

Limes – 2023

Науковий вісник
Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці ІІ

*A II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola
tudományos évkönyve*

*Scientific Bulletin
of Ferenc Rákóczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education*

ISSN 2411-4081

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАКАРПАТСЬКИЙ УГОРСЬКИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ФЕРЕНЦА РАКОЦІ II

LIMES

Науковий вісник
Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II

2023
Випуск IX



Берегове
2023

УДК 001.89(058)

Л 67

Науковий вісник «LIMES» засновано у 2014 році та видається за рішенням Вченої ради Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II. У науковому віснику публікуються наукові статті викладачів та студентів Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II, а також дослідження українських та іноземних учених угорською, українською та англійською мовами. Цей том об'єднує праці з історії, етнографії, теології, педагогіки, соціології, економіки, матеріалознавства і технології.

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації

Серія КВ №20762-10562Р від 08.05.2014 р.

*Рекомендовано до друку Вченою радою Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II
(протокол №... від20.. р.)*

ГОЛОВНИЙ РЕДАКТОР:

Ільдіко Орос, кандидат педагогічних наук (кафедра педагогіки та психології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II)

ВІДПОВІДАЛЬНІ РЕДАКТОРИ:

Олександр Добош (видавничий відділ, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II)

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Адальберт Боводі, доктор фізико-математичних наук, професор (кафедра математики та інформатики, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Адальберт Рац, доктор філософії у галузі природничих наук (кафедра історії та суспільних дисциплін, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Бейла Надь, кандидат біологічних наук, доцент (кафедра біології та хімії, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Віра Протопопова, доктор біологічних наук, професор (кафедра біології та хімії, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Емьовке Бергхауер-Олас, доктор філософії у галузі соціальних та поведінкових наук (кафедра педагогіки та психології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Золтан Кормочі, доктор філософії у галузі гуманітарних наук (відділення угорської філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Золтан-Шандор Варга, доктор біологічних наук, професор-емерит (кафедра еволюційної зоології та біології людини, Дебреценський університет), Ібоя Самборовски-Надь, кандидат історичних наук (кафедра історії та суспільних дисциплін, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Ілона Лехнер, доктор філософії у галузі гуманітарних наук (відділення англійської філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Йосип Молнар, кандидат географічних наук (кафедра географії та туризму, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Катерина Дудич, доктор філософії у галузі гуманітарних наук (відділення угорської філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Лорант-Денеш Давід, габілітований доктор у галузі «регіональні науки», професор (Інститут економіки та розвитку регіонів, Університет ім. Святого Іштвана), Маргарета Кейс, кандидат історичних наук (відділення угорської філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Марія Ген, кандидат біологічних наук, габілітований доктор у галузі «науки про довкілля» (кафедра ботаніки, Університет ім. Святого Іштвана), Олександр Бергхауер, кандидат географічних наук (кафедра географії та туризму, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Олена Біда, доктор педагогічних наук, професор (кафедра педагогіки та психології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Роберт Бачо, доктор економічних наук, професор (кафедра обліку і аудиту, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Тетяна Чонка, кандидат філологічних наук (відділення української філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Томаш Врабель, кандидат філологічних наук, доцент (відділення англійської філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Юдіта Павлович, кандидат педагогічних наук (відділення української філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Юрій Жигуц, доктор технічних наук, професор (кафедра математики та інформатики, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Юрій Чотарі, кандидат історичних наук (кафедра історії та суспільних дисциплін, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II)

ВІДПОВІДАЛЬНИЙ ЗА ВИПУСК:

Василь Брензович, кандидат історичних наук (Благодійний фонд за ЗУІ)

ТЕХНІЧНЕ РЕДАГУВАННЯ: Олександр Добош

ВЕРСТКА: Ласло Веждел

КОРЕКТУРА: авторські та Ільдіко Гріца-Варцаба

ДИЗАЙН ОБКЛАДИНКИ: Ласло Веждел

УДК: Бібліотечно-інформаційний центр «Опацої Чере Янош» при ЗУІ ім. Ф.Ракоці II

За зміст опублікованих статей відповідальність несуть автори.

