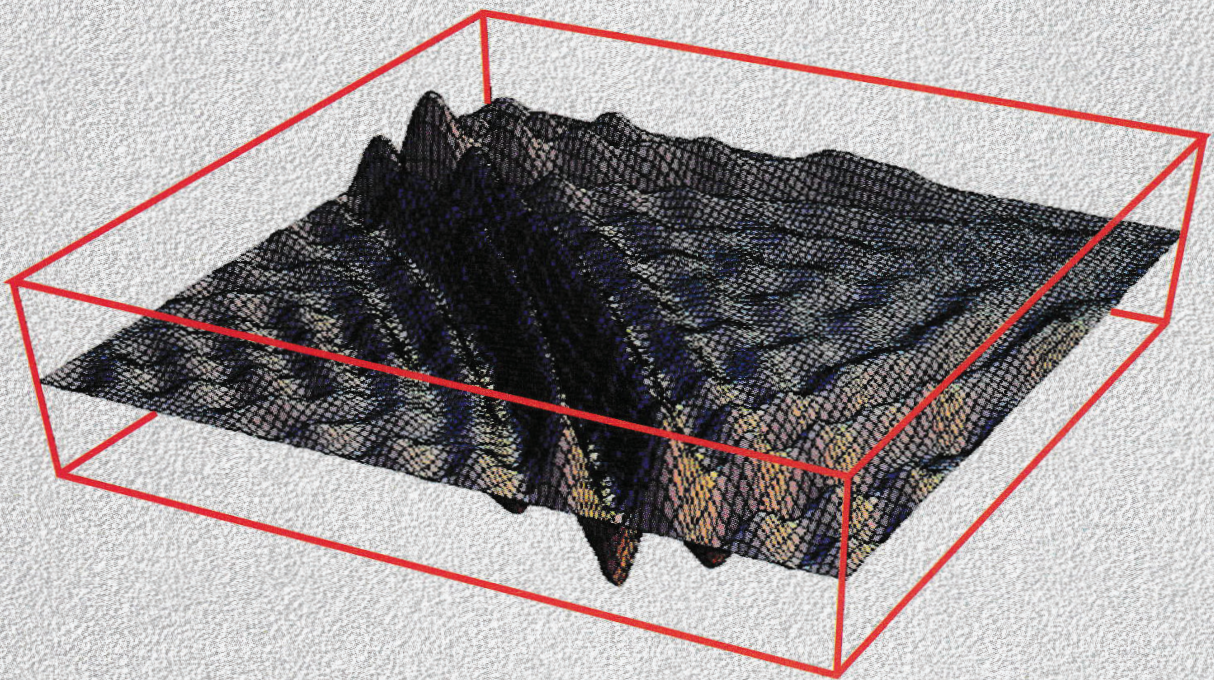


ВИПАДКОВІ ПРОЦЕСИ

**в задачах
математичної фізики**

Монографія



КОЗАЧЕНКО

Юрій Васильович

КУЧІНКА

Каталін Йожефівна

СЛИВКА-ТИЛИЩАК

Ганна Іванівна

Ю.В. КОЗАЧЕНКО, К.Й. КУЧІНКА, Г.І. СЛИВКА-ТИЛИЩАК

**Випадкові процеси
в задачах математичної фізики**

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Пряшівський університет у Пряшеві (Словаччина)
ДВНЗ „Ужгородський національний університет”
Донецький національний університет імені Василя Стуса
Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II

Ю.В. КОЗАЧЕНКО, К.Й. КУЧІНКА, Г.І. СЛИВКА-ТИЛИЩАК

Випадкові процеси в задачах математичної фізики

Монографія

Ужгород – 2017

УДК: 517.9.958

К – 86

РЕКОМЕНДОВАНО ДО ДРУКУ:

*вченою радою механіко-математичного факультету
Київського національного університету імені Тараса Шевченка
(протокол №11 від 16 червня 2016 року)*

*вченою радою факультету математики та інформаційних технологій
Донецького національного університету імені Василя Стуса
(протокол №10 від 16 червня 2016 року)*

*вченою радою математичного факультету
ДВНЗ „Ужгородський національний університет”
(протокол №7 від 21 січня 2016 року)*

*вченою радою Закарпатського угорського інституту
імені Ференца Ракоці ІІ
(протокол №2 від 22 червня 2016 року)*

РЕЦЕНЗЕНТИ:

*КНОПОВ ПАВЛО СОЛОМОНОВИЧ
член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор,
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова*

*МОКЛЯЧУК МИХАЙЛО ПАВЛОВИЧ
доктор фізико-математичних наук, професор,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка*

*ПАШКО АНАТОЛІЙ ОЛЕКСІЙОВИЧ
доктор фізико-математичних наук,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка*

*СЛЮСАРЧУК ПЕТРО ВОЛОДИМИРОВИЧ
кандидат фізико-математичних наук, доцент,
ДВНЗ „Ужгородський національний університет”*

Козаченко Ю.В., Кучінка К.Й., Сливка-Тилишак Г.І. Випадкові процеси в задачах математичної фізики. Монографія – Ужгород: Вид-во ТОВ «РІК-У», 2017. – 256 с.

У монографії досліджуються властивості розв'язків задач математичної фізики гіперболічного та параболічного типів з випадковими факторами з простору Орліча.

Викладення базуються на результатах, що отримані авторами роботи.

Монографія орієнтована на студентів, аспірантів та наукових працівників, що спеціалізуються в галузі теорії ймовірностей. Книга також буде корисною спеціалістам в галузі радіотехніки, фізики, геофізики, фінансової математики, математичної економіки, в технічних науках та в механіці, зокрема, де використовуються методи комп'ютерного моделювання випадкових процесів.

© Козаченко Ю.В., Кучінка К.Й., Сливка-Тилишак Г.І., 2017

ISBN 978-617-7404-56-8

Зміст

Вступ	7
Розділ 1. Випадкові процеси з простору Орліча та їх властивості	12
1.1. Функції Орліча	12
1.2. Простори Орліча випадкових величин	16
1.3. Оцінки розподілу супремуму для випадкових процесів з просторів Орліча випадкових величин	19
1.4. Оцінки для розподілу супремуму випадкових полів з простору Орліча в нескінченній області	24
Розділ 2. Рівняння гіперболічного типу математичної фізики з випадковими початковими умовами	29
2.1. Обґрунтування застосування методу Фур'є до гіперболічного рівняння з випадковими початковими умовами у багатовимірному випадку	29
2.2. Рівняння коливання струни з випадковими початковими умовами з простору Орліча	41
2.3. Рівняння коливання круглої мембрани з випадковими початковими умовами з простору Орліча	76

2.4. Рівняння коливання прямокутного паралелепіпеда з випадковими початковими умовами з простору Орліча	111
---	-----

Розділ 3. Рівняння парабролічного типу математичної фізики з випадковими факторами	135
3.1. Умови існування розв'язку однорідного параболічного рівняння	135
3.2. Розподіл супремуму розв'язку однорідного рівняння	179
3.3. Умови існування розв'язку неоднорідного параболічного рівняння	187
3.4. Розподіл супремуму розв'язку параболічного рівняння з випадковою правою частиною	217
3.5. Задача Коші для рівняння теплопровідності з випадковою правою частиною з простору Орліча . . .	220
Література	241

Вступ

З розвитком теорії диференціальних рівнянь і рівнянь математичної фізики, їх застосуванням у різноманітних теоретичних і прикладних задачах, які розв'язуються наближеними методами, виникла необхідність враховувати фактори, що впливають на кінцевий результат і на висновки при дослідженнях цих задач.

Поступово ідеї та методи теорії випадкових процесів і полів почали проникати в класичну і сучасну теорію рівнянь математичної фізики. Цьому в значній мірі сприяло широке застосування методів комп'ютерного моделювання не випадкових процесів і полів до розв'язування сучасних математичних проблем природознавства, економіки, фінансів, зокрема, дослідження аналітичних перетворень, випадкових флуктуацій, статистичних закономірностей. Значних успіхів у дослідженнях вказаних задач і проблем досягли науковці, що розробляють теорію випадкових процесів і полів.

Дослідження, описані в даній монографії, наочно ілюструють ефективність застосування теоретико-ймовірнісних методів до розв'язання рівнянь гіперболічного та параболічного типів математичної фізики з випадковими початковими умовами, задачі Коші для рівняння теплопровідності з випадковою правою частиною.

Умови та оцінки збіжності за ймовірністю випадкових рядів знаходять широке застосування при розв'язанні задач математичної фізики з випадковими початковими умовами. Фізичні постановки таких задач розглядав Кампе де Фер'є [25]. Він розглядав крайову задачу для рівняння коливання струни з випадковими початковими умовами. У роботі В.В.Булдигіна [9] обґрунтовано, що вимога, яка обмежує реалізації випадкової початкової функції рамками, в межах якої розв'язується детермінована задача, значно звужує клас випадкових початкових умов, за яких розв'язок існує в класичному розумінні. обґрунтуавнн

У роботах Бейсенбаєва Є. та Козаченка Ю. В. [3] отримані умови рівномірної збіжності за ймовірністю і в середньому квадратичному випадкових рядів і інтегралів, а також умови почлен-

ного диференціювання з імовірністю одиниця випадкових рядів. Отримані умови були використані при обґрунтуванні застосування методу Фур'є для задачі параболічного однорідного рівняння математичної фізики.

Булдигінім В. В. та Козаченком Ю. В. [10] запропоновано підхід, який ґрунтується на дослідженні збіжності за ймовірністю у функціональних просторах послідовності часткових сум, що апроксимують розв'язок крайової задачі. Цей підхід був використаний у роботах [1, 2, 10, 32, 33, 35, 41, 86] для обґрунтування можливості застосування методу Фур'є до розв'язання крайової задачі.

У роботі [10] розглядається перша крайова задача для однорідного гіперболічного рівняння, коли початкові випадкові умови є гауссовими випадковими процесами. Також обґрунтовано можливість застосування методу Фур'є до знаходження розв'язку першої крайової задачі для однорідного гіперболічного рівняння та розглянуто існування розв'язку в частинному випадку, що формулюється у термінах кореляційних функцій.

У роботі Козаченка Ю. В. та Енджирглі М. В. [32] знайдено умови та оцінки швидкості рівномірної збіжності за ймовірністю випадкових рядів із просторів $Sub_\varphi(\Omega)$, отримано умови існування та оцінки розподілу супремума розв'язків деяких крайових задач із випадковими початковими умовами.

Умови, за якими узагальнений розв'язок крайової задачі для однорідного гіперболічного рівняння математичної фізики, коли початкові умови є строго субгауссовими випадковими процесами, належить до простору Соболева, були отримані Козаченком Ю. В. і Тригуб С. Г. [41].

Козаченком Ю. В. та Баррасою де Ла Крус Е. у працях [1, 2, 68] вивчалась крайова задача для гіперболічних рівнянь з випадковими початковими умовами для істотно більш широкого класу випадкових процесів, а саме, для строго орлічевих випадкових процесів. Авторами були знайдені умови існування класичних розв'язків гіперболічного диференціального рівняння в частинних похідних з випадковими строго орлічевими початковими умовами, отримані оцінки для розподілу супремуму розв'язку такої задачі.

У роботах Козаченка Ю. В. і Ковальчука Ю. О. [34, 35, 86] одержані умови існування узагальненого розв'язку крайової зада-

чі для однорідного гіперболічного рівняння математичної фізики з початковими умовами, які є строго $Sub_{\varphi}(\Omega)$ випадковими процесами та оцінки швидкості збіжності зображень цього розв'язку.

У роботах Козаченка Ю. В. та Сливка Г. І. [38, 39] було досліджено однорідне рівняння гіперболічного типу математичної фізики у багатовимірному випадку, коли початкові умови є $Sub_{\varphi}(\Omega)$ випадкові поля. Для даної задачі було обґрунтовано застосування методу Фур'є та отримано оцінку розподілу супремуму розв'язку.

Достатні умови існування з імовірністю одиниця двічі неперервно диференційовного розв'язку задачі про коливання неоднорідної струни з сумісно строго $Sub_{\varphi}(\Omega)$ випадковими початковими умовами, задачі про коливання круглої мембрани з сумісно строго $Sub_{\varphi}(\Omega)$ випадковими початковими умовами, задачі про коливання прямокутного паралелепіпеда з сумісно строго $Sub_{\varphi}(\Omega)$ випадковими початковими умовами були сформульовані та обґрунтовані в роботах [53–55]. Для таких задач були отримані оцінки розподілу супремуму розв'язку.

Козаченко Ю. В. та Довгай Б. В. вивчали крайову задачу математичної фізики для неоднорідного гіперболічного рівняння з φ -субгауссовою правою частиною. Для такої задачі доведені теореми про достатні умови існування з імовірністю одиниця двічі неперервно диференційовного розв'язку, існування з імовірністю одиниця розв'язку для часткового випадку рівняння коливання струни з випадковою правою частиною, що зображується через однорідне строго φ -субгауссове випадкове поле. Авторами знайдені умови існування узагальненого розв'язку, оцінки розподілу супремуму розв'язку для гіперболічного рівняння з φ -субгауссовою правою частиною. А також для такої задачі побудована модель, яка наближає розв'язок із заданою надійністю та точністю. Дані результати містяться в роботах [20–22, 72].

Достатні умови існування класичного та узагальненого розв'язків для однорідного гіперболічного рівняння у багатовимірному випадку з випадковими початковими умовами із просторів Орліча були отримані у роботах Вереш К. Й. та Сливка-Тилищак Г. І. [14, 15].

У книзі Довгай Б. В., Козаченка Ю. В. та Розори І. В. [24] розглядаються нові методи моделювання випадкових процесів, які зу-

стрічаються у фізичних явищах. Вивчаються φ -субгауссові випадкові процеси. Для гауссового процесу, що розглядається як процес на вході деякої системи, будується модель з урахуванням процесу на виході системи та знаходяться умови, при яких модель наближує вказаний випадковий процес зі заданою надійністю та точністю. Побудована модель розв'язку гіперболічного рівняння математичної фізики з нульовими початковими та крайовими умовами та φ -субгауссовою правою частиною, що наближає цей розв'язок із заданою надійністю та точністю в рівномірній метриці.

Рівняння теплопровідності з випадковими початковими умовами є класичною задачею математичної фізики. Зовсім недавно, кілька вчених досліджували розв'язок рівняння теплопровідності в залежності від різних типів випадкових умов. Роботи Ратанова Н. Е. та ін. [89], Войчінського В. А. [91], Сургайліса Д. і Войчінські В. А. [90] містять важливі результати по даній тематиці. Зокрема, отримані граничні теореми для рівняння теплопровідності і пов'язані з ним так звані рівняння Бюргерса. В праці Козаченка Ю.В. та Леоненко Г. М. досліджується задача Коші для рівняння теплопровідності, коли початкова умова є строго субгауссовим випадковим процесом. У статті Бегін І., Козаченка Ю. та ін. [69] досліджувалось лінійне рівняння теплопровідності непарного порядку з випадковими початковими умовами.

У роботах Козаченка Ю. В. та Вереш К. Й. [13, 84, 85] обґрунтовано застосування методу Фур'є для однорідного параболічного рівняння з випадковими початковими умовами з простору Орліча, знайдені оцінки розподілу супремуму розв'язку однорідного рівняння теплопровідності з випадковими початковими умовами з простору Орліча, а також неоднорідного рівняння теплопровідності з випадковою правою частиною із просторів Орліча.

Монографія складається з 3 розділів.

У першому розділі подано основні означення та теореми про процеси з просторів Орліча випадкових величин.

У другому розділі розглянуті рівняння гіперболічного типу математичної фізики з строго орлічевими початковими умовами. Для задач про коливання струни, коливання круглої мембрани та коливання прямокутного паралелепіпеда знайдені достатні умови існування з імовірністю одиниця класичного та узагальненого

розв'язків, а також досліджені властивості їх розв'язків.

Третій розділ присвячений рівнянням параболічного типу математичної фізики з випадковими факторами. Досліджується однорідне параболічне рівняння з випадковими початковими умовами із простору Орліча випадкових величин, також неоднорідне рівняння теплопровідності на прямій з випадковою правою частиною.

Для даної задачі знайдені достатні умови існування з імовірністю одиниця класичного розв'язку, коли права частина є випадковим полем з простору Орліча. Одержані оцінки для розподілу супремуму розв'язку як на компактї так і в нескінченній області.

Література

1. Барраса де Ла Крус Е. Обґрунтування методу Фур'є для однорідного гіперболічного рівняння з випадковими початковими умовами / Е. Барраса де Ла Крус // Вісник Київ. ун-ту, 1994.
2. Барраса де Ла Крус Е. Умови збіжності випадкових рядів в нормах просторів Орліча та крайові задачі математичної фізики з випадковими початковими умовами / Е. Барраса де Ла Крус // Дис. ... Канд. фіз.-мат. наук. – Київ, 1995. – 76 с.
3. Бейсенбаев Е. Равномерная сходимость случайных рядов по вероятности и решение краевых задач со случайными начальными условиями / Е. Бейсенбаев, Ю. В. Козаченко // Теория вероятн. и мат. статистика. – 1979. – Вып. 21. – С. 9–23.
4. Бейтмен Г. Высшие трансцендентные функции. Часть 2 / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. – М.: Наука, 1974. – 295 с.
5. Будылин А. М. Ряды и интегралы Фурье / А. М. Будылин. – Санкт-Петербург, 2002. – 137 с.
6. Булдыгин В. В. Сходимость случайных элементов в топологических пространствах / В. В. Булдыгин. – К.: Наукова думка, 1980. – 237 с.
7. Булдыгин В. В. К вопросу о сходимости случайных рядов в банаховых пространствах / В. В. Булдыгин // Теория случайных процессов. – Вып. 2. – С. 28–34.
8. Булдыгин В. В. О случайных рядах в банаховом пространстве / В. В. Булдыгин // Теория вероятностей и ее применение. – 1973. – Т. 18, №3. – С. 491–504.

9. Булдыгин В. В. О статистическом подходе к вопросу о существовании классического решения у краевой задачи для однородного гиперболического уравнения / В. В. Булдыгин // Теория случайных процессов. – 1983. – Вып. 11. – С. 12–19
10. Булдыгин В. В. К вопросу применимости метода Фурье для решения задач со случайными краевыми условиями / В. В. Булдыгин, Ю. В. Козаченко // Случайные процессы в задачах математической физики. – Киев : Ин-т. Математики АН УССР, 1979. – С. 4–35.
11. Булдыгин В. В. Экспоненциальные оценки распределения супремума одного класса случайных процессов / В. В. Булдыгин, Ю. В. Козаченко // Доклады АН Украины. Сер. Математика. – 1992. – №2. С. 31–34.
12. Булдыгин В. В. Оценки для распределения супремума одного класса случайных процессов / В. В. Булдыгин, Ю. В. Козаченко // Укр. мат. журнал. – 1993. Т. 45, №5. – С. 596–608.
13. Вереш К. Й. Рівняння теплопровідності з випадковими початковими умовами з просторів Орліча / К. Й. Вереш // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Серія математика і інформатика. – 2009. – Вип. №18. – С. 39–45.
14. Вереш К. Й. Обґрунтування методу Фур'є для гіперболічного рівняння з випадковими початковими умовами з простору Орліча / К. Й. Вереш, Г. І. Сливка-Тилищак // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Серія математика і інформатика. – 2008. – Вип. 16. – С 174–183.
15. Вереш К. Й. Умови існування узагальненого розв'язку гіперболічного рівняння з випадковими початковими умовами з простору Орліча / К. Й. Вереш, Г. І. Сливка-Тилищак // Вісник Донецького національного університету. Серія А природничі науки. Частина 1–4. – 2009. Вип. 1. – С. 87–91.
16. Вереш К. Й. Умови існування узагальненого розв'язку задачі про коливання однорідної струни з випадковими початковими умовами / К. Й. Вереш, Г. І. Сливка-Тилищак // Вісник

- Київського університету. Серія фіз-мат. науки. – 2008. – Вип. №2. – С. 26–30.
17. Вереш Е. Й. Обґрунтування застосування методу Фур'є для параболічного рівняння з випадковими початковими умовами з простору / Е. Й. Вереш, К. Й. Кучінка, Г. І. Сливка-Тилищак // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Серія математика і інформатика. – 2012. – Вип. 22, №2. – С. 30–37.
 18. Гладкая О. Н. Условия дифференцируемости по направлению выборочных функций случайных полей / О. Н. Гладкая // Теория вероятн. и мат статистика. – 1977. – Вып. 17. – С. 33–40.
 19. Дарійчук І. В. Випадкові процеси з просторів Орліча / І. В. Дарійчук, Ю. В. Козаченко, М. М. Перестюк. – Чернівці: Видавництво «Золоті литаври», 2011. – 212 с.
 20. Довгай Б. В. Обґрунтування методу Фур'є неоднорідногогіперболічного рівняння з випадковою правою частиною / Б. В. Довгай // Укр. мат. журнал. – 2004. – Т. 56, №5. – С. 616–624.
 21. Довгай Б. В. Властивості розв'язку для неоднорідногогіперболічного рівняння з випадковою правою частиною / Б. В. Довгай // Укр. мат. журнал. – 2005. – Т. 57, №4. – С. 474–482.
 22. Довгай Б. В. Розв'язування гіперболічного рівняння з гауссовою правою частиною спеціального вигляду методом Фур'є / Б. В. Довгай // Вісник Київського університету. Серія фіз.-мат. науки. – 2005. – Вип. №3. – С. 31–36.
 23. Довгай Б. В. Крайові задачі математичної фізики з випадковими факторами. Монографія / Б. В. Довгай, Ю. В. Козаченко, Г. І. Сливка-Тилищак. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. – 175 с.
 24. Довгай Б. В. Моделювання випадкових процесів у фізичних системах / Б. В. Довгай, Ю. В. Козаченко, І. В. Розора. – Київ, 2010. – 230с.

25. Кампе де Ферье. Статистическая механика непрерывных сред / Кампе де Ферье // Гидродинамическая неустойчивость. – М. ИЛ. 1964. – С. 189–230.
26. Козаченко Ю. В. Локальные свойства траекторий некоторых случайных функций / Ю. В. Козаченко // Укр. мат. журнал. – 1977. – №17. – С. 33–40.
27. Козаченко Ю. В. О равномерной сходимости стохастических интегралов в норме пространства Орлича / Ю. В. Козаченко // Теория вероятн. и мат. статист. – 1983. – Вып. 29. – С. 52–64.
28. Козаченко Ю. В. Случайные процессы в пространствах Орлича I / Ю. В. Козаченко // Теория вероятн. и мат. статист. – 1984. – Вып. 30. – С. 92–107.
29. Козаченко Ю. В. Случайные процессы в пространствах Орлича II / Ю. В. Козаченко // Теория вероятн. и мат. статист. – 1984. – Вып. 31. – С. 44–50.
30. Козаченко Ю. В. Свойства случайных процессов типа субгауссовских / Ю. В. Козаченко // Доклады АН УССР. – 1984. – № 9. – С. 14–16.
31. Козаченко Ю. В. Рівняння теплопровідності з випадковими початковими умовами із просторів Орліча / Ю. В. Козаченко, К. Й. Вереш // Теорія ймов. та матем. статист. – 2009. – Вип. 80. – С. 56–69.
32. Козаченко Ю. В. Обґрунтування застосування методу Фур'є до крайових задач з випадковими початковими умовами. I / Ю. В. Козаченко, М. В. Енджирглі // Теорія ймовірн. і мат. статистика. – 1994. – Вып. 51. – С. 78–89.
33. Козаченко Ю. В. Обґрунтування застосування методу Фур'є до крайових задач з випадковими початковими умовами. II / Ю. В. Козаченко, М. В. Енджирглі // Теорія ймовірн. і мат. статистика. – 1994. – Вып. 53. – С. 58–68.

34. Козаченко Ю. В. Краевые задачи со случайными начальными условиями и функциональные ряды из $sub_{\varphi}(\Omega)$. I / Ю. В. Козаченко, Ю. А. Ковальчук // Укр. мат. журнал. – 1998. – т. 50, №4. – С. 504–515.
35. Козаченко Ю. В. Краевые задачи со случайными начальными условиями и функциональные ряды из $sub_{\varphi}(\Omega)$. II / Ю. В. Козаченко, Ю. А. Ковальчук // Укр. мат. журнал. – 1998. – т. 50, №5. – С. 897–906.
36. Козаченко Ю. В. Про збіжність у просторах Орліча деяких випадкових рядів / Ю. В. Козаченко, Ю. А. Ковальчук // Наукові записки Ніжинського педінституту ім. М. В. Гоголя, 1996. – Т. XVI, вип. 1. – С. 16–20.
37. Козаченко Ю. В. Моделювання випадкових процесів та полів. Монографія / Ю. В. Козаченко, А. О. Пашко, І. В. Розора. – Київ, 2007. – 230 с.
38. Козаченко Ю. В. Обґрунтування методу Фур'є для гіперболічного рівняння з випадковими початковими умовами / Ю. В. Козаченко, Г. І. Сливка // Теорія ймов. та матем. статист. Вип. 69, – 2003. – С. 48–63.
39. Козаченко Ю. В. Крайові задачі математичної фізики з випадковими початковими умовами із простору $Sub_{\varphi}(\Omega)$ / Ю. В. Козаченко, Г. І. Сливка // Доповіді НАН України, №12, 2003.
40. Козаченко Ю. В. Про моделювання розв'язку гіперболічного рівняння з випадковими початковими умовами / Ю. В. Козаченко, Г. І. Сливка-Тилищак // Теорія ймов. та матем. статист. – 2006. – Вип. 74. – С. 52–67.
41. Козаченко Ю. В. Застосування методу Фур'є до до крайових задач з випадковими початковими умовами / Ю. В. Козаченко, С. Г. Тригуб // Теорія ймов. та мат. статистика. – 1996. – Вип. 54. – С. 51–66.

42. Красносельский М. А. Выпуклые функции и пространства Орлича / М. А. Красносельский, Я. В. Рунтцкий. – М.: Физматгиз, 1958. – 271 с.
43. Кошляков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – М.: Высшая школа, 1970. – 710 с.
44. Ладыженская О. А. Смешанная задача для гиперболического уравнения / О. А. Ладыженская. – М.: ГИТТЛ, 1953. – 279 с.
45. *Левитан Б. М.* Розложение по собственным функциям дифференциальных уравнений второго порядка. /Б. М. Левитан// М.Л.: ГИТТЛ–1950р.–159с.
46. Марина І. В. Обґрунтування застосування методу Фур'є до задачі про коливання прямокутної мембрани з випадковими початковими умовами з простору Орліча / І. В. Марина, Г. І. Сливка-Тилищак // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Серія математика і інформатика. – 2012. – Вип. 22, №1. – С. 137–149.
47. Марина І. В. Обґрунтування застосування методу Фур'є до задачі про коливання круглої мембрани з випадковими початковими умовами з простору Орліча / І. В. Марина, Г. І. Сливка-Тилищак // Математичний вісник НТШ. – 2012. – Том 9. – С. 330–349.
48. Маркович Б. М. Рівняння математичної фізики / Б. М. Маркович. – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2010. – 384 с.
49. Перестюк М. О. Теорія рівнянь математичної фізики / М. О. Перестюк, В. В. Маринець. – К.: Либідь, 2001.
50. Петровський І. Г. Лекції об уравнениях с частными производными / И. Г. Петровський. – М.: Гос. Изд. физ-мат. литературы, 1961.

51. Положий Г. Н. Уравнения математической физики / Г. Н. Положий – М.: Высшая школа, 1964.
52. Синявська О. О. Побудова моделі розв'язку задачі про коливання прямокутного паралелепіпеда з випадковими факторами / О. О. Синявська, Г. І. Сливка-Тилищак // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Серія математика і інформатика. – 2010. – Вип. 21. – С. 123–136.
53. Сливка Г. І. Обґрунтування застосування методу Фур'є до задачі про коливання круглої мембрани з випадковими початковими умовами / Г. І. Сливка // Вісник Київ. ун-ту, сер. фіз-мат. науки. Вип. №4. – 2002. – С. 31–37.
54. Сливка Г. І. Крайова задача математичної фізики з випадковими початковими умовами / Г. І. Сливка // Вісник Київ. ун-ту, сер. фіз-мат. науки. Вип. №5. – 2002. – С. 172–178.
55. Сливка Г. І. Властивості розв'язку задачі про коливання прямокутної мембрани з випадковими початковими умовами / Г. І. Сливка // Математичні методи та фізико-механічні поля, 46 т., №4, 2003.
56. Сливка Г. І. Обґрунтування застосування методу Фур'є до задачі про коливання прямокутного паралелепіпеда з випадковими початковими умовами / Г. І. Сливка // Вісник Київського університету. Серія фіз-мат. науки. – 2004. – Вип. №4. – С. 66–73.
57. Сливка Г. І. Властивості розв'язку задачі про коливання прямокутного паралелепіпеда з випадковими початковими умовами / Г. І. Сливка // Вісник Київського університету. Серія фіз-мат. науки. – 2005. – Вип. №4. – С. 52–57.
58. Сливка Г. І. Коливання круглої мембрани з випадковими початковими умовами / Г. І. Сливка // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Серія математика і інформатика. – 2004. – Вип. 9. – С. 65–76.

59. Сливка Г. І. Моделювання розв'язку задачі коливання однорідної струни з випадковими початковими умовами / Г. І. Сливка, А. М. Тегза // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Серія математика і інформатика. – 2005. – Вип. 10–11. – С. 131–136.
60. Сливка-Тилищак Г. І. Достатні умови існування узагальненого розв'язку задачі про коливання прямокутного паралелепіпеда з випадковими факторами / Г. І. Сливка-Тилищак // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Серія математика і інформатика. – 2009. – Вип. 18. – С. 141–150.
61. Сливка-Тилищак Г. І. Умови існування узагальненого розв'язку задачі про коливання круглої мембрани з випадковими початковими умовами / Г. І. Сливка-Тилищак // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Серія математика і інформатика. – 2010. – Вип. 20. – С. 140–146.
62. Сливка-Тилищак А. И. Уравнения колебания прямоугольного параллелепипеда со случайными начальными условиями из пространства Орлича / Г. І. Сливка-Тилищак // Труды третьей международной научной конференции «Математическое моделирование и дифференциальные уравнения». – Минск, 2012. – С. 222–233.
63. Сливка-Тилищак Г. І. Рівняння коливання однорідної струни з випадковими початковими умовами з простору Орліча / Г. І. Сливка-Тилищак // Карпатські математичні публікації. – 2012. – Том 4, №2. – С. 316–327.
64. Сливка-Тилищак Г. І. Умови існування узагальненого розв'язку задачі про коливання прямокутного паралелепіпеда з випадковими початковими умовами з простору Орліча / Г. І. Сливка-Тилищак // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка університету. Серія фіз-мат. науки. – 2012. – Вип. №4. – С. 36–40.
65. Соболев С. Л. Уравнения математической физики / С. Л. Соболев. – М.: Гос. изд. техн.-теор. лит., 1954. – 444 с.

66. Albin J. M. P. On extremal theory for stationary processes / J. M. P. Albin // *Ann. Probab.* – 1990. – № 18. – P. 92–128.
67. Angulo J. M. Fractional diffusion and fractional heat equation / J. M. Angulo, M. D. Ruiz-Medina, V. V. Ang, W. Grecksch // *Adv. Appl. Probab.* – 2000. – 32. – P. 1077–1099.
68. Barrasa de la Krus E. Boundary-value problems for equations of mathematical physics with strictly Orlicz Random initial conditions / E. Barrasa de la Krus, Yu. V. Kozachenko // *Random Oper. And Stoch. Eq.* – 1995. – 3, № 3. – P. 201–220.
69. Beghin L. On the solution of linear odd-order heat-type equations with random initial / L. Beghin, Yu. Kozachenko, E. Orsingher, L. Sakhno // *Journal of Statistical Physics.* – 2007. – Vol. 127, No. 4. – P. 721–739.
70. Buldygin V. V. Metric Characterization of Random Variables and Random processes / V. V. Buldygin, Yu. V. Kozachenko. – American Mathematical Society, Providence, Rhode. – 2000.
71. Buldygin V. V. Asymptotic behaviour of linearly transformed sums of random variables / V. V. Buldygin, S. A. Solntsev. – Kluwer Academic Press, Dordrecht. – 1997.
72. Dovgay B. V, Kozachenko Yu. V. The condition for application of Fourier method to the solution of nonhomogeneous string oscillation equation with φ -subgaussian right hand side / B. V Dovgay, Yu. V. Kozachenko // *Random Operators and Stochastic Equations.* – 2005. – Vol. 13, №3. – P. 281–296.
73. Giuliano Antonini R. Space of φ -subgaussian random variables / R. Giuliano Antonini, Yu. Kozachenko, T. Nikitina // *Memorie di Matematica e Applicazioni (Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL).* – 2003. – Vol / XXVII, fasc. 1, P. 95–124.
74. Kahane J. P. Propriétés locales des fonctions à séries de Fourier aléatoires / J. P. Kahane // *Studia Math.* – 1960. – Vol. 19, №1. – P. 1–25.

75. Kahane J. P. Sur la divergence presque sure presque partout de certaines series de Fourier aleatoires / J. P. Kahane // Ann. Univ. Scient., Budapest., Sect. Math., – 1961. -Vol. 3 – 4. – P. 101–108.
76. Kahane J. P. Some random series of functions. – Heath Mathematical Monographs / J. P. Kahane. – Lexington, Mass. : D. C. Heath and Company, 1968. – 184 p.
77. Kubilius K. The rate of convergence of Hurst index estimate for the stochastic differential equation / K. Kubilius, Y. Mishura // Stochastic Processes Appl. – 2012. – 122, No. 11. P. 3718–3739.
78. Kono N. Sample path properties of stochastic processes / N. Kono // J. Math. Kyoto Univ. – 1980. – 20, № 2. – P. 295–313.
79. Kozachenko Yu. V. Extremal behavior of the heat random field / Yu. V. Kozachenko, G. M. Leonenko // Extremes. – 2006. – 8. – P. 191–205.
80. Kozachenko Yu. V. Boundary-value problems for equations of mathematical physics with strictly random initial conditions / Yu. V. Kozachenko, A. I. Slyvka-Tylyshchak // Theory of Stochastic Processes. – 2004. – № 1-2. – C. 60–71.
81. Kozachenko Yu. V. The Cauchy problem for the heat equation with a random right side / Yu. V. Kozachenko, A. I. Slyvka-Tylyshchak // Random Oper. and Stoch. Equ. – 2014. – 22(1). – P. 53–64.
82. Kozachenko Yu. V. On the increase rate of random fields from space on unbounded domains / Yu. V. Kozachenko, A. I. Slyvka-Tylyshchak // Statistics, optimization and information computing. – June 2014. – Vol. 2. – P. 79–92.
83. Kozachenko Yu. V. The Cauchy problem for the heat equation with a random right part from the space $Sub_{\varphi}(\Omega)$ / Yu. V. Kozachenko, A. I. Slyvka-Tylyshchak // Applied Mathematics. – 2014. – 5. – P. 2318–2333.

84. Kozachenko Yu. V. The heat equation with random initial conditions from Orlicz space / Yu. V. Kozachenko, K. J. Veresh // Teor. Imovirnost. Matem. Statist. – 2009. – **80**. – P. 63–75; English transl. in Theory Probab. Mathem. Statist. – 2010. – **80**. – P. 71–84.
85. Kozachenko Yu. V. Boundary-value problem for nonhomogeneous parabolic equation with Orlicz right side / Yu. V. Kozachenko, K. J. Veresh // Random Operators and Stochastic Equations. – 2010. – №18. – P. 97–119.
86. Kovalchuk Yu. O. The Boundary-Value Problems for Equations of Mathematical Physics with Strictly $sub_{\varphi}(\Omega)$ Random Initial Conditions / Yu. O. Kovalchuk // The Second Scandinavian-Ukrainian Conference in Mathematical Statistics. Abstracts. – Sweden, Umea. – 1997. – P. 45.
87. Leadbetter M. R. Extremes and related properties of random sequences and processes / M. R. Leadbetter, G. Lindgren, H. Rootzen . – Springer. Berlin., 1983.
88. Marcus M. B. Random Fourier series with applications to harmonic analysis. Vol. 101 / M. B. Marcus, G. Pisier. – Princeton University Press, Princeton. – 1981.
89. Ratanov N. E. Stabilization of the statistical solution of the parabolic equation / N. E. Ratanov, A. G. Shuhov, Yu. M. Suhov // Acta Appl. Math. – 1991. – 22. – P. 103–115.
90. Surgailis D. Limit theorems for the Burgers equation initialized by data with long-range dependence / D. Surgailis, W. A. Woyczynski // In: Doukhan P., Oppenheim, G., Taqqu, M. S (eds.) Theory and Applications of Long-range Dependence. – Birkhausser, Boston, 2003.
91. Woyczynski W. A. Burgers-KPZ Turbulence / W. A. Woyczynski // Lecture Notes in Math. – Springer Verlag, Berlin, Heidelberg. – 1998. – Vol. 1700.

92. Slyvka-Tylyshchak A. I. Conditions of existence with probability one generalized solution of the boundary-value problems of hyperbolic equations with random initial conditions / A. I. Slyvka-Tylyshchak // *Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Серія математика і інформатика.* – 2008. – Вип. 17. – С. 197–203.
93. Slyvka-Tylyshchak A. I. Simulation of vibrations of a rectangular membrane with random initial conditions / A. I. Slyvka-Tylyshchak // *Annales Mathematicae and Informaticae.* – 2012. – №39. – P. 325–338.
94. Slyvka-Tylyshchak A. I. Justification of the Fourier method for equations of homogeneous string vibration with random initial conditions / A. I. Slyvka-Tylyshchak // *Annales Univ. Sci. Budapest., Sect. Comp.* – 2012. – 38. – P. 211–231.
95. Slyvka-Tylyshchak A. I. The conditions of existence of generalized solution with random initial conditions from Orlicz space / A. I. Slyvka-Tylyshchak, K. J. Kuchinka // *Octogon, Mathematical Magazine.* – 2013. – Vol. 21, №1. – P. 20–32.
96. Slyvka-Tylyshchak A. I. The heat equation on line with random right part from Orlicz space / A. I. Slyvka-Tylyshchak // *Carpatian Mathematical Publications.* – 2014. – Vol. 6., №1. – P. 134-148.

Наукове видання

КОЗАЧЕНКО Юрій Васильович
КУЧІНКА Каталін Йожефівна
СЛИВКА-ТИЛИЩАК Ганна Іванівна

ВИПАДКОВІ ПРОЦЕСИ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ

Монографія

В авторській редакції

Підписано до друку 14.06.2017 р. Формат 70x100/16. Папір офсетний.
Друк офсетний. Умов. друк. арк. 20,8. Наклад: 350.

К - 86 Козаченко Ю.В., Кучінка К.Й., Сливка-Тилищак Г.І. Випадкові процеси
в задачах математичної фізики. Монографія – Ужгород: Вид-во ТОВ
«РІК-У», 2017. – 256 с.

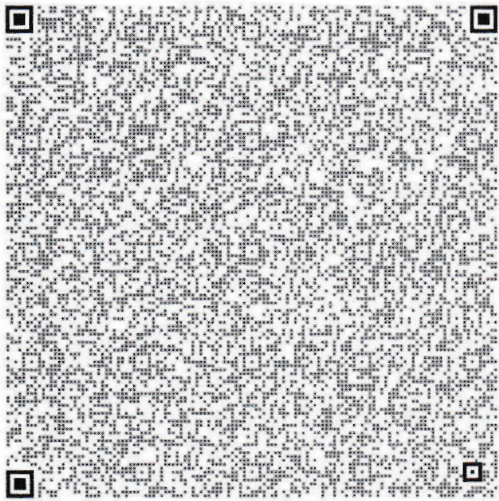
ISBN 978-617-7404-56-8

У монографії досліджуються властивості розв'язків задач математичної фізики гіперболічного та параболічного типів з випадковими факторами з простору Орліча.

Викладення базуються на результатах, що отримані авторами роботи.

Монографія орієнтована на студентів, аспірантів та наукових працівників, що спеціалізуються в галузі теорії ймовірностей. Книга також буде корисною спеціалістам в галузі радіотехніки, фізики, геофізики, фінансової математики, математичної економіки, в технічних науках та в механіці, зокрема, де використовуються методи комп'ютерного моделювання випадкових процесів.

УДК: 517.9.958



ISBN 978-617-7404-56-8



9 786177 404568