ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ

Кафедра математики та інформатики

Реєстраційний №___________

Кваліфікаційна робота

Евристичне навчання математики

Староста Микола Миколайович

Студент ІІ-го курсу

Освітня програма 014 «Середня освіта (Математика)»

Ступінь вищої освіти: магістр

Тема затверджена Вченою радою ЗУІ

Протокол **№ 10 від 27 жовтня 2021 року**

Науковий керівник: **Стойка Мирослав Вікторович**

доцент

Завідувач кафедрою математики та інформатики : **Кучінка Каталін Йожефівна**

к. ф.-м. н

Робота захищена на оцінку _________, «___» ____________ 202_ року

Протокол № ______ / 202_

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ

Кафедра математики та інформатики

Кваліфікаційна робота

Евристичне навчання математики

Ступінь вищої освіти: магістр

Виконав: студент ІІ-го курсу

Староста Микола Миколайович

Освітня програма 014 «Середня освіта (Математика)»

Науковий керівник: Стойка Мирослав Вікторович
доцент

Рецензент: Бортош Марія Юліївна
доцент

Берегове
2022

Зміст

Вступ ... 3
I. Теоретичні основи евристичного навчання ... 4
1.1.Що таке евристика?. ... 4
II. Методи евристичного навчання ... 5
2.1. Метод мозгового штурму ... 5
2.2 Метод колективного пошуку оригінальних ідей. ... 5
2.3. Метод евристичних питаннь ... 6
2.4. Метод багатовимірних матриць ... 6
2.5. Метод вільних асоціацій ... 7
2.6. Метод інверсії ... 7
2.7. Метод емпатії ... 7
2.8. Метод синектики. ... 8
2.9. Метод организованих стратегій. ... 8
2.10. Метод евристичної бесіди ... 8
III. Пошук розвязку завданнь а допомогою евристичних методів ... 11
3.1. Система евристичних метоів Фрідмена ... 14
3.1.1 Метод розколу задачі на підзадачі ... 14
3.1.2 Метод моделювання ... 17
3.1.3 Метод введення допоміжних елементів ... 18
3.2. Система евристичних методів Балка ... 19
3.2.1 Аналогія ... 19
3.2.2 Ідукція ... 25
3.2.3 Граничний випадок ... 22
Висновки ... 28
Використана література ... 29
Висновки(Резюме) ... 30

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola

Matematika és Informatika Tanszék

FELFEDEZTETŐ MATEMATIKAOKTATÁS

Szakdolgozat

Képzési szint: mesterképzés

Készítette: Sztároszta Miklós

II. évfolyamos hallgató

Képzési program: 014 „Középiskolai oktatás (Matematika)”

Témavezető: Sztojka Miroszláv

docens

Recenzens: Bartos Mária

docens

Beregszász – 2022

Tartalomjegyzék

Bevezetés 6
I. A heurisztikus matematikatanítás elméleti alapjai 7
1.1.Mi is az a heurisztika ?. 7
II. A heurisztika tanítás módszerei 8
2.1. „Brainstorming” módszer 8
2.2 A "különleges ötletek kollektív keresésének" módszer. 8
2.3. Heurisztikus kérdések módszere 9
2.4. A "többdimenziós mátrixok" módszere 9
2.5. A „szabad asszociációk” módszere 10
2.6. Inverziós módszer. 10
2.7. Az empátia módszere (a személyes analógia módszere) 10
2.8. Szinektikai módszer. 11
2.9. A szervezett stratégiák módszere. 11
2.10. Heurisztikus beszéd módszer 11
III. A feladat megoldási módjának keresése heurisztikus módszerekkel 14
3.1. Friedman heurisztikus módszerek rendszere 17
3.1.1 A feladat részfeladatokra bontásának módszere 17
3.1.2 Modellezés módszer 20
3.1.3 Segédelemek bevezetése módszer 21
3.2. Balk heurisztikus módszerek rendszere 22
3.2.1 Analógia 22
3.2.2 Indukció 25
3.2.3 Határ eset módszer 25
Összegzés 28
Felhasznált irodalom 29
Rezümé 30

Bevezetés

A mindennapi életben az ember folyamatosan mindenféle problémával szembesül. Gyakran nem szabványosak, ezért különféle heurisztikus (felfedeztető) módszerekre van szükség a megoldások megtalálásához. Még az iskola években a tanulónak elkell sajátítania ezeket a módszereket, az iskolai tantárgyak, köztük a matematika elsajátításának folyamatában. Ebben az összefüggésben vál aktuálissá a matematika tanítási folyamatában a heurisztikai módszerek elsajátításának problémája, mivel az ilyen tevékenységek felkészítik a középiskolásokat a modern világfelfogásra, megteremtik a szükséges feltételeket a helyes meggondolt döntéshozáshoz.

A heurisztikus tanulás feladata az egyik legjelentősebb. A feladat jelentősége abban rejlik, hogy ő elutasítja a kész tudást és azon alapul, hogy olyan információkat felkutassunk, amelyek új követelményeket adnak meg az ember szakmai, tudományos és technológiai fejlődéshez. Az információ mennyiségének folyamatos növekedése megköveteli az embertől olyan tulajdonságokat, mint a találékonyság, a kezdeményezőkészség, képesség gyorsan és pontosan alkalmazni bizonyos megoldásokat, ami lehetetlen a kreatív, önálló munkavégzés képessége nélkül. Emiatt az iskolának kell fejleszteni a tanulók kreatív képességeit, aktív személyiség nevelésére kell összpontosítania.

Napjainkban a világ számos országában figyelmet fordítanak az iskolások kreatív képességeinek fejlesztésének problémájára. Ezek a képességek az adottságai minden gyermekben benne vannak, csak fel kell tudni fedezni és fejleszteni. A tanulók ne csak elsajátítsák az iskolai tananyagot, hanem legyenek képesek azt kreatívan alkalmazni, legyenek képesek megoldást találni a különféle problémákra. A heurisztikus matematikatanitást olyan tudósok kutatták, mint Gy. Póya, V. Andreev, A. Artemov, G. Balk, K. Vlasenko, J. Kolyagin, J. Kuljutkin, T. Mirakova, V. Osinskaya, Y. Palant, E. Semenov, O. Skafa, Z. Slepkan, N. Tarasenkova, L. Friedman és mások. A heurisztikus készségek kialakulásának kérdését K. Vlasenko, O. Bondireva, T. Maksimova, V. Milushev, T. Ribo, O. Skafa munkái tárják fel.

I. A heurisztikus matematikatanítás elméleti alapjai

1.1.Mi is az a heurisztika ?.

A szó hétköznapi értelmében a heurisztika az eljárásokat, feladatmegoldási módokat jelent, amelyeket a sikeres feladatmegoldók követnek. Lehetnek közöttük ötletek arra, hogy melyik megoldásmóddal mikor érdemes próbálkozni. Lehetnek benne „jó kérdések", melyek sikerrel visznek át az akadályokon, analógiák, melyek további analógiák képzését segítik, modellek, metaforák stb. Ezeket némi tehetséggel és józan ésszel el lehet sajátítani vagy akár ki is lehet találni.

Egy másik értelemben a heurisztika az a tudományterület, mely ezeket az eljárásokat összegyűjti, elemzi, rendszerezi, általánosítja, segítségükkel ajánlásokat fogalmaz meg a problémamegoldók számára. Olyan szabályokat, melyeket érdemes megfogadni, illetve amelyeket a sikeres problémamegoldók gyakran anélkül követnek, hogy különösebben gondolnának rá. A heurisztika feladata viszont ebben az értelemben pontosan az, hogy ezeket a mintákat és szabályokat keresse, megfogalmazza, felhívja rájuk a figyelmet, reflektáljon rájuk, s akár ki is igazítsa őket, ha javítási lehetőséget lát. A matematikai heurisztika a matematikai problémamegoldás sajátos mintáival, megoldásmódjaival foglalkozik, ám ezek közül számos kiterjesztheti a matematikán túlra, és általános heurisztikai összefüggések is megfogalmazhatók a segítségükkel.[1]

Gy. Poya matematikus úgy véli, hogy a heurisztika tárgya „összefonódik más tudományokkal; különálló részei nemcsak a matematikához tartoznak, hanem a logikához, a pedagógiához, sőt a filozófiához is, a heurisztika célja a módszerek és szabályok tanulmányozása, a felfedezések és találmányok készítése". [2]

A matematika heurisztikus tanításának célja, hogy lehetőséget adjon a tanulóknak ismeretalkotásra, ítéletek megfogalmazására és következtetések levonására, különféle matematikai feladatok megoldására, valamint elősegítse a tanulók tanulási folyamatban fejlődő személyes tulajdonságainak változásának folyamatát. Ahogy a tanuló a heurisztikus tanulásban kitűzi személyes céljait, felfedezi a tudást, az oktatás tartalma számára változóvá válik, fejlődik (változik) a tanuló tevékenysége során.[3] Vagyis a matematika heurisztikus tanítása egy didaktikai rendszer, amelynek célja a tanulók oktatási és kognitív heurisztikus tevékenységeinek kialakítása, a matematika ismereteinek, készségeinek és képességeinek elsajátítása a tanuló oktatási pályájának felépítésével a matematika tanulása közben. A matematika heurisztikus tanítása megkülönbözteti az adott tétel bizonyításának különböző megközelítései elemzésének képességét, a helyes és helytelen megtalálását (a hibás bizonyításokban a hiba típusának meghatározására). Ebben a nevelési és fejlesztő funkciók nem egy heurisztikus feladathoz, hanem a heurisztikus feladatok rendszeréhez tartoznak, amelyek célként, tanulási eszközként szolgálnak. Ez a feladatrendszer különféle követelményeket elégít ki, még pedig: a heurisztika teljessége; a heurisztikus és logikai komponensek közötti kapcsolat megvalósíthatósága a tanulás minden szakaszában; a főbb matematikai gondolatok megértése az intuitív megfontolásoknak az értelmes logikai folyamatok szintjére való áthelyezésével lehetséges az "előreismeret" - formalizálás- "utó-tudás", motivációt adva ehhez az átmenethez; az indikatív tevékenységek szélességének biztosítása; összpontosítson a „felfedezésre”.[3]

II. A heurisztika tanítás módszerei

2.1. „Brainstorming” módszer

A „brainstorming” vagy „ötletbörze” módszer és kifejezés atyának A.F. Osborne számítjuk, mivel ő volta az első amerikai tudós aki felajánlotta ezt a kifejezés használatát. A heurisztikus párbeszédes „brainstorming” számos pszichológiai és pedagógiai mintán alapul. Ennek a módszernek a fő elvei és szabályai - a résztvevők által javasolt ötletek kritikájának teljes tilalma, valamint mindenféle megjegyzés vagy ötlet bátorítása.

2.2 A "különleges ötletek kollektív keresésének" módszer.

Ez a módszer a következő pszichológiai és pedagógiai törvényeken és a megfelelő elveken alapul.

1) A közös alkotás első törvénye és ennek megfelelő elve egy kreatív feladat megoldásának folyamatában rejlik . A csoport vezetője a demokratikus kommunikációs stílusra épül, a képzelőerőt, a váratlan asszociációkat ösztönzi, buzdítja az eredeti ötletek megjelenését, a vezető folytonos együttműködés jellemzi a csoport minden egyes tagjával. És minél fejlettebb a vezető együttműködési és együttalkotási képessége, annál eredményesebbek a kreatív feladatok megoldása.

2) A második törvény, az egymás alkotóereibe és képességeibe vetett bizalom megfelelő elve. Minden résztvevő egyenlő: egy viccel, egy sikeres megjegyzéssel a vezető ösztönzi a kreatív csapat tagjainak legkisebb kezdeményezését is.

3) A harmadik törvény, az intuitív és logikai optimális kombinációjának használatának elve. Az ötletek generálása szempontjából optimális a logikus gondolkodás tevékenységének gyengítése, az intuíció ösztönzésén van a hangsúly. Ezt a problémát nagyban megkönnyítik az

olyan szabályok, mint a kritika tilalma, a megalkotott ötletek késleltetett logikai és kritikai elemzése.

A módszer kétségtelen előnyei közé tartozik, hogy a csoport minden tagját kiegyenlíti, mivel alkalmazása során a tekintélyelvű vezetés elfogadhatatlan. A lustaság, a rutinszerű gondolkodás, a racionalizmus automatikusan eltűnik.

A módszer hátrányai és korlátai, hogy alkalmazása lehetővé teszi egy kreatív ötlet előterjesztését, megtalálását általánosított formában. A módszer nem biztosítsa az ötletek gondos kidolgozását. Akkor is alkalmatlan, vagy alkalmazási korlátai vannak, ha a kreatív feladat nagy előzetes számításokat igényel.

2.3. Heurisztikus kérdések módszere

Ezt a módszert „kulcskérdések" módszerének is nevezik. A heurisztikus kérdések módszerét arra kell használni, hogy további információkat gyűjtsünk egy problémahelyzetben, vagy rendszerezzük a meglévő információkat egy kreatív probléma megoldásának folyamatában. A heurisztikus kérdések további ösztönzésként szolgálnak, új stratégiákat, taktikákat alakítanak ki a kreatív problémák megoldására.

A heurisztikus kérdéseket széles körben használta az ókori római filozófus, Quintilianus a tudományos és gyakorlati munkáiban. Azt javasolta, hogy minden jelentős politikus, bármilyen eseményről teljes körű információt gyűjtsön, tegye fel magának a következő hét kulcsfontosságú (heurisztikus) kérdést, és válaszoljon rájuk: ki? mit? miért? hol? mivel? hogyan? mikor?

A heurisztikus kérdések módszerének előnye, hogy egyszerű és hatékony bármilyen feladat megoldását eredményezi. A heurisztikus kérdések különösen fejlesztik a gondolkodás és az intuíciót.

Hátrányok és korlátjai: nem ad különösebben eredeti ötleteket és megoldásokat, és más heurisztikus módszerekhez hasonlóan nem garantálja az abszolút sikert a kreatív feladatok megoldásában.

2.4. A "többdimenziós mátrixok" módszere

Ezt a módszert a kutatók és feltalálók "morfológiai doboz" módszerként vagy "morfológiai elemzés" módszerként is nevezik. A többdimenziós mátrixok módszerének kezdeti ötlete a kreatív problémák megoldásában a következő.

Mivel az új gyakran ismert elemek (eszközök, folyamatok, ötletek stb.) újabb kombinációja, a mátrix módszer lehetővé teszi, hogy ezt ne próbálgatással, hanem célirányosan és szisztematikusan tegyük. Így a többdimenziós mátrixok módszere a probléma mátrixelemzési folyamatában megnyilvánuló új kapcsolatok szisztematikus elemzésének elvén alapul. A hasonló környezet megteremti a szabadság feltételeit, aktiválja az intuíciót és a képzeletet.

Előnyök: lehetővé teszi összetett kreatív problémák megoldását és sok új, váratlan, eredeti ötlet megtalálását.

Hátrányok és korlátok: a mátrixban közepes nehézségű feladatok megoldása esetén is több száz megoldás lehet, amelyek közül az optimális kiválasztása nehéz feladatott jelent.

2.5. A „szabad asszociációk" módszere

Az asszociációk kialakulása során rendkívüli kapcsolatok jönnek létre a megoldandó probléma összetevői és a külső világ elemei között, ideértve a kollektív problémamegoldásban, kreatív feladatban részt vevő személyek korábbi kreatív tevékenységének összetevőit. Az új asszociatív kapcsolatok és kreatív ötletek kialakulásának folyamata eredményeként a probléma megoldására.

2.6. Inverziós módszer.

Az inverzió módszere az alkotó tevékenység egyik heurisztikus módszere, amelynek középpontjában a kreatív problémák új, váratlan irányú, gyakran a hagyományos nézetekkel és hiedelmekkel ellentétes, a formális logika és a józan ész által diktált megoldási ötletek keresése áll. Az inverziós módszer a szabályosságon és a dualizmus elve, a dialektikus egység és a kreatív gondolkodás ellentétes (direkt és inverz) eljárásainak optimális felhasználásán alapul: elemzés és szintézis, a vizsgált tárgy logikai és intuitív, statikus és dinamikus jellemzői, külső és belső tárgyak. Ha nem tudja megoldani a problémát az elejétől a végéig, akkor próbálja meg megoldani a végétől az elejéig stb.

Az inverziós módszer kétségtelen előnye, hogy lehetővé teszi a gondolkodás dialektikájának fejlesztését, a kilátástalannak tűnő helyzetből való kiutat, eredeti, esetenként egészen váratlan megoldásokat találhat a kreatív feladatok különböző összetettségi és nehézségi szintjeire. Hátránya és korlátja, hogy meglehetősen magas szintű kreativitást, alapismereteket, készségeket és tapasztalatot igényel.

2.7. Az empátia módszere (a személyes analógia módszere)

Az empátia leggyakrabban azt jelenti, hogy egy személy személyiségét azonosítjuk egy másik személy személyiségével, amikor megpróbáljuk mentálisan egy másik személy helyzetébe hozni magunkat, együtt érezni vele. Nem véletlen, hogy az empátia, vagy személyes hasonlat egy kreatív feladat megoldásában az ember azonosítását egy technikai tárggyal, folyamattal érti. Az empátia módszerének alkalmazásakor a tárgyat az ember érzéseinek, érzelmeinek tulajdonítják: a személy azonosítja a célokat, funkciókat, képességeket, előnyöket és hátrányokat, például a gépeket, a sajátjaival. Úgy tűnik, hogy a személy összeolvad a tárggyal. Így az empátia (személyes analógia) módszere azon az elven alapul, hogy a vizsgált tárgyat, a folyamatot másokkal helyettesítjük. Ezt szem előtt tartva az empátia módszere -- a problémák megoldásának egyik heurisztikus módszere, amely az empátia folyamatán alapul.

2.8. Szinektikai módszer.

A szinektika módszerének lényege a következő. Alkalmazásának első szakaszában a „kreativitás mechanizmusainak" elsajátításának folyamata zajlik. Ezen mechanizmusok egy részét a módszertan készítői a tanulás fejlesztésére javasolják, mások fejlesztése nem garantált. Az elsőt "működési mechanizmusoknak" nevezik. Ide tartoznak a közvetlen, személyes és szimbolikus analógiák. A szinektika módszerének alkalmazása során kerülni kell a probléma idő előtti egyértelmű megfogalmazását (kreatív feladat), mivel az semlegesíti a további megoldáskeresést. A tárgyalást nem a feladattal (problémával) célszerű kezdeni, hanem néhány általános jellemző elemzésével, amelyek bevezetnek a problémafelvetés helyzetébe, többszörösen tisztázva annak tartalmát.

A szinektika módszerének előnyei szinte mindazok, amelyek a kidolgozás alapjául szolgáló heurisztikus módszerekben rejlenek. Hátrányai és korlátai a következők: nem teszi lehetővé nagyon különös kreatív feladatok megoldását, és lehetőséget ad arra, hogy elsősorban a döntés legeredetibb ötleteit találjuk meg; a módszer több mint 30-40 perces alkalmazása után fokozatosan csökken az új ötletek generálásának produktivitása.

2.9. A szervezett stratégiák módszere.

A kreatív problémák megoldásának egyik fő pszichológiai akadálya a gondolkodás tehetetlensége és a döntő képtelensége, hogy elmenjen, elhagyja a legkézenfekvőbb utat, és új megközelítést, új irányt találjon a megoldások keresésében. És még ha a megfelelő irányokat (stratégiákat) választjuk is meg a megoldási ötlet megtalálásához, akkor is vannak félelmek, hogy elvesztettünk valami fontosat, esetleg egy eredetibb stratégiát, ötletet. A szervezett stratégiák módszere bizonyos mértékig segít leküzdeni a gondolkodás tehetetlenségét. Ennek a módszernek az alapja a következő:

a) az egyéni elve a kreatív feladatok megoldásának új stratégiáinak megválasztásában;

b) a kirekesztés elve, azaz a tárgy, szubjektum, folyamat minden alkalommal váratlanul új nézőpontból való szemlélése.

2.10. Heurisztikus beszéd módszer

A heurisztikus beszéd a tanár és a tanulók közötti kreatív interakció módszert jelent. A tanár és a diákok párbeszéd formájában, probléma megoldásán alapuló beszédben vesznek részt, A tanár alapvető és vezető kérdéseket add fel, hogy majd kérdési segítségével, a tanulókat az igazság önálló keresésére ösztönözze. Vagyis a tanár a tanulók heurisztikus tevékenységét irányítva egy speciális kérdésrendszer felépítésével arra ösztönzi a tanulókat, hogy bizonyos élethelyzeteket figyeljenek meg, ezek között analógiákat találjanak és matematikai modellekkel összehasonlítsanak, azaz bizonyos matematikai tények „felfedezésére” készteti a tanulókat.

A matematikában kiemelt helyet foglalnak el a szöveges feladatok, amelyek a matematika kurzus minden témájában szerepel. Megtanítani a diákokat az olyan jellegű feladatok megoldására mint szövegértést, ajánlani hipotéziseket amelyet a feladat megoldásához vezet, a megoldás modellezésére, az eredmény megoldására és értelmezésére, esetleg heurisztikus párbeszélgetés szervezésével valósulhat meg.

Tekintsünk egy példát:

Egy adott mező területe 80 hektár, az első traktoros ennek a területnek a 40%-át, a második a maradéknak a 60%-át szántotta fel. Melyikük szántott többet és hány hektárral?

Dolgozunk a szöveggel. Kérdések a tartalom megértéséhez: Miről szól a feladat? Mi ismert a feladatban? Lehet-e feltételezni, hogy ki szántott többet? Ismert-e a mező területe? Mit jelent az 1%? Hány százalékban jelöljük a teljes mezőt? Az első traktoros a mező felének a nagyobb vagy kisseb részét szántotta fel? Válaszolhatunk az előző kérdésre a második traktorosról? Hogy találjuk meg a mező maradék részét? Mit fogunk összehasonlítani, válaszolva arra a kérdésre, hogy melyikük szántott többet?

A szöveg matematikai nyelvre fordítása, az adatok és a kérdés kapcsolatának megállapítása: Milyen heurisztikák segítségével állíthatjuk össze a probléma matematikai modelljét? (a heurisztika "rajzol egy képet"). A tanulók alkalmazzák a szükséges heurisztikát, azaz rajzolnak egy teljes mezőt.

Milyen jelölést kell beírni? (A teljes mező 100%-os). Osszuk 2 részre. Az első traktoros a teljes mező 40%-át szántotta. Hogy mennyi lesz hektárban kérdőjellel jelöljük. A téglalap második része a maradék. Fontos, hogy írjuk alá a maradék szót, és tegyen kérdőjelet. A téglalap második részébe írjuk 60%-ot a maradék szóhoz. Hány hektárt szántott fel a második traktoros?

Megoldási terv. Megtalálni, mennyit szántott az első traktoros? Mennyit kell szántani az első traktoros után? Mennyit szántott a második traktoros? Mennyivel szántott többet az egyik traktoros, mint a másik? A heurisztikus beszélgetés után a feladat megoldása a tanuló füzetében a következő lesz:

1) $80 \cdot 40 : 100 = 32$ (ha) első traktoros szántott;

2) $80-32 = 48$ (ha) maradék;

3) $48 \cdot 60 : 100 = 28{,}8$ (ha) szántott a második traktoros;

4) $32 - 28{,}8 = 3{,}2$ (ha) ennyivel az első traktoros többet szántott mint a második.

Válasz: 3,2 hektárral az első traktoros többet szántott mint a második.

A végén a feladat ellenőrzése és értékelése a következő kérdések feltevésével történik: Tetszett a feladat? Kinek volt igaza a feltételezésben? Van más megoldás ? Célszerű megkérni a tanulókat, hogy találjanak ki több hasonló feladatot, mint például az iskola területén vagy a nyári táborban végzett munka stb.

A szöveges feladatok lehetőséget adnak arra, hogy a tanulókban olyan képességeket alakítsanak ki, hogy matematikai nyelven leírják a valós élethelyzetet. Az ilyen munka elősegíti a logikus gondolkodás fejlődését, a heurisztikus technikák (elemzés, szintézis, általánosítás, analógia) elsajátítását, az olyan személyes tulajdonságok fejlesztése, mint a függetlenség, a kitartás és a kreativitás. Így a heurisztikus beszéd módszerét alkalmazó matematikatanárok tapasztalják, hogy a tanulók tudják a leghatékonyabban megérteni a tanult anyagban az ismeretlent, érthetetlent, megjegyezni és reprodukálni a tanult szabályokat, megérteni az anyagot a már megszerzett tudás alapján.

Kétségtelen előnye a heurisztikus beszélgetésnek és a tanulók kognitív tevékenységének szintjének. Nélkülözhetetlen az egyén kreatív képességeinek fejlesztéséhez.

III. A feladat megoldási módjának keresése heurisztikus módszerekkel

Az emberi élet minden területén mind a tudományban, technikában, nemzetgazdaságban stb, vannak olyan, nem szabványos jellegű feladatok, amelyek megoldása gyakran lehetetlen standart, általánossá vált módszerekkel megvalósítani, megoldani. Ezért az ilyen feladatokhoz heurisztikus módszereket kell használni. De először fontoljuk meg az összes olyan szakaszt, amely a feladat megoldásának teljes folyamatát alkotja.

Mikor megkapjuk a feladatot első sorban azt kell megtudni, hogy mi a feladat, vagyis mik a feladat feltételei, mi a feladat kérdései (követelményei), vagyis a feladat elemzése.

Ez a feladat megoldásának első szakasza.

Gyakran egy ilyen elemzést valamilyen módon rögzíteni kell, amihez általában a feladat modelljét sematikus jegyzetek, táblázat, grafikon, ábra formájában készítik el.

A feladatmodell felépítése a megoldási folyamat második szakasza.

A feladat elemzése és sematikus jegyzetének felépítése elsősorban a feladat megoldás módszernek szükséges. A feladat megoldásának módjának keresése határozza meg a megoldási folyamat harmadik szakaszát.

A megoldási módszer megtalálásakor szükséges ezt a módszert alkalmazni az adott feladatra. A végrehajtás a negyedik szakasz.

Miután végrehajtottuk és bemutatása (írásban vagy szóban) után meg kell győződni arról, hogy a döntés helyes, a feladat minden követelményét kielégíti. Ehhez a megoldást leellenőrzik, ami a megoldási folyamat ötödik szakasza.

Számos feladat megoldása során nem elegendő csak leellenőrizni az eredményt, hanem a feladat tanulmányozása is szükséges, ami azt eredményezi hogy feltárjuk azt hogy a feladatnak milyen feltételek mellett van megoldása, és az egyes esetekben hány különböző megoldása van; milyen feltételek mellett a feladatnak egyáltalán nincs megoldása stb. Ez a szakasz a feladat megoldásának folyamatában a hatodik szakasza.

A következő - a hetedik szakasz a feladatra adott válasz egyértelmű megfogalmazása.

Néha hasznos a feladat megoldásának kognitív elemzése: mi az érdekes a megoldott feladatban, van-e más lehetséges megoldás, általánosítható-e a feladat stb. Mindez a feladat megoldásának folyamat nyolcadik, egyben utolsó szakaszát jelenti.

Tehát a feladat megoldásának teljes folyamata nyolc szakaszra osztható:

1. szakasz - feladatelemzés;

2. szakasz - a feladat modelljének felépítése;

3. szakasz - a feladat megoldásának módjának megtalálása;

4. szakasz - a feladat megoldásának megvalósítása;

5. szakasz - a feladat megoldásának ellenőrzése;

6. szakasz - a feladat tanulmányozása;

7. szakasz - a feladatra adott válasz megfogalmazása;

8. szakasz - a feladat kognitív elemzése és megoldása.

A feladat megoldásának heurisztikus módszere a 3. szakaszra irányul – arra hogyan történik a feladat megoldásának keresése.

Példákkal illusztráljuk egy szabványos feladat megoldáskeresésének megvalósítását (a fentebb említett sémára fogunk támaszkodni).

1. feladat Oldja meg az egyenlőtlenségrendszert

$$\begin{cases} 7x+3 \geq 5x-19 \\ 4x+1 \leq 22-3x \\ 6 < x^2 - x(x-3) \end{cases}$$

Megoldás. 1) Egy változós egyenlőtlenségrendszer megoldására létezik egy megoldási algoritmus.

2) Az algoritmus létezik, így nincs szükség a feladat modelljének felépítésére.

3) A megoldási módszert az egyváltozós egyenlőtlenségrendszer megoldásának definíciójában adjuk meg: egy változós egyenlőtlenségrendszer megoldása a változó értéke, amelyre a rendszer minden egyenlőtlensége igaz.

4) Bővítjük ezt a definíciót az algoritmus lépésenkénti programjává, amelyet rendszerünkre alkalmazva megtaláljuk a megoldást:

1. lépés - oldja meg a rendszer első egyenlőtlenségét:

$7x+3 \geq 5x-19 \Rightarrow 2x \geq -22 \Rightarrow x \geq -11$;

2. lépés - oldja meg a rendszer második egyenlőtlenségét:

$4x+1 \leq 22-3x \Rightarrow 7x \leq 21 \Rightarrow x \leq 3$;

3. lépés - oldja meg a rendszer harmadik egyenlőtlenségét:

$6 < x^2 - x(x-3) \Rightarrow 6 < 3x \Rightarrow x > 2$;

4. lépés - keresse meg a numerikus intervallumok metszéspontját

(-11;+∞), (-∞;3), (2;+ ∞), (2;3].

5) Ebben az esetben nem ellenőrizzük a megoldást.

6) A felelet: az egyenlőtlenségrendszer megoldása az, hogy az x a (2;3] intervallumhoz tartozik .

3.1. Friedman heurisztikus módszerek rendszere

3.1.1 A feladat részfeladatokra bontásának módszere

Ez a módszer abból áll, hogy egy komplex nem szabványos feladatot több egyszerűbb, lehetőleg szabványos vagy korábban megoldott részfeladatra osztunk, amelyek szekvenciális megoldásával az eredeti komplex feladat is megoldódik.

A feladat részfeladatokra bontásának három változata van.

1) A feladat feltételeinek felosztása részekre.

2) A feladat követelményének részekre bontása.

3) A feladattartomány felosztása részekre.

1) A feladat feltételeinek részekre bontása.

Feladat. *Az ABC háromszög területe 30 cm. Az AC oldalon egy D pontot veszünk úgy, hogy AD : DC = 2 : 3. A DE merőleges a BC-re és hossza 9 cm. Keresse meg a BC-t!*

Megoldás. Építsünk modellt ehhez a feladathoz .

Adott:

1) ΔABC; SΔABC = 30 cm.

D $\in$ AC és AD : DC = 2:3.

2) DE $\perp$ BC, E 0BC, DE = 9 cm.

V - ?.

Megvizsgálva a feladat feltételeit könnyen belátható, hogy a számunkra adott feladat két másik, egyszerűbb feladatra osztható, és a következőképpen lehet fogalmazni:

a) Határozza meg a ABC háromszög magasságát, ha az ΔABC-nek a D pontja osztja az AC oldalt a következő arányba AD: DC = 2 : 3.

b) Határozzuk meg a ABC háromszög BC oldalát, ismerve annak területét és magasságát!

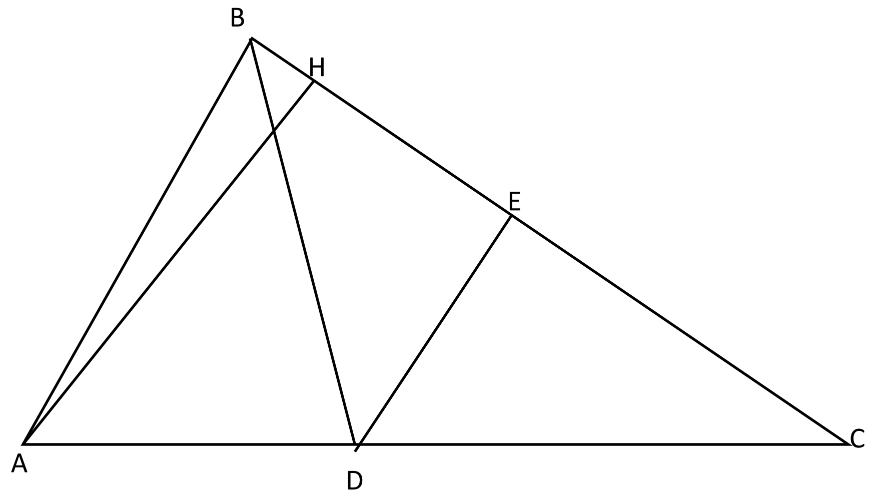
Oldjuk meg az első feladatot.

Rajzoljunk egy BD szakaszt ΔABC-ben. Rajzoljunk egy AH magasságot az ΔABD. Könnyen belátható, hogy a ΔAHC és ΔDEC háromszögek hasonlóak, tehát ezeknek a háromszögeknek az oldalai megfelelően aránylanak egymáshoz azaz:

AH : DE = AC : DC = HC : EC = 5:3 .

Tehát AH = DE·5/3

AH = 15



Megoldjuk a második feladatot.

A háromszög területének kiszámításához van egy képlet - az alap és a magasság szorzatának a fele, ezért $S_{\Delta ABC}$ = BC·AH / 2, azaz 30 = BC·15 / 2 , innen BC = 4 cm.

2) A feladat követelményeinek részekre bontása.

Feladat. *Mely a értékekre az egyenlet gyökei* $x^2 + x + a = 0$ *nagyobb, mint a?*

Megoldás. Ennek a feladatnak a követelményei eléggé nehezek. Ahhoz hogy a feladat lényege egyszerűbb legyen, a követelményt egyszerűbb feltételekre bontjuk.

Először is, ahhoz, hogy egy adott másodfokú egyenlet gyökei nagyobbak legyenek *a*-nál létezniük kell a valós számok halmazán, és ehhez a D diszkriminánsnak nem negatívnak kell lennie.

Mivel a másodfokú egyenlet főegyütthatója eggyel egyenlő, akkor ennek a parabolának az ágai felfelé irányulnak. Ekkor bármely *a* érték esetén az adott másodfokú egyenlet által az a pontban megadott függvény értéke mindig pozitív lesz. Ez a második feltétel.

Az utolsó feltétel, hogy a parabola csúcsának abszcisszája mindig szigorúan nagyobb, mint az *a* érték.

Így feladatunkat egyszerűbb feladatok rendszerére bontottuk:

1) $D \geq 0 \Rightarrow 1 - 4\grave{a} \geq 0 \Rightarrow \grave{a} \leq \frac{1}{4}$;

2) $f(\grave{a}) > 0 \Rightarrow \grave{a}^2 + 2\grave{a} > 0 \Rightarrow a$ 0 $(-\infty;-2) \cup (0;+\infty)$;

3) $\frac{-b}{2a} > a \Rightarrow a < -\frac{1}{2}$.

Ezeknek a feladatoknak a megoldásait egyesítve az kapjuk: $a < -2$.

3) A feladat tartomány felosztása részekre.

Feladat *Oldja meg az* $x^{12} - x^7 + x^4 - x + 1 = 0$ *egyenletet!*

Megoldás. Megvizsgálva ezt az egyenletet észrevehető, hogy az x változó páratlan hatványai negatív előjellel vannak az egyenletbe. Ebben az esetben ennek az egyenletnek a megoldási tartományát feloszthatjuk tartományokra amelyek magukba foglalják a negatív és pozitív valós számok tartományait is:

• az $x < 0$ esetén az egyenlet bal oldala mindig pozitív értékeket vesz fel, így nem lehet egyenlő nullával. Ez azt jelenti, hogy az egyenletnek nincs megoldása a negatív számok tartományában.

• a nem negatív számok tartományában külön intervallumnak tekintjük:

a) $0 < x < 1$; b) $x = 1$; c) $x > 1$.

a) ezt az egyenletet a következőképpen alakítjuk át:

$x^{12} + x^4 - x^7 + 1 - x = 0$, innen $x^{12} + x^4 (1 - x^3) + 1 - x = 0$. Ekkor $x < 1$ esetén a bal oldal mindig pozitív, ezért nem egyenlő a jobb oldallal.

b) amikor $x = 1$ akkor az egyenlet bal oldala egyenlő 1.

c) ha az egyenletet az $x > 1$ halmaz vizsgáljuk, átalakítsuk a következőképpen :

$x^7 (x^5 - 1) + x (x^3 - 1) + 1 = 0$. Nyilvánvaló, hogy a bal oldal mindig nagyobb, mint 1.

Mivel mindhárom esetben a bal oldal nem egyenlő 0-val, így az egyenletnek a nem negatív számok halmazán sincs megoldása.

3.1.2 Modellezés módszer

Ez a módszer abból áll, hogy az eredeti feladatot kicseréljük egy másik feladattal, amely modellje az eredetinek. Ilyen módszer alkalmazására gyakran előfordul a szöveges feladatokban mikor egyenletet vagy egyenletrendszert rakunk össze. Nézzünk egy példát ennek a módszernek a használatára.

Feladat. *A lakásban van tíz villanykörte. Hányféleképpen lehet kivilágítani a lakást? Két világítási mód akkor tekinthető eltérőnek, ha legalább egy izzó állapotában különböznek.. Az az eset, amikor az összes lámpa ki van kapcsolva, szintén a világítás egyik módja*.

Megoldás. Hogy könnyebb legyen kiszámítani a lakás különböző világítási módjait, minden izzót négyzet alakúra fogunk ábrázolni, állapotukat pedig „+” jellel jelöljük, ha a lámpa világít, illetve „-” jellel. az ellenkező eset.

+	+	−	−	+	−	+	+	−	−

Akkor a táblázat sorainak a száma lesz az eredmény.

A fentiek alapján a következő feladatot kapjuk.

Van egy téglalap alakú táblázatunk, amely 10 oszlopot tartalmaz. Minden cella "+" vagy "-" jelet tartalmaz. A táblázat bármely két sora különbözik ha egy oszlopban lévő cellában található jellel nem különbözik. Maximum hány sor lehet a táblázatban?

Ha a feladat megoldása nem egyértelmű, akkor a táblázat minden sorát 1 és 0 számjegyekből álló számnak tekinthetjük (1 ~ „+”, 0 ~ „-”). Ekkor a feladat kérdése a következő lesz: hány különböző tízjegyű szám képezhető a 0 és 1 számokból? (Ugyanakkor figyelembe vesszük azokat a számokat is, amelyek csak nullák vannak a bal oldalon, például 0100001101 vagy 0000000001 vagy akár 0000000000).

Megoldás. A tízjegyű számok minden számjegye csak az 1-et vagy a 0-t tartalmazhatja. Ezért minden helyen csak két számkombináció található. Ezek a kombinációk függetlenek egymástól. Ezért a kombinációk vagy a lehetséges tizedesjegyek száma összesen $2^{10} = 1024$. Tehát a válasz: a lakás megvilágításának összesen 1024 esete van.

3.1.3 Segédelemek bevezetése módszer

Gyakran előfordulnak olyan feladatok, amelyekben az ismert és az ismeretlen adatok közötti kapcsolat közvetlenül nem állapítható meg a feladat szövegéből. Az adatok és a kívánt kapcsolatának tisztázása érdekében több segédelemet is be kell vezetni, elsősorban a bizonytalan ismeretlenek néhány konkrét elemre (értékre) való helyettesítésével.

Feladat (Newton feladata). *A réten a fű ugyanolyan gyorsasággal nő. Ismert, hogy 79 tehén az összes füvet 24 nap alatt eszik meg, 30 tehén pedig 60 nap alatt enné meg az összes füvet. Hány napra van elég fű 20 tehénre?*

A feladatban a napokról van szó amelyek alatt 20 tehén megeszik a réten lévő összes fűt. A tehenek száma és a napok száma közötti összefüggés azonban egyértelműen nem követhető nyomon.

Ugyanez a helyzet tapasztalható olyan feladatokban ahol a közös munka, a folyó mentén történő mozgásról van szó stb. Az ilyen feladatok alapvetően nem definiált ismeretleneket tartalmaznak, így ezek a feladatok rosszul definiáltak.

Ahhoz hogy a feladat szigorúan definiálható legyen, a következő segédelemeket vezetjük be:

1) a fű kezdeti mennyisége a réten – *a* egység;

2) minden nap a réten nő - *b* egységnyi fű;

3) minden tehén egy nap alatt *c* egység füvet eszik.

Ekkor az első esetben, amikor 24 nap alatt 70 tehén megette az összes füvet a réten, először is *a* egységnyi fű volt, 24 nap múlva pedig további $24 \cdot b$ egység nőtt; összesen $a + 24 \cdot b$ egységet, és ezt az összes füvet 70 tehén ette meg 24 nap alatt, mindegyik tehén *c* egységet evett egy nap alatt,. Ezekből a függőségekből a következő egyenletet kapjuk:

$$a + 24 \cdot b = 70 \cdot 24 \cdot c \quad (1)$$

Hasonlóképpen a második esetre a következő egyenletet kapjuk:

$$a + 60 \cdot b = 30 \cdot 60 \cdot c \quad (2)$$

Ha a keresett napok számát x-szel jelöljük, akkor egy másik egyenletet kapunk:

$$a + x \cdot b = 20 \cdot x \cdot c \quad (3)$$

Ennek eredményeként egy három egyenletrendszert kaptunk négy ismeretlennel. Ez a tény azonban nem számít, mivel a kapott rendszer megoldásának folyamatában minden segédelem kizárásra kerül.

Az (1) egyenletet kivonva a (2) egyenletből

$$36 \cdot b = 120 \cdot c$$

kapjuk, amiből azt kapjuk, hogy

$$c = 0{,}3\ b\ (4).$$

Ha ezt a kifejezést behelyettesítjük c helyett az (1) vagy (2) egyenletbe, azt kapjuk, hogy

$$a = 480\ b\ (5).$$

Ha *a* és *c* behelyettesítsük a (3) egyenletbe, és a kapott egyenlet mindkét oldalát b-vel elosztjuk, megkapjuk a következő egyenletet:

$$480 + x = 6\ x.$$

Innen azt kapjuk, hogy

$$x = 96.$$

3.2. Balk heurisztikus módszerek rendszere

A G. Balk heurisztikus módszerek rendszere fent tárgyalt módszerek némelyikén alapul, mint például a segédelemek bevezetése, modellezési módszer, a feladat részfeladatokra bontása. Mindemellett a kutató a heurisztikus érvelés szempontjából fontosnak tartja az indukciós módszereket, az analógia módszert, a korlátozó esetek figyelembevételének módszerét, a „folytonossági szempontokat”, az apró változtatások módszerét.[6]

Pont ezeket a módszereket Balk M.B. és Balk G.D. már 1969-ben gyakorolták munkájukban az iskolában, alapvetőnek tartotta őket egy nem szabványos feladat megoldásának folyamatában.

3.2.1 Analógia

A matematikában gyakran vannak olyan esetek, amikor hasonló, feltételek hasonló eredményekhez vezetnek. Ahhoz meg kell tanulni analógia útján matematikai feltételeket megfogalmazni. De azt sem szabad elfelejteni, hogy ez nem bizonyítás, és az analógia útján megfogalmazott javaslatok tévesnek bizonyulhatnak.

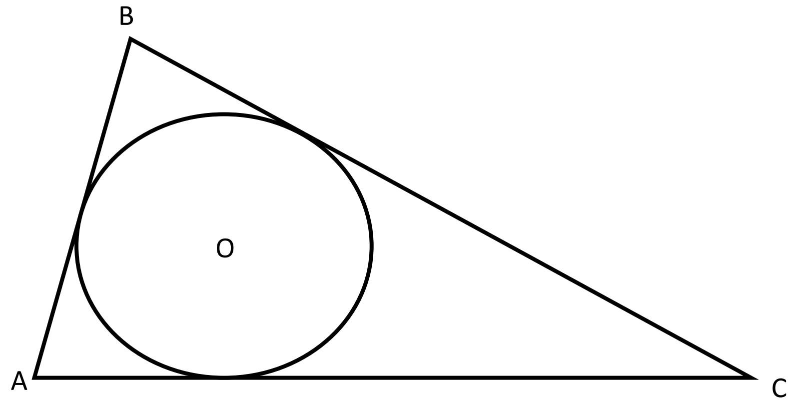
És bár az analógiával megfogalmazott feltételek hibásnak bizonyulhatnak, ennek ellenére gyakran kiderül, hogy az ilyen feltételek igazak.

Az analógia módszer alapvetően geometriai feladatok megoldásában alkalmazható. Vegyünk egy példát egy geometriai feladatra, amikor az analógia módszerrel megoldást találhatunk.

Feladat. *Ismerve az ABC háromszög oldalait, számítsuk ki a beirt kör r sugarát, melyik a BC oldal érintője, valamint az AB és AC oldalak kiterjesztésére fekszik!*

Ez a feladat nem szabványos, ezért nehéz azonnal meghatározni a megoldási algoritmust. De lehetséges, hogy egy, az eredetihez analógia útján megfogalmazott segédfeladat figyelembevételével nem lesz nehéz megtalálni az eredeti megoldásának módját. Egy hasonló így nézhet ki:

Ismerve az ABC háromszög a, b, c oldalait számítsuk ki a beírt kör r sugarát!



Megoldás

Kössük össze a beirt kör O középpontját az ABC háromszög csúcsaival

$$S = S^{AOB} + S^{AOC} + S^{BOC} \quad (6)$$

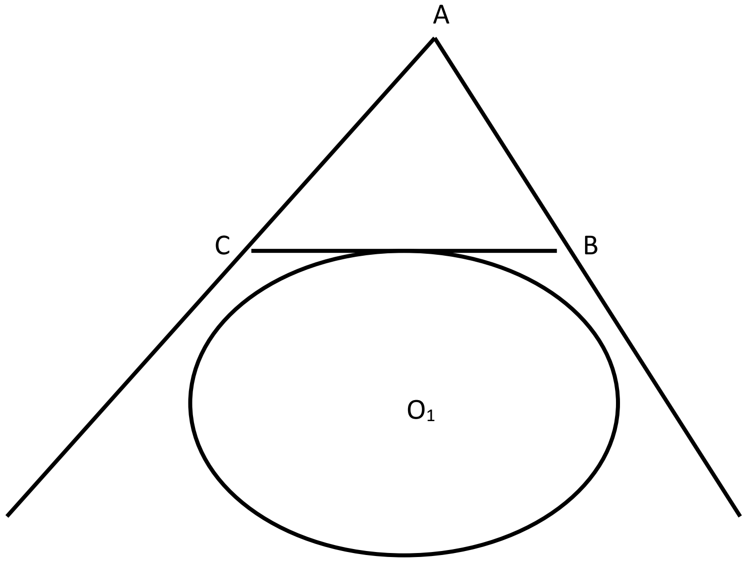
3. Jelöljük a háromszög területét S-el, akkor felírjuk a Héron képletet

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\ .$$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2}cr,\ S_{AOC} = \frac{1}{2}br,\ S_{BOC} = \frac{1}{2}ar.$$

Az (6).ből következik, hogy $S = \frac{1}{2}(\,c + b + a\,)r = pr$, innen $r = \frac{S}{p}$,

$$r = \sqrt{\frac{(p-c)(p-b)(p-a)}{p}}$$



Az eredeti feladat megoldása.

Összekössük az O_1 középpontját az ABC háromszög csúcsaival.

$S_{ABC} = S_{AO_1B} + S_{AO_1C} - S_{BO_1C}$ (7).

Jelöljük S-el az ABC háromszög területét, akkor Héron képlet szerint

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

$S_{AO_1B} = \frac{1}{2}cr_1$, $S_{AO_1C} = \frac{1}{2}br_1$, $S_{BO_1C} = \frac{1}{2}ar_1$.

Az (7) következik, hogy $S = \frac{1}{2}(c+b-a)r_1 = (p-a)r_1$, innen

$r_1 = \dfrac{S}{p-a}$ vagy $r_1 = \sqrt{\dfrac{p(p-b)(p-a)}{p-a}}$.

Feladat megvan oldva.

Ez a példa egyértelműen bemutatja a feladatok megoldásának analógia módszerét, amely a következő lépések betartásával használható fel:

a) az eredetihez hasonló probléma kiválasztása, pl. úgy, hogy ennek és az eredeti problémának hasonló feltételei és hasonló következtetései vannak. A segédfeladat természetesen egyszerűbbnek kell lennie az eredetinél, vagy ismerni kell a megoldását;

b) a segédfeladat megoldása után hasonló érveléseket hajtanak végre az eredeti feladat megoldása mellett.

3.2.2 Indukció

Az indukció az egyik legfontosabb heurisztikus módszer, hiszen a feladat egyes eseteinek elemzése nagy valószínűséggel elvezetheti a megoldót a eredeti feladat megoldásához. Részletesebben - ha a feladat bonyolult, akkor érdemes megpróbálni kiemelni néhány egyszerű speciális esetet, amellyel nem nehéz megbirkózni. Ezt követően át kell térni más, összetettebb esetekre, és így tovább, amíg a feladat meg nem oldódik.

A következő feladat jól szemlélteti ezt a módszert.

Feladat. Két dobozban golyók találhatók: az egyikben m, a másikban n (m>n). Két játékos felváltva választanak labdákat a dobozokból. Minden alkalommal, a játékos tetszőleges számú labdát vehet el, de csak egy dobozból. Az nyer, aki kiveszi az utolsó labdát. Hogyan kell az első játékosnak játszania, hogy nyerjen?

Megoldás. Lehetséges olyan speciális eseteket figyelembe venni, amelyek egyre bonyolultabbak:

n=0, m=1;

n=0, m=2;

n = 0, m – tetszőleges;

n = 1, m - tetszőleges;

n = 2, m értéke tetszőleges;

n – tetszőleges, m – tetszőleges (m>n).

Az első három eset triviális, mivel az első játékos egyszerre tudja kivenni az összes labdát. A következő három esetben az első játékosnak nyilvánvalóan minden lépésénél ki kell egyenlítenie a labdák számát a dobozokban .

3.2.3 Határ eset módszer

Gyakran a feladat megoldás keresése nagymértékben egyszerűsítődik, ha először egy olyan segédfeladatot oldunk meg, amelynek hasonló feltételei vannak az eredeti feladattal, de amelynél a bizonyos adatok az eredeti feladatból származnak határátlépéssel. Például néhány alakzatot mi kicserélhetünk más alakzatokra.

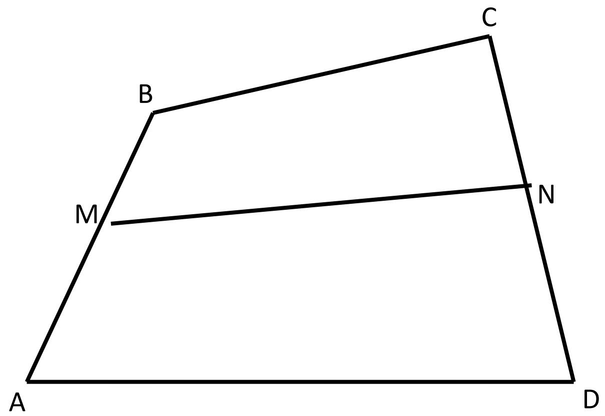
Vagyis:

- ha az eredeti feladatban egy kör és egy húrról van szó, akkor a segédfeladatban helyette egy érintőt kell figyelembe venni (a húr határhelyzete, amikor a középponttól való távolsága a kör sugarához közelit);
- ha a feladat feltételében négyszög szerepel, akkor a segédfeladatban egy háromszöget tekinthetünk (a négyszög határhelyzete, amikor az egyik oldalának hossza nullához tart).

Fontos figyelembe venni, hogy ugyanarra a feladatra különböző határ eseteket választhatunk.

A módszer illusztrálására az alábbi feladat alkalmas.

Feladat *Az ABCD négyszögben két oldala AD és BC nem párhuzamos. Melyik a nagyobb: a két oldal összegének a fele vagy a négyszög másik két oldalának felezőpontját összekötő MN szakasz?*

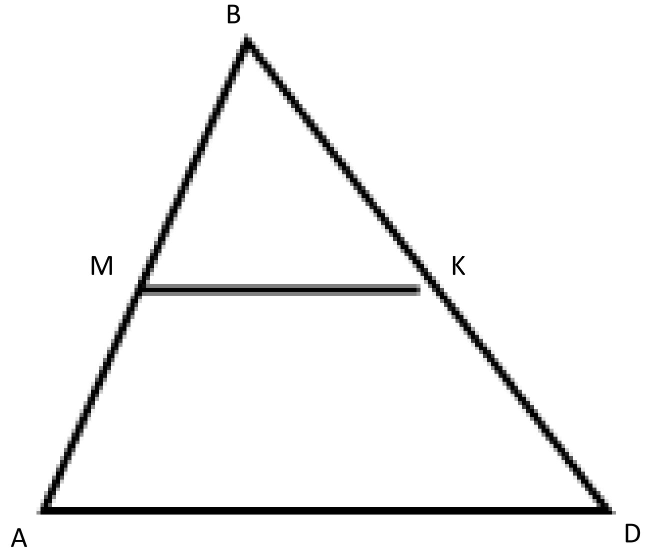


Megoldás keresése. Fontos elképzelni, hogy mit kapunk abban a határesetben, amikor a négyszög egyik oldala egy pontba zsugorodik. Ebben az esetben vagy a BC (vagy AD) vagy AB (vagy CD) zsugorítsuk egy pontba.

Tekintsük az első esetet, legyen az, hogy BC összehúzódjon B pontba. Az A D határhelyzetben az N pont egybeesik a BD szakasz K felezőpontjával, és MN lesz az MK középvonal.

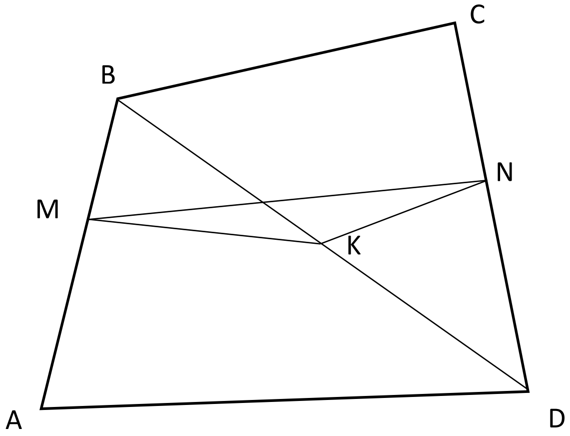
Az ABD háromszögben a következő feladatot kapjuk: mi nagyobb, az ABD háromszög

AD oldalának fele vagy az MK?



A válasz egyszerű: MK = AD/2

Most hasonlóan próbáljuk megoldani az eredeti feladatot.



Megoldás. Legyen K az ABCD négyszög BD átlójának felezőpontja. Az ABDΔ-ből MK = AD/2 és MK || AD. És. a BCDΔ-ből is kapjuk KN = BC/2 és KN || BC.

Mivel AD és BC a feltétel szerint nem párhuzamosak, az M, K, N pont nem helyezkednek el ugyanazon az egyenesen. Az MKNΔ-ből látható, hogy MN < MK + KN, tehát MN < (AD+BC) / 2

Összegzés

Így az egyik fő módszer, amely lehetővé teszi a diákok számára, hogy kreatívak legyenek a matematika tanulási folyamatában, a heurisztikus módszer.

Ismeretes, hogy a matematika tanulása során a diákok gyakran szembesülnek különféle nehézségekkel. A heurisztikus tanulásban azonban ezek a nehézségek gyakran a tanulás ösztönzőjévé válnak. Például, ha a tanulók nem rendelkeznek elegendő tudással egy feladat megoldásához vagy egy tétel bizonyításához, ők maguk igyekeznek pótolni ezt a hiányt, önállóan "felfedeznek" egy tulajdonságot, és így azonnal felfedezik annak tanulmányozásának hasznosságát. Ebben az esetben a tanár szerepe az, hogy a tanuló munkáját úgy szervezze és irányítsa, hogy a nehézségeket, amellyel a tanuló megküzd, képes legyen leküzdeni.

A heurisztikus módszer gyakran megjelenik a tanulás gyakorlatában, úgynevezett heurisztikus beszélgetés formájában. A matematika heurisztikus órák értéke abban rejlik, hogy a tanulók önállóan sajátítanak el új ismereteket, tanulják meg azokat a meglévő tapasztalatok alapján alkalmazni, a tanár csak a helyes döntésre hozza őket. A matematikaórákon végzett heurisztikus tanulás hozzájárul nézőpontjuk, pozíciójuk, matematikai és nem csak világnézetük kialakításához.

Felhasználva ezeket a heurisztikus módszereket a matematika órákon észrevételem szerint bebizonyosodott ezeknek a módszernek a hatékonysága. A bonyolult nem megszokott feladatoknál a tanulók könnyebben tudtak megbirkózni vele. Egyszerűbb lett a feladat megoldás módjának a meghatározása és a feladat megoldása.

Felhasznált irodalom

1. Kiss Olga PARADIGMA, HEURISZTIKA, HERMENEUTIKA Tanulmányok a matematika hermeneutikájának alapvetéséhez Doktori értekezés Budapesti Mőszaki Egyetem Tudományfilozófia és Tudománytörténet Doktori Iskola 2009. december 23.
2. Пойа Д. Как решать задачу / Д.Пойа. - Львов : журнал «Квантор», 1991. - 214 с.:
3. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография / Е.И.Скафа. – о Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.
4. Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике в школе: Пособие для учителей, методистов и педагогических высших учебных заведений. - М.: Флинта, 1998.
5. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Книга для учащихся старших классов средней школы. - М.: Просвещение, 1989.
6. Балк Г.Д. О применении эвристических приемов в школьном курсе математики // Математика в школе. - 1969. - №5. - С.21-28.
7. Балк М.Б., Балк Г.Д. О привитии школьникам эвристического мышления // Математика в школе. - 1985. - №2. - С.55 - 60.
8. Скафа О.І. Задача як форма і засіб формування евристичної діяльності / О.І.Скафа // Рідна школа.–2003.–№6.–С.43-47.
9. Гончарова І.В. Евристичні вміння: роль і значення в процесі навчання математики // Гуманізація навчально-виховного процесу: Збірник наукових праць. Випуск XXXV / За загальною редакцією проф. В.І.Сипченка. - Слов'янськ: Видавничий центр СДПІ, 2007. - С.84-91.
10. Абасов З. Диалог в учебном процессе/ З.Абасов // Народное образование. – 1993. – №9 – 10. – С. 43 – 45
11. Кобзов М.С., Горбачев Н.А. Сократический метод обучения. – Саратов, 1991. / М.С.Кобзов, Н.А.Горбачев. – 124 с.
12. Король А.Д. Метод эвристического диалога в технологии творческой самореализации учащихся / А.Д.Король: [електронне джерело]. // Интернет-журнал "Эйдос". – http://www.eidos.ru/ journal/2 002/0418.htm. – 16.05.17р

Висновок

Таким чином, одним з основних методів, який дозволяє гуртківцям проявити творчу активність у процесі навчання математики, є евристичний метод.

Відомо, що в процесі вивчення математики школярі часто стикаються з різними труднощами. Однак у навчанні, побудованому евристично, ці труднощі часто стають своєрідним стимулом для вивчення. Так, наприклад, якщо у школярів виявляється недостатній запас знань для вирішення завдання або доведення теореми, то вони самі прагнуть заповнити цю прогалину, самостійно "відкриваючи" те чи інше властивість і тим самим відразу виявляючи корисність його вивчення. У цьому випадку роль вчителя зводиться до того, щоб організувати і спрямувати роботу учня, щоб труднощі, які учень долає, були йому під силу.

Нерідко евристичний метод виступає в практиці навчання у формі так званої евристичної бесіди. Цінність евристичних занять з математики полягає в тому, що гуртківці самостійно добувають нові знання, вчаться їх застосовувати виходячи з уже наявного досвіду, вчитель лише підводить їх до правильного рішення. Евристичне навчання на заняттях математики сприяє формування своєї точки зору, своєї позиції, свого математичного і не тільки світорозуміння.

Використовуючи евристичні методи на уроках математики було замітна їхня ефективність. Учням легше вдавалося розв'язувати складні не стандартні завдання. Краще вдавалося знаходили метод за допомогою якого можна розв'язати задачу, і сам процес розв'язку задач забирав менше часу.

UNICHECK

Ім'я користувача:
Моца Андрій Андрійович

ID перевірки:
1011318104

Дата перевірки:
24.05.2022 14:15:05 EEST

Тип перевірки:
Doc vs Internet + Library

Дата звіту:
24.05.2022 15:09:32 EEST

ID користувача:
100006701

Назва документа: Sztaroszta_diplomamunka_MSc

Кількість сторінок: 25 **Кількість слів:** 6244 **Кількість символів:** 45451 **Розмір файлу:** 644.30 KB **ID файлу:** 1011204951

0.99% Схожість

Найбільша схожість: 0.4% з Інтернет-джерелом (https://skvor.info/files/books/monografiya-skvortsova-gayevets.pdf)

0.99% Джерела з Інтернету | 20 .... Сторінка 27

Не знайдено джерел з Бібліотеки

0% Цитат

Вилучення цитат вимкнене

Вилучення списку бібліографічних посилань вимкнене

0% Вилучень

Немає вилучених джерел

Модифікації

Виявлено модифікації тексту. Детальна інформація доступна в онлайн-звіті.

Замінені символи | 5

Nyilatkozat

Alulírott, Sztároszta Miklós, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) képzési program hallgatója, kijelentem, hogy a dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskolán, a Matematika és Informatika Tanszéken készítettem, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) MSc diploma megszerzése végett.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola könyvtárában a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.