Друк наукового вісника здійснено за підтримки уряду Угорщини.

Засновник: Благодійний фонд Закарпатського угорського педагогічного інституту (від 2016 року Благодійний фонд За Закарпатський угорський інститут)

Видавництво: Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II (Адреса: пл. Кошути 6, м. Берегове, 90202. Веб-сторінка: www.kmf.uz.ua Електронна пошта: foiskola@kmf.uz.ua Тел.: (00 380-3141) 4-28-29)

Поліграфічні послуги: ТОВ «РІК-У» (Адреса: вул. Гагаріна 36, м. Ужгород, 88000. Електронна пошта: print@rik.com.ua)

© Автори, 2023

© Редактори, 2023

ISSN 2411-4081

UKRAJNA OKTATÁSI ÉS TUDOMÁNYOS MINISZTÉRIUMA
II. RÁKÓCZI FERENC KÁRPÁTALJAI MAGYAR FŐISKOLA

LIMES

A II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola
tudományos évkönyve

2023
IX. évfolyam



Beregszász
2023

ETO 001.89(058)
L 67

A LIMES című tudományos évkönyv 2014-ben alapítatott és a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Tudományos Tanácsának határozata alapján jelenik meg. A tudományos évkönyv a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola tanárainak, hallgatóinak munkáit, valamint ukrainai és külföldi tudósok magyar, ukrán és angol nyelvű tanulmányait adja közre. A LIMES jelen kötete a történet-, a néprajz-, a vallás-, a nevelés-, a társadalom- és a gazdaságtudomány, valamint az anyagtudomány és technológia különböző területeit öleli fel.

Nyomtatott tömegtájékoztatási eszközök állami nyilvántartásának igazolása:
széria: KB № 20762-10562P; kiadta: Ukrajna Állami Nyilvántartási Szolgálata 2014.05.08-án.

*Kiadásra javasolta a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola Tudományos Tanácsa
(20....., ... számú jegyzőkönyv).*

FŐSZERKESZTŐ:

dr. Orosz Ildikó, PhD (Pedagógia és Pszichológia Tanszék, II. RF KMF)

FELELŐS SZERKESZTŐK:

Dobos Sándor (Kiadói Részleg, II. RF KMF)

SZERKESZTŐBIZOTTSÁG:

prof. dr. Bacsó Róbert, a közgazdaság-tudományok doktora (Számvitel és Auditálás Tanszék, II. RF KMF), dr. Berghauer Sándor, PhD (Földtudományi és Turizmus Tanszék, II. RF KMF), dr. Berghauer-Olasz Emőke, PhD (Pedagógia és Pszichológia Tanszék, II. RF KMF), prof. dr. Bódi Béla, a fizika- és matematikatudományok doktora (Matematika és Informatika Tanszék, II. RF KMF), prof. dr. Bida Olenna, a neveléstudományok doktora (Pedagógia és Pszichológia Tanszék, II. RF KMF), dr. Csatáry György, PhD (Történelem- és Társadalomtudományi Tanszék, II. RF KMF), dr. Csonka Tetyána, a nyelvtudományok kandidátusa (Ukrán Tanszéki Csoport, Filológia Tanszék, II. RF KMF), prof. dr. habil. Dávid Lóránt Dénes (Regionális Gazdaságtani és Vidékfejlesztési Intézet, Szent István Egyetem), dr. Dudics Katalin, PhD (Magyar Tanszéki Csoport, Filológia Tanszék, II. RF KMF), dr. habil. Höhn Mária, a biológiai tudományok kandidátusa (Növénytani Tanszék, Szent István Egyetem), dr. Karmacs Zoltán, PhD (Magyar Tanszéki Csoport, Filológia Tanszék, II. RF KMF), dr. Kész Margit, PhD (Magyar Tanszéki Csoport, Filológia Tanszék, II. RF KMF), dr. Lechner Ilona, PhD (Angol Tanszéki Csoport, Filológia Tanszék, II. RF KMF), dr. Molnár József, PhD (Földtudományi és Turizmus Tanszék, II. RF KMF), dr. Nagy Béla, a biológiai tudományok kandidátusa, docens (Biológiai és Kémia Tanszék, II. RF KMF), dr. Pavlovics Judit, a neveléstudományok kandidátusa (Ukrán Tanszéki Csoport, Filológia Tanszék, II. RF KMF), prof. dr. Protopopov Vira, a biológiai tudományok doktora (Biológiai és Kémia Tanszék, II. RF KMF), dr. Rácz Béla, PhD (Történelem- és Társadalomtudományi Tanszék, II. RF KMF), Szamborovszkyné dr. Nagy Ibolya, PhD (Történelem- és Társadalomtudományi Tanszék, II. RF KMF), prof. dr. Varga Zoltán Sándor, a biológiai tudományok doktora, professor emeritus (Evoluciós Állattani és Humánbiológiai Tanszék, Debreceni Egyetem), dr. Vrábely Tamás, a nyelvtudományok kandidátusa, docens (Angol Tanszéki Csoport, Filológia Tanszék, II. RF KMF), prof. dr. Zsiguc György, a műszaki tudományok doktora (Matematika és Informatika Tanszék, II. RF KMF)

A KIADÁSÉRT FELEL:

dr. Brenzovics László, PhD (Kárpátaljai Magyar Főiskoláért Jótékonysági Alapítvány)

MŰSZAKI SZERKESZTÉS: Dobos Sándor

TÖRDELÉS: Vezsdel László

KOREKTÚRA: a szerzők és Gricza-Varcaba Ildikó

BORÍTÓTERV: Vezsdel László

ETO-BESOROLÁS: a II. RF KMF Apáczai Csere János Könyvtára

A között tanulmányok tartalmáért a szerzők a felelősek.

A tudományos évkönyv megjelenését Magyarország Kormánya támogatta.

Alapító: Kárpátaljai Magyar Tanárképző Főiskola Jótékonysági Alapítvány (2016-tól Kárpátaljai Magyar Főiskoláért Jótékonysági Alapítvány)

Kiadó: a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola (Cím: 90 202 Beregszász, Kossuth tér 6. Honlap: www.kmf.uz.ua E-mail: foiskola@kmf.uz.ua Tel.: (00 380-3141 4-28-29)

Nyomdai munkák: „RIK-U” Kft. (Cím: 88 000 Ungvár, Gagarin u. 36. E-mail: print@rik.com.ua)

© A szerzők, 2023

© A szerkesztők, 2023

© II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola, 2023

ISSN 2411-4081

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE
FERENC RÁKÓCZI II TRANSCARPATHIAN HUNGARIAN COLLEGE
OF HIGHER EDUCATION

LIMES

Scientific Bulletin
of Ferenc Rákóczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education

2023
Issue IX



Berehove
2023

UDC 001.89(058)**L 67**

The scientific bulletin “LIMES” was established in 2014 and is published according to the resolution of the Academic Council of Ferenc Rákóczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education. The scientific bulletin publishes the researches of students and teachers of Ferenc Rákóczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education, as well as scientific articles of researchers from Ukraine and abroad in Hungarian, Ukrainian and English languages. The given volume of “LIMES” contains academic researches in History, Ethnography, Theology, Pedagogy, Sociology, Economics, Engineering, and Technology.

Certificate of State Registration of Printed Mass Media, Series KB, No. 20762-10562P,**Issued by the State Registration Service of Ukraine on the 8th of May, 2014**

Recommended for publication by the Academic Council of Ferenc Rákóczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education, record No. of , 20..

EDITOR-IN-CHIEF:

Ildikó Orosz, Ph.D. (Department of Pedagogy and Psychology, Transcarpathian Hungarian College)

MANAGING EDITORS:

Sándor Dobos (Publishing Department, Transcarpathian Hungarian College)

EDITORIAL BOARD:

Béla Bódi, D.Sc. in Physics and Mathematics, professor (Department of Mathematics and Computer Science, Transcarpathian Hungarian College), Béla Nagy, C.Sc. in Biology, associate professor (Department of Biology and Chemistry, Transcarpathian Hungarian College), Béla Rácz, Ph.D. (Department of History and Social Sciences, Transcarpathian Hungarian College), Emőke Berghauer-Olasz, Ph.D. (Department of Pedagogy and Psychology, Transcarpathian Hungarian College), György Csatáry, Ph.D. (Department of History and Social Sciences, Transcarpathian Hungarian College), Ibolya Szamborovszky-Nagy, Ph.D. (Department of History and Social Sciences, Transcarpathian Hungarian College), Ilona Lechner, Ph.D. (English Language and Literature Branch, Philology Department, Transcarpathian Hungarian College), József Molnár, Ph.D. (Department of Geography and Tourism, Transcarpathian Hungarian College), Judit Pavlovics, C.Sc. in Pedagogy (Ukrainian Language and Literature Branch, Philology Department, Transcarpathian Hungarian College), Katalin Dudics, Ph.D. (Hungarian Language and Literature Branch, Philology Department, Transcarpathian Hungarian College), László Dénes Dávid, Ph.D., Dr. habil, professor (Institute of Regional Economics and Rural Development, Szent István University), Margit Kész, Ph.D. (Hungarian Language and Literature Branch, Philology Department, Transcarpathian Hungarian College), Mária Höhn, C.Sc. in Biology, Dr. habil (Department of Botany, Szent István University), Olena Bida, D.Sc. in Pedagogy, professor (Department of Pedagogy and Psychology, Transcarpathian Hungarian College), Róbert Bacso, D.Sc. in Economics, professor (Department of Accounting and Auditing, Transcarpathian Hungarian College), Sándor Berghauer, Ph.D. (Department of Geography and Tourism, Transcarpathian Hungarian College), Tamás Vrábely, C.Sc. in Philology, associate professor (English Language and Literature Branch, Philology Department, Transcarpathian Hungarian College), Tetyána Csonka, C.Sc. in Philology (Ukrainian Language and Literature Branch, Philology Department, Transcarpathian Hungarian College), Vira Protopopova, D.Sc. in Biology, professor (Department of Biology and Chemistry, Transcarpathian Hungarian College), Yurij Zhiguts, D.Sc. in Technical Sciences, professor (Department of Mathematics and Computer Science, Transcarpathian Hungarian College), Zoltán Sándor Varga, D.Sc. in Biology, professor emeritus (Department of Evolutionary Zoology and Human Biology, University of Debrecen), Zoltán Karmacs, Ph.D. (Hungarian Language and Literature Branch, Philology Department, Transcarpathian Hungarian College)

RESPONSIBLE FOR PUBLISHING:

László Brenzovics, Ph.D. (Charitable Foundation “In support of the Transcarpathian Hungarian College”)

TECHNICAL EDITING: Sándor Dobos

PAGE PROOF: László Vezsdel

PROOF-READING: the authors and Ildikó Gricza-Varcaba

COVER DESIGN: László Vezsdel

UNIVERSAL DECIMAL CLASSIFICATION (UDC): Apáczai Csere János Library of Transcarpathian Hungarian College

Authors are responsible for the content of academic researches.

The publication of the scientific bulletin is sponsored by the government of Hungary.

Founder: Charitable Foundation of Transcarpathian Hungarian Pedagogical College (after 2016 Charitable Foundation “In support of the Transcarpathian Hungarian College”)

Publishing: Ferenc Rákóczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education (Address: Kossuth square 6, 90202 Berehove, Ukraine. Website: www.kmf.uz.ua E-mail: foiskola@kmf.uz.ua Tel.: (00 380-3141) 4-28-29)

Printing: “RIK-U” LLC (Address: Gagarin Street 36, 88000 Uzhhorod, Ukraine. E-mail: print@rik.com.ua)

© The Authors, 2023

© The Editors, 2023

Tartalom

<i>ifj. Barta János: Soós Kálmán: Belpolitikai harc a Magyar Királyságban a XVII. század hatvanas éveiben (Az 1664–1670-es főnemesi összeesküvés).</i> II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola – „RIK–U” Kft kiadása, Beregszász–Ungvár 2022. 156 o.....	11
<i>Dobos Sándor: Községnevek dualizmus kori törzskönyvezésének következményei a mai Kárpátalja területén (1898–1907)</i>	19
* * *	
<i>Barabásné Kárpáti Dóra – Csákné Filep Judit: A közgazdásztanár-képzés hallgatóival szemben támasztott munkáltatói kompetenciaelvárások</i>	37
<i>Papp Gabriella: A pedagógiai akciókutatás fogalma és tulajdonságai</i>	55
* * *	
<i>Bodzás Sándor: Fúrási technológiák tervezése</i>	63
<i>Kucsinka Katalin – Palinszky Alexandra: Exponenciális Orlicz folyamatok modellezése $L_p(\Omega)$ tér feletti normával</i>	83

KUCSINKA KATALIN¹ – PALINSZKY ALEXANDRA²

Exponenciális Orlicz folyamatok modellezése $L_p(\Omega)$ tér feletti normával

Modelling of exponential Orlicz processes with $L_p(\Omega)$ norm

Моделювання експоненціальних орлічових процесів в нормах просторів $L_p(\Omega)$

¹II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola, Matematika és Informatika tanszék. / кандидат фіз.-мат. наук, Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоци II, Кафедра математики та інформатики. / Ph.D. in fiz.-math., Ferenc Rákóczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education. E-mail: kucsinka.katalin@kmf.org.ua

² II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola, Matematika és Informatika tanszék, hallgató. / студентка, Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоци II, Кафедра математики та інформатики. / student, Ferenc Rákóczi II Transcarpathian Hungarian College of Higher Education. E-mail: palinszky.alexandra@kmf.org.ua

Abstract

In the paper, models are built that approximate random processes from exponential Orlicz spaces with given reliability and accuracy in the norms of $L_p(\Omega)$ spaces. The trajectory of one specific process from exponential Orlicz spaces is also was built. The Matlab program was used for the construction of the model.

Keywords: stochastic processes, modell, Orlicz space

Rezümé

A kutatás során meglakottuk, az exponenciális Orlicz folyamatok modelljét, mely adott megbízhatósággal és validitással közelíti a vizsgált véletlen függvényt az $L_p(\Omega)$ tér normája szerint. Egy konkért,

exponenciális Orlicz folyamat trajektóriáját is megadtuk. A modellezéshez a Matlab program csomagot használtuk.

Kulcsszavak: sztochasztikus folyamatok, modellezés, Orlicz tér.

Резюме

В роботі побудовані моделі, що апроксимують випадкові процеси з експоненціальних просторів Орліча з заданою надійністю та точністю в нормах просторів $L_p(\Omega)$. Також подувана траекторія одного конкретного процесу з експоненціальних просторів Орліча. Модель побудована з використанням програми Matlab.

Ключові слова: випадковий процес, моделювання, простори Орліча

Bevezetés

A sztochasztikus folyamatok, olyan folyamatok, amelyeket részben, vagy egészében valószínűségi változók jellemeznek. Ezek a véletlenszerű folyamatok a modellezés területén nagyon fontos eszközök, ugyanis ezen folyamatok segítségével leírjuk, illetve közelíteni tudjuk a véletlen jelenségeket. Az említett eszköz számos tudományban van jelen, többek között az informatikában, a gazdaságtanban, a természettudományokban és más tudományokban is.

A sztochasztikus sorokkal, azok kutatásával és modellezésével számos matematikus foglalkozott. Jelentős eredményeket értek el Kozacsenko J.V. és tanítványai. Az [1] monográfia olvasása megismeredhetünk a sztochasztikus Orlicz terek és folyamatok fogalmával és tulajdonságaival, a [3] munka betekintést nyújt a sorba fejtehető valószínűségi változók modellezésének elméletébe.

A munkák első részében a sztochasztikus Orlicz terek alapfogalmait mutatjuk be, a második részben kitérünk az exponenciális Orlicz terek tulajdonságaira is. A harmadik fejezet a modell alkotásról és annak folyamatáról szól.

1. Az Orlicz-féle sztochasztikus folyamatok

1.1. Definíció. Legyen (Ω, F, P) egy valószínűségi mező. A $\xi: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ leképezést valószínűségi változónak nevezzük, ha bármely rögzített $x \in \mathbb{R}$ esetén $\{\omega: \xi(\omega) < x\} \in F$.

1.1. Példa: [2] a következő függvények C -függvények

1. $U(x) = a|x|^\alpha, x \in \mathbb{R}, a > 0, \alpha \geq 1;$
2. $U(x) = b(\exp\{a \cdot |x|^\alpha\} - 1), x \in \mathbb{R}, b > 0, a > 0, \alpha \geq 1;$
3. $U(x) = b(\exp\{\varphi(x)\} - 1), x \in \mathbb{R}, c > 0, \varphi(x), x \in \mathbb{R}$ tetszőleges C -függvény;

1.2. Definíció. Az $U(x)$ C -függvény által generált sztochasztikus $L_U(\Omega)$ Orlicz térnek nevezzük a $\xi(\omega) = \xi$ sztochasztikus események olyan terét, melyben minden $\xi \in L_U(\Omega)$ esetére létezik r_ξ , melyre teljesül $EU\left(\frac{\xi}{r_\xi}\right) < \infty$.

1.3. Definíció. Az $X(t) = \{X(t), t \in T\}$, sztochasztikus folyamat az $L_U(\Omega)$ Orlicz tér fölött, ha minden $t \in T$ esetére $X(t)$ véletlen esemény $L_U(\Omega)$ fölött.

1.4. Definíció. Az $L_U(\Omega)$ Orlicz teret H -térnak nevezzük, ha létezik $D > 0$, ahol a $\xi_k, k = \overline{1, \infty}$ centrált valószínűségi változók Orlicz családja és teljesül a következő egyenlőtlenség:

$$\left\| \sum_{k=1}^N \xi_k \right\|_{L_U}^2 \leq D \sum_{k=1}^N \|\xi_k\|_{L_U}^2$$

1.1. Tétel. [2] Legyen $L_U(\Omega)$ H -tér, ξ_k – valószínűségi változók, $E\xi_k = 0$, $\xi_k \in L_U(\Omega)$ olyanok, hogy létezik R szám, amelyre teljesül az egyenlőtlenség: $\|\xi_k\|_{L_U}^2 \leq R \cdot E\xi_k^2$. Ha $X(t)$ – véletlen folyamat, akkor felírható a következő alakban: $X(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k \varphi_k(t)$, ahol ez az összeg négyzetes középben konvergál $t \in T$, $X(t)$ – szigorúan Orlicz folyamat, \sqrt{DR} meghatározott állandó.

1.5. Definíció. Azt mondjuk, hogy az $X_N(t) = \sum_{k=1}^N \xi_k \varphi_k(t)$ az $X(t)$ folyamat modellje ϵ pontossággal és $1 - \delta$ megbízhatósággal közelíti az $X(t)$ -t, ha teljesül a következő:

$$P\{|X(t) - X_N(t)| > \epsilon\} < \delta.$$

1.2. Tétel. [2] Ha találunk egy $W_M(\delta)$ függvényt, melyre $P\{||\xi(t) - \xi_M(t)|| > \delta\} < W_M(\delta)$, ahol $W_M(\delta) < \alpha$, akkor megvan a keresett modell felső összeg határa.

1.6. Definíció. Az $u(x) = x^p$ - C - függvény által generált Orlicz teret $L_p(\Omega)$ Orlicz térnek nevezzük.

A norma jelölése: $\|\cdot\|_{L_p}$.

Megjegyzés. Az $L_p(\Omega), p \geq 1$ az $u(x) = |x|^p$ C -függvény által generált Orlicz tér, $\|\xi\|_U = \|\xi\|_p = |E|\xi^p||^{\frac{1}{p}}$.

1.1. Lemma. [1] Legyen $\xi \in L_U(\Omega)$. Akkor tetszőleges $\varepsilon > 0$ esetére teljesül a következő egyenlőtlenség: $P\{|\xi| > \varepsilon\} \leq \left(u\left(\frac{\xi}{\|\xi\|_U}\right)\right)^{-1}$, ahol $\|\xi\|_U > 0$.

Nevezzük az $X_N(t) = \sum_{k=1}^N \xi_k f_k(t)$ modellt az $X(t)$ folyamat modelljének.

1.7. Definíció. Azt mondjuk, hogy az $X_N(t)$ megközelíti az $X(t)$ folyamatot megadott megbízhatósággal és pontossággal az $L_p(0; T)$ térbén, ha megadott $\varepsilon > 0$ (pontosság) és $\delta > 0$ ($1 - \delta$ - megbízhatóság) teljesül a következő egyenlőtlenség:

$$P \left\{ \left(\int_0^T |X(t) - X_{N(t)}|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} > \varepsilon \right\} \leq \delta$$

1.3. Tétel. [3] Legyen (T, φ, μ) – mérhető tér, ξ_k ($k = \overline{1, 2, \infty}$) – centrált, független valószínűségi változók az olyan $L_U(\Omega)$ Orlicz térrrel, hogy $L_{U_p}(\Omega)$ H -tér a D állandóval. Ha a következő sor:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left| |\xi_i| \right|_{U_p}^2 \left(\int_T |f_k(t)|^p d\mu(t) \right)^{\frac{2}{p}}$$

konvergens, akkor az $X(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k \cdot f_k(t), t \in T$ sor sztochasztikusan konvergens. Ebben az esetben tetszőleges $\varepsilon > 0$ és tetszőleges $m \in \mathbb{N}$ esetén teljesül az alábbi egyenlötatlenség:

$$\begin{aligned} P \left\{ \left(\int_T \left| \sum_{k=m}^{\infty} \xi_k f_k(t) \right|^p d\mu(t) \right)^{\frac{1}{p}} > \varepsilon \right\} \\ \leq \left(u \left(\frac{\varepsilon^p}{D \cdot \sum_{k=m}^{\infty} \left| \xi_k \right|^2 \cdot u_p \left(\int_T |f_k(t)|^p d\mu(t) \right)^{\frac{2}{p}}} \right) \right)^{-1} \end{aligned}$$

2. Exponenciális Orlicz-terek

2.1. Definíció. Legyen $\psi(x)$ egy olyan C -függvény, amelyre teljesül:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\psi(x)}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\psi(x)}{x} = \infty$$

Ekkor az $U(x) = \exp\{\Psi(x)\} - 1$, ahol $\forall x \in \mathbb{R}$ függvény által generált teret exponenciális Orlicz térnak nevezzük.

Az exponenciális Orlicz tér jelölése: $Exp_\varphi(\Omega)$ és a tér normája $\|\cdot\|_{E_\varphi}$.

Az exponenciális típusú Orlicz terekhez tartozó sztochasztikus változók kezdőértékei tetszőlegesek, ezért a következőt kapjuk: $Exp_\varphi(\Omega) \subset L_P(\Omega)$ bármilyen $\xi \in Exp_\varphi(\Omega)$ esetén.

Jelölje $Exp_\varphi^{(0)}(\Omega) = \{\xi \in Exp_\varphi(\Omega) : E\xi = 0\}$.

Megköveteljük, hogy az $Exp_\varphi^{(0)}(\Omega)$ Banach altér legyen az $Exp_\varphi(\Omega)$ térből a $\|\cdot\|_U$ normával. Ha csak a centrált valószínűségi változókat vesszük figyelembe, akkor könnyen meghatározhatunk olyan normákat, amelyek egyenértékük lesznek a luxemburgi normákkal.

Legyen a γ egy Gauss eloszlású valószínűségi változó a $(0, \delta^2)$ paraméterekkel. Ez a véletlenszerű változó hozzáartozik az $L_U(\Omega)$ Orlicz térehez, ahol $U(x) = \exp\{x^2\} - 1$ és ennek a véletlenszerű változónak a normája egyenlő $C\|\cdot\|_{L_2}$.

Megvizsgálom egy már ismert folyamat modelljét, a Karhunen-Loeve modellt.

Legyen $X = \{x(t), t \in [0, T]\}$ - véletlen folyamat, olyan, hogy $EX(t) = 0$, $EX^2(t) < \infty$, $t \in [0, T]$, $EX(t)X(s) = R(t, s)$ - kovariációs függvénye ennek a modellnek. Tekintsük az egyenlet integrálját:

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^T R(t, s)\varphi(s)ds.$$

Legyen $\lambda_k, k \in \mathbb{N}$ - saját értékek, a $\varphi_k(t)$ - normált saját függvényei az adott egyenletnek, tehát $\int_0^T \varphi_k^2(t)dt = 1$. Ismert, hogy $\lambda_k > 0$ minden $k \in \mathbb{N}$, akkor az $X(t)$ véletlen folyamatot a következő alakban ábárzoljuk:

$$X(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\xi_k}{\sqrt{\lambda_k}} \varphi_k(t), \quad (1)$$

ahol ξ_k - centrált valószínűségi változók, olyanok, hogy $E\xi_k\xi_l = \delta_{kl}$, ahol a δ_{kl} - A Kronecker szimbólum. Az (1) sor négyzetes középben konvergál. Tegyük fel, hogy az (1) példában a ξ_k valószínűségi változók függetlenek az Orlicz tértől $L_U(\Omega)$ és az $L_U(\Omega)$ tér rendelkezik H - tulajdonsággal és D állandóval. [3]

3. Exponenciális Orlicz folyamatok modellezése

3.1. Tétel. Legyen (T, φ, μ) mérhető tér, ξ_k centrált, független valószínűségi változók, $\xi_k \in Exp_{\psi}(\Omega), \psi()$ - Orlicz függvény.

Vizsgáljuk az $X(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k f_k(t)$ sztochasztikus folyamatot, melyre teljesülnek a 3. Tétel feltételei. Az $X_{N(t)} = \sum_{k=1}^N \xi_k f_k(t)$ pontossággal és $1 - \delta$ megbízhatósággal közelíti az $X(t)$ folyamatot, (az L_P tér normája szerint), ha teljesül:

$$\sum_{k=N+1}^{\infty} \|\xi_k\|^2 \left(\int_T |f_k(t)|^P d\mu(t) \right)^{\frac{2}{P}} \leq \frac{\varepsilon^P}{D \cdot \psi^{(-1)} \left(\ln \left(\frac{1}{\delta + 1} \right) \right)}$$

Bizonyítás. Mivel $\xi_k \in Exp_{\psi(x)}(\Omega)$ ezért tudjuk, hogy $u(x) = \exp(\psi(x)) - 1$, ahol $\psi(x) - C$ függvény.

Mivel teljesülnek a 3. Tétel feltételei, ezért igