Philology, Hungarian Departmental Group, Transcarpathian Hungarian College)

Mária Höhn, C.Sc. in Biology, habilitation (Department of Botany, Szent István University)

Róbert Bacsó, D.Sc. in Economics (Department of Accounting and Auditing, Transcarpathian Hungarian College)

Sándor Berghauer, PhD (Department of Geography and Tourism, Transcarpathian Hungarian College)

Vira Protopopova, D.Sc. in Biology, professor

(Department of Biology and Chemistry, Transcarpathian Hungarian College)

Yurij Zhiguts, D.Sc. in Technical Sciences, professor

(Department of Mathematics and Computer Science, Transcarpathian Hungarian College)

Zoltán Sándor Varga, D.Sc. in Biology, professor emeritus

(Department of Evolutionary Zoology and Human Biology, University of Debrecen)

RESPONSIBLE FOR PUBLISHING:

László Brenzovics, PhD (Charitable Foundation of Transcarpathian Hungarian College)

Technical editing: Sándor Dobos

Page proof: Viktória Tótin

Proof-reading: Ildikó Gríca-Varcaba, Oleksandr Kordonec, Tamás Vrábely

Cover design: László Vezsdel

Universal Decimal Classification (UDC): The Apáczai Csere János Library of Transcarpathian Hungarian College

Authors are responsible for the content of academic studies and articles.

The publication of the scientific bulletin is sponsored by the government of Hungary:



Founder: Charitable Foundation of Transcarpathian Hungarian Pedagogical College (after 2016 Charitable Foundation “In support of the Transcarpathian Hungarian College”)

Publishing: Ferenc Rákóczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education (Address: Kossuth square 6, 90202 Berehove, Ukraine. Website: www.kmf.uz.ua E-mail: foiskola@kmf.uz.ua Tel.: (00 380-3141) 4-28-29) and “RIK-U” LLC (Address: Gagarin Street 36, 88000 Uzhhorod, Ukraine. E-mail: print@rik.com.ua)

Printing: “RIK-U” LLC

© The Authors, 2019

© The Editors, 2019

ЗМІСТ–TARTALOM–CONTENT



Дністрянський Мирослав: <i>Регіональний розвиток сучасної України: нові виклики і пріоритети</i>	11
	
SOLYMOS KAROLINA – CSOMA ZOLTÁN: <i>A Kárpátaljai-alföld talajai felvehető cink tartalmának meghatározása és az ellátottság megítélése nemzetközi összehasonlításban</i>	17
	
BARANYI, ARANKA – CSERNÁK, JÓZSEF – TÓTH, ESZTER: <i>Results of the Survey on Studying Finance Basics</i>	27
	
SÁNDOR ISTVÁN: <i>Innovatív technológiák alkalmazása a szövegelemzésben</i>	39
ROMÁN ERIKA – KUCSINKA KATALIN: <i>Nem csak versenyre</i>	47
	
AGG, ZOLTÁN: <i>How „wised up” are we in matters of climate change?</i>	53
BARABÁSNÉ KÁRPÁTI DÓRA: <i>Kompetenciák szerepe, mérési lehetőségek az oktatásban és a munkaerőpiacon</i>	61
BARANYI ARANKA – JURKÓ GYULA: <i>A magyarországi kis- és középvállalkozások idegen forrásból történő finanszírozási gyakorlata</i>	69
BELOVECZ MÁRIA – HALMOSI TÍMEA – IPACSNÉ GEDEI BEÁTA – VAJNA ISTVÁNNÉ TANGL ANITA: <i>Bankértékelés CAMELS-módszerrel</i>	83
BENCSIK ANDREA – MACHOVÁ RENÁTA – ZSIGMOND TIBOR: <i>Interim menedzsment, mint a tudásátadás eszköze</i>	95
BUDAI ELEONÓRA: <i>A számviteli rendszer az elmúlt 50 év tükrében</i>	105
CSÁKI-DARABOS RITA: <i>Teljesítménymérés lehetőségei az e-kereskedelemben</i>	117
DENICH ERVIN: <i>A hagyományos kockázatkezeléstől a vállalati kockázatkezelésig</i>	129
EGRI IMRE: <i>A tőzsde lehetőségei és hatása a gazdasági fejlődésre (néhány gondolat a 4.0 perspektívájában)</i>	141
FÁSI CSABA: <i>Hogyan teljesít Magyarország a digitalizáció terén? Elemzés a rangsorok és a stratégia szemüvegén keresztül</i>	153
FEHÉR HELGA – MOLNÁRNÉ BARNA KATALIN: <i>Útban az ügyfélközpontú adóhatóság felé</i>	163

FEJES NORBERT: <i>Kárpátalja gazdasági helyzetének és külgazdasági tevékenységének értékelése a XXI. században</i>	177
GYURCSIK, PETRONELLA – TÓTH, RÓBERT: <i>Impact of the financial strategy and the capital structure on the financial performance and competitiveness of SMEs</i>	203
HEGEDŰS, MIHÁLY – NEDELKA, ERZSÉBET: <i>The impact of digitalization and Industry 4.0 on the audit</i>	211
KEREZSI DÓRA – ERDEY LÁSZLÓ – DÉKÁN TAMÁSNÉ ORBÁN ILDIKÓ: <i>A kiegészítő melléklet eredménykimutatáshoz kapcsolódó részének elemzése magyarországi sportvállalkozások körében</i>	221
KISS ÁGOTA – DÉKÁN TAMÁSNÉ ORBÁN ILDIKÓ: <i>A szabályozott ingatlanbefektetési társasági státusz IFRS szerinti értékelési és adózási előírásainak szabályozása Magyarországon</i>	231
KÓMÍVES PÉTER MIKLÓS: <i>A felsőoktatás nemzetköziesedésének két dimenziója</i>	239
KOZMA, DOROTTYA EDINA: <i>Strategies for Sustainable Development - Exploring the similarities and differences between the European Union and the Visegrad Four</i>	249
LAKATOS VILMOS: <i>Controlling a vállalkozások döntéshozatali folyamataiban – elemzés vállalati esetek alapján</i>	263
MALATYINSZKI, SZILÁRD: <i>The effect and development of dual higher education in disadvantaged areas</i>	273
MOLNÁRNÉ BARNA KATALIN – FEHÉR HELGA: <i>A társasági adó és a gazdasági versenyképesség területi összefüggései</i>	279
NAGY ADRIÁN SZILÁRD – TÓTH SZABOLCS: <i>Helyi közösségi közlekedési szövetségek és szolgáltatói modellek Európában</i>	291
NAGY, ZSUZSANNA: <i>The effect of agricultural subsidies on efficiency and productivity of farms: a literature review</i>	299
ÖLVEDI TÍMEA – MIKLÓS GÁBOR: <i>Az európai egységes valuta bevezetése Romániában és Magyarországon</i>	307
PATAKI GÁBOR: <i>Vállalkozói karaktersvizsgálat Kárpátalja határ menti térségében</i>	321
PATYI BALÁZS – PATAKI LÁSZLÓ – ILLÉS BÁLINT CSABA: <i>A pénzügyi diagnosztika jelentősége az újonnan alapított vállalkozások életében</i>	331
TÖKÉS TIBOR – MÁRKUS ÁDÁM – GÁLL JÓZSEF MIHÁLY – ERDEY LÁSZLÓ: <i>A 2016-os regionális reform Franciaországban</i>	339
TŐZSÉR ANETT: <i>A székelyföldi és a felvidéki turisztikai szervezeti rendszer vizsgálata</i>	347
VAJNA ISTVÁNNÉ TANGL ANITA – HALMOSI TÍMEA – SUHAJDA ÁDÁM – VAJNA ISTVÁN – BELOVECZ MÁRIA: <i>A számvitel múltja és jövője</i>	359
VARGA JÓZSEF – CSEH BALÁZS: <i>A negyedik ipari forradalom várható hatásai a felszabaduló emberi munkaerőre</i>	371
Когут Юлія – Ковач-Румп Генетта: <i>Міжбюджетні відносини Державного та місцевих бюджетів України</i>	381
Лалакулич Марія: <i>Фінансове забезпечення вищої освіти в умовах активізації міграційних процесів</i>	389
Семанюк Віта: <i>Філософські, соціологічні та психологічні проблеми обліку</i>	397
ESEMÉNYNAPTÁR	409

NEM CSAK VERSENYRE

ROMÁN ERIKA¹ – KUCSINKA KATALIN²

¹oktató, II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola, Matematika és Informatika Tanszék
e-mail: vereserika@kmf.uz.ua

²docens, II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola, Matematika és Informatika Tanszék
e-mail: vereskati@kmf.uz.ua

A cikkben a 2014-es összukrajnai olimpiáda II. fordulójának 6. osztályos feladatsorához szeretnék rávezető feladatokat bemutatni. Egy olyan feladatsorról beszélünk, amely felkészíti a tanulókat az adott verseny feladatainak megoldására. Az általunk összeválogatott feladatok nemcsak egy adott feladat megoldására tanítja meg a tanulókat, hanem a hasonló típusú feladatok megoldását is elősegíti.

Kulcsszavak: problémamegoldás, verseny felkészítés

ABSTRACT

The article presents the problems preparing learners of the 6th form for the second round of the national competition in mathematics in Ukraine. The series of exercises selected by the authors does not only teach how to solve one problem but prepares learners how to solve any problems of the same type.

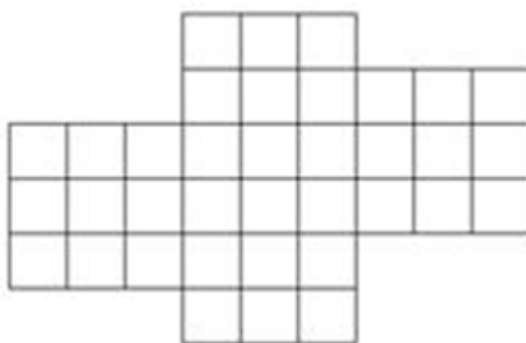
Keywords: problem solving, preparation for the competition

AZ ÖSSZUKRAJNAI OLIMPIÁDA II. FORDULÓJA MATEMATIKÁBÓL 2014. ÉV, 6. OSZTÁLY

1. Egy tehergépkocsi 65 km/h sebességgel halad, a mögötte haladó személygépkocsi sebessége pedig 80 km/h-val. Mekkora távolság lesz a két kocsi között 2 perccel az után, hogy a személygépkocsi utoléri a tehergépkocsit?
2. Határozd meg azt a legnagyobb négyjegyű számot, amely osztható 7-tel, és minden számjegye különböző? Válaszodat indokold!
3. Mutasd meg, hogyan lehet az ábrán (1. ábra) öt szakaszt úgy meghúzni, hogy nyolc egybevágó részt kapjunk?
4. A tanárnő két természetes számot írt fel a táblára. Péter az első számot megszo-

roztta a második szám számjegyeinek összegével, így 201320132013 számot kapta. Vászja a második számot szorozta meg az első szám számjegyeinek összegével, és a 201420142014-et kapta. Nem tévedett-e valamelyik fiú? Válaszodat indokold!

1. ábra



A feladatsor egy lehetséges megoldása és rávezető feladatok

1. feladat

Egy tehergépkocsi 65 km/h sebességgel halad, a mögötte haladó személygépkocsi sebessége pedig 80 km/h-val. Mekkora távolság lesz a két kocsi között 2 perccel az után, hogy a személygépkocsi utoléri a tehergépkocsit?

Meggondolás:

A sebességeket érdemes percre vonatkoztatva megadni.

$$65 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 65 \cdot \frac{1000}{60} \frac{\text{m}}{\text{p}} = \frac{3250}{3} \frac{\text{m}}{\text{p}} \quad \text{sebessége}$$

$$80 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 80 \cdot \frac{1000}{60} \frac{\text{m}}{\text{p}} = \frac{4000}{3} \frac{\text{m}}{\text{p}} \quad \text{sebessége}$$

Ebből az alakból megállapítható, hogy a tehergépkocsi $\frac{3250}{3}$ m, a személygépkocsi pedig $\frac{4000}{3}$ m utat tesz meg 1 perc alatt.

A kettő különbségeként megkapjuk, hogy a találkozás után 1 perccel a két kocsi között a távolság $\frac{4000}{3} - \frac{3250}{3} = \frac{750}{3} = 250$ m.

Mivel a feladat azt kérdezi, hogy mekkora lesz a távolság 2 perccel az után, hogy a személygépkocsi utoléri a tehergépkocsit, az előzőleg kapott eredményt 2-vel kell megszorozni, azaz $2 \cdot 250 = 500$ m

Felelet:

A tehergépkocsi és a személygépkocsi távolsága 500 m lesz 2 perccel az után, hogy a személygépkocsi utoléri a tehergépkocsit.

Általánosítás:

Ha a feladat azt kérdezné, mekkora lesz a távolság a találkozástól eltelt n perc után, akkor a választ úgy kapnánk meg, hogy a két gépkocsi 1 perc alatt megtett útja különbségének n -szeresét vesszük.

Módszertani megjegyzés:

A feladat számos lehetséges megoldása (pl. egyik járműhöz rögzített vonatkoztatási rendszer) közül azért ezt a megoldást választottuk, mert tapasztalatunk szerint a 6. osztályos tanulónak így a legkönnyebb megérteni, hiszen átlátható, kellően kicsi logikai lépésekre bontható a megoldás.

Rávezető, előkészítő feladatok:

A felkészítő tanárnak nemcsak az a célja, hogy egyetlen feladat megoldását magyarázza el gyerekeknek, hanem az is, hogy az egyenes vonalú egyenletes mozgással kapcsolatos más típusú feladatokra is kitérjen. Ezért a következő feladatokat javaslom:

1.1 rávezető feladat:

András sebessége 3 m/s, Péter sebessége pedig 2 m/s. András és Péter egymással szemben haladnak egy 100 m hosszú útszakaszon. Mennyi idő után találkoznak?

Meggondolás:

András sebessége 3 m/s és a találkozásig eltelt t idő alatt $S_1 = 3 \cdot t$ utat tesz meg,

Péter sebessége 2 m/s és a találkozásig eltelt t idő alatt $S_2 = 2 \cdot t$ utat tesz meg.

Tudjuk, hogy együttesen 100 métert tesznek meg: $S_1 + S_2 = 100$ m.

S_1 és S_2 értékét behelyettesítve: $3 \cdot t + 2 \cdot t = 100$, $5 \cdot t = 100$, $t = 20$ s

Felelet: Az indulás után 20 másodperccel találkoznak.

1.2 rávezető feladat:

Az egyik kerékpáros 12 km/h sebességgel halad, a 10 perccel később induló kerékpáros sebessége 15 km/h. A második kerékpáros az indulásától mérve hány perc múlva éri utol az első kerékpárost?

Meggondolás:

$$12 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 12 \cdot \frac{1000}{60} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Az második kerékpáros sebessége m/p-re átváltva $15 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \cdot \frac{1000}{60} = 250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

A két kerékpáros közötti távolság 1 perc alatt 50 m-rel csökken (a csökkenés sebessége tehát 50 m/p).

Mivel a második kerékpáros 10 perccel később indul, ezért az első kerékpáros már meg tesz: $10 \cdot 200 = 2000$ métert, mire a második kerékpáros elindul.

Ettől kezdve úgy néz ki a kérdés, hogy mennyi idő alatt tudja behozni a második kerékpáros a 2000 métert, ha percenként 50 méterrel tudja csökkenteni a köztük levő távolságot. A csökkenés sebessége 50 m/p, így $t = \frac{2000}{50} = 40$ perc kell a hátrány behozására.

Felelet: A második kerékpáros 40 perc múlva éri utol az első kerékpárost.

1.3 rávezető feladat:

A hangya mekkora utat tesz meg 4 másodperc alatt, ha sebessége 5 m/p.

Meggondolás:

A hangya sebességét átváltjuk m/s-ba: $5 \cdot \frac{1}{60} = \frac{5}{60} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

A hangya 1 másodperc alatt $\frac{5}{60} \text{ m}$ utat, 4 másodperc alatt 4-szer annyit, azaz $4 \cdot \frac{5}{60} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ métert tesz meg.

Felelet: A hangya 4 másodperc alatt $\frac{1}{3}$ métert tesz meg.

2. feladat

Határozd meg azt a legnagyobb négyjegyű számot, amely osztható 7-tel és minden számjegye különböző? Válaszodat indokold!

Meggondolás:

Első lépésként meghatározzuk a legnagyobb négyjegyű számot: $10000 - 1 = 9999$.

9999-et 7-tel osztva a hányados 1428 egész, a maradék 3, ami azt jelenti, hogy $9999 - 3 = 9996$ osztható 7-el, azaz 9996 az a legnagyobb négyjegyű szám, ami osztható 7-tel. Ez azonban nem felel meg a feladat azon feltéte-

lének, hogy mindegyik számjegy különböző kell, hogy legyen. A gyerekek elkezdhetnek innen 7-tel visszaszámolni, míg a feladat feltétele teljesül. 9880-nál kisebb szám lehet a megoldás. A 9880 szám 7-tel való osztásakor 1411 egész és 3 maradékot kapunk, ebből következően $9880 - 3 = 9877$ szám osztható 7-tel. Ez sajnos még mindig nem elégíti ki a feladat feltételét, mivel két 7-es számjegy van a négyjegyű számban. $9877 - 7 = 9870$ osztható 7-tel.

Másik lehetőség, hogy a legnagyobb helyi értékű helyen 9-et, utána 8-at, majd 7-et tesz, mert ez a sorrend $987x$ adja a lehető legnagyobb különböző jegyű számot. Mivel 987 osztható 7-tel, x helyére 0 kerül.

Felelet: a 9870 legnagyobb négyjegyű szám, melynek minden számjegye különböző és osztható 7-tel.

Módszertani megjegyzés:

A feladattípus kezeléséhez célszerű feleleveníteni az oszthatósággal kapcsolatos szabályokat:

- az összes páros (tehát minden második) szám osztható kettővel;
- minden harmadik szám osztható 3-mal, ezek pontosan azok a számok, amelyek számjegyeinek összege osztható 3-mal;
- minden negyedik szám osztható 4-gyel, ezek pontosan azok, amelyeknél az utolsó két számjegyből alkotott szám osztható 4-gyel;
- minden ötödik szám osztható 5-tel, ezek a 0-ra és 5-re végződő számok;
- minden hatodik szám osztható 6-tal, ezek a 3-mal osztható páros számok;
- minden hetedik szám osztható 7-tel, (6. osztályos tanulónak nem kell még tudni a 7-re vonatkozó oszthatósági szabályt);
- 8-cal minden 8. szám osztható, azok, amelyeknek utolsó három jegyéből alkotott szám osztható nyolccal;

- 9-cel minden 9. szám osztható, azok, amelyek számjegyeinek összege 9-cel osztható;
- 10-zel osztható az a szám, melynek utolsó jegye 0.

Rávezető, előkészítő feladatok:

2.1 rávezető feladat:

Melyik a legnagyobb hatjegyű szám, amely osztható 2-vel, és minden számjegye különböző?

Meg gondolás:

$1000000-1=999999$ – legnagyobb hatjegyű szám.

999999 páratlan, tehát 999998 osztható 2-vel. Ez azonban nem jó megoldás, mert a feladat szövege kiköti, hogy mindegyik számjegyek különbözőnek kell lennie. Logikai úton rájön a tanuló, hogy $98765x$ a szóba jövő szám, ahol x értéke 0, 1, 2, 3 vagy 4 lehet. A legnagyobbval próbálkozunk: 987654 páros.

Felelet: 987654 legnagyobb hatjegyű szám, mely osztható 2-vel és mindegyik számjegye különböző.

2.2 rávezető feladat:

Melyik a legnagyobb ötjegyű szám, amely osztható 3-mal és minden számjegye különböző?

Meg gondolás:

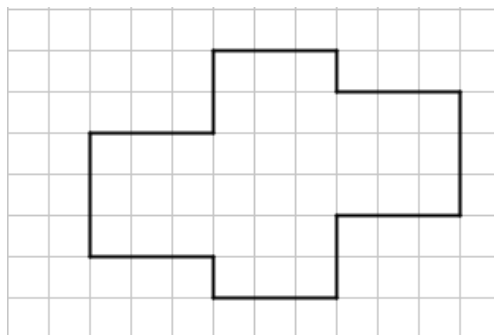
A legnagyobb háromjegyű szám: $100000-1=99999$. A kapott szám a 99999 osztható 3-mal, ez így nem elég, mert a feladat kiköti, hogy mindegyik számjegyek különbözőnek kell. Ebből következően $\overline{9876a}$ alakban írható fel. A kapott számnak, így a számjegyek összegének is oszthatónak kell lenni 3-mal, azaz $9 + 8 + 7 + 6 + a = 30 + a$ osztható 3-mal. Az a szám 3 és 0 lehet, a nagyobbikat kell kiválasztani, tehát az $a=3$.

Felelet: A 98763 legnagyobb ötjegyű szám, mely osztható 3-mal és minden számjegye különböző.

3. feladat

Mutasd meg, hogyan lehet az ábrán (2. ábra) öt szakaszt úgy meghúzni, hogy nyolc egybevágó részt kapjunk?

2. ábra



Meg gondolás:

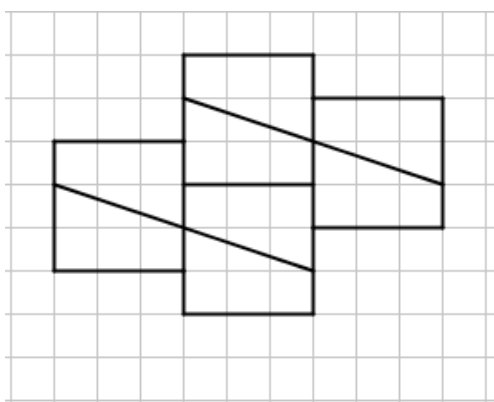
Az alakzat összesen 36 kis egységnégyzetet tartalmaz. Mivel 8 egybevágó (így egyenlő területű) részre kell felosztani, egy rész területe $\frac{36}{8} = 4,5$ egység. Ez éppen a 3×3 -as négyzet fele. Ha a függőleges 3×6 -os részt vízszintesen elfelezzük, akkor négy darab 3×3 -as négyzetet kapunk, amelyek mindegyike a 3. ábrán látható módok valamelyikével felezhető.

3. ábra



Egy összerendezett, egyállású felezés látható az alábbi ábrán (4. ábra):

4. ábra

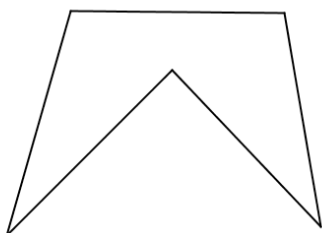


Rávezető, előkészítő feladatok:

3.1 rávezető feladat:

Az ábrán (5. ábra) látható ötszöget bontsd fel egy egyenessel három háromszögre!

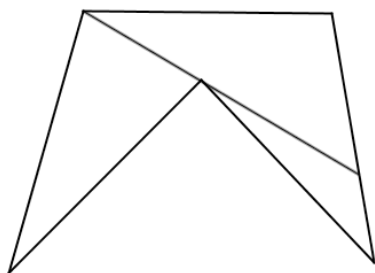
5. ábra



Megoldás:

A feladat alkalmas arra, hogy a tanuló ráébredjen, hogy nemcsak azonos nagyságú részekre lehet felbontani (6. ábra).

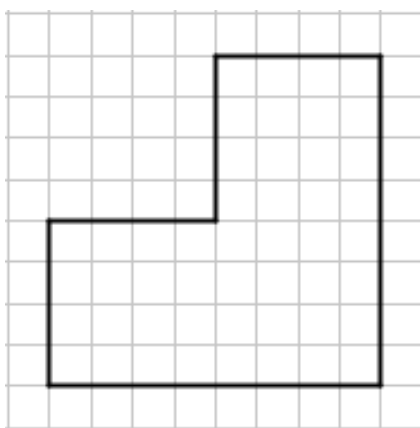
6. ábra



3.2 rávezető feladat:

A következő ábrán (7. ábra) látható alakzatot bontsd fel 4 egybevágó, az eredetihez hasonló alakzatra.

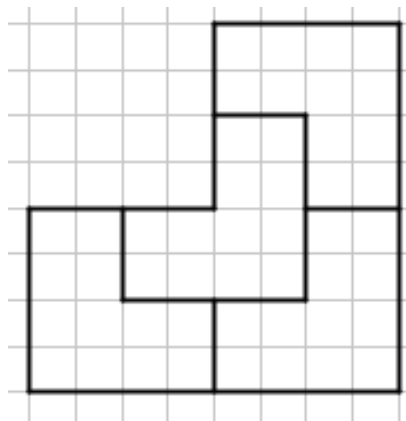
7. ábra



Megoldás:

A feladat megoldása során megszámláljuk, hány kis négyzet van az eredeti alakzatban, 48 négyzet, ha ezt elosztom 4 egyenlő részre, akkor egy rész 12 négyzetet kell, hogy tartalmazzon (8. ábra).

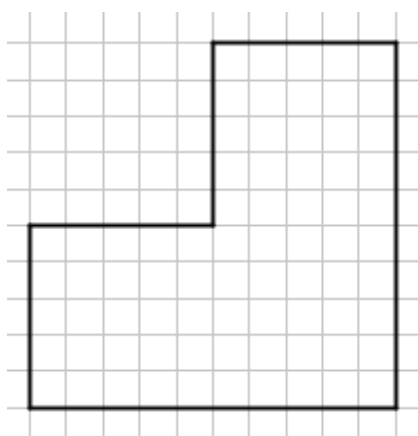
8. ábra



3.3 rávezető feladat:

A következő ábrán (9. ábra) látható alakzatot bontsd fel 4 egybevágó, az eredetihez hasonló alakzatra.

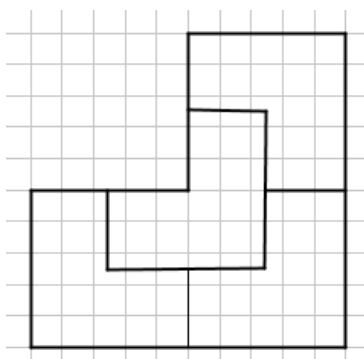
9. ábra



Megoldás:

A feladat megoldása során ismét megszámláljuk, hogy hány kis négyzet van az eredeti alakzatban, 75 négyzet, ha ezt elosztom 4 egyenlő részre, akkor egy rész 18,75 négyzetet kell, hogy tartalmazzon (10. ábra).

10. ábra



4. feladat

A tanárnő két természetes számot írt fel a táblára. Péter az első számot megszorozta a második szám számjegyeinek összegével, így 201320132013 számot kapta. Vászja a második számot szorozta meg az első szám számjegyeinek összegével és a 201420142014-et kapta. Nem tévedett-e valamelyik fiú? Válaszodat indokold!

Meg gondolás:

A feladat megoldásánál először át kell gondolni, hogyan tudnánk eldönteni, hogy a fiúk hibásan számoltak-e. A feladat szövegéből lehet arra következtetni, hogy oszthatóságra kell gondolni.

Például tudunk-e találni olyan oszthatósági szabályt, ami a szám számjegyeinek összegére vonatkozik? Igen, ilyen a 3-as és a 9-es szabály.

A két végeredmény, amit a fiúk kaptak, a 201320132013 és 201420142014 osztható 3-mal, ez nem mutat rá a tévedésre.

A 9-cel való oszthatóság már igen, mert az első esetben az első számot szorzom a második szám számjegyeinek összegével, ha az első osztható 9-cel, akkor maga a szám is osztható 9-cel. A második esetben a második számot szorzom az első szám számjegyeinek összegével, az előző feltételből tudom, hogy az első szám osztható 9-cel, tehát számjegyeinek összege szintén osztható 9-cel, tehát a két szám is osztható 9-cel.

201320132013 osztható 9-cel. 201420142014 nem osztható 9-cel.

Ebből következik, hogy az egyik fiú hibát követett el számolás közben.

4.1 rávezető feladat:

Melyik a legnagyobb négyjegyű szám, amely osztható 9-cel és minden számjegye különböző?

Meg gondolás:

A legnagyobb négyjegyű szám: $10000 - 1 = 9999$, amely osztható 9-cel, ez azonban nem elégíti ki a feladat feltételeit. Mivel minden számjegynek különböznie kell, ezért $\overline{987a}$ alakban kell felírni. Tudjuk, hogy azok a számok oszthatók 9-cel, amelyek számjegyeinek összege osztható 9-cel, azaz $9 + 8 + 7 + a = 24 + a$ összegnek osztódnia kell 9-cel. Ebből következik, hogy $a=3$.

Felelet: 9873 a legnagyobb négyjegyű szám, mely osztható 9-cel és mindegyik számjegye különböző.

IRODALOMJEGYZÉK

1. AMBRUS ANDRÁS (2004): *Bevezetés a matematika didaktikába. Egyetemi jegyzet.* ELTE Eötvös Kiadó, Budapest
2. VARGA, TAMÁS (1966): *Complex method of teaching mathematics to children from the age of 6 years. Contemporary methods and tools in the service of school reform in Hungarian.* Tankönyvkiadó, Budapest
3. VÁSÁRHELYI, ÉVA (2006): Problem solving with help of combination of different representations. In: Fothe, Michael – Hermann, Martin – Zimmermann, Bernd (eds.): *Learning in Europe: Computer in Mathematics Instruction.* Jena: Collegium Europaeum Jenense, pp. 68–87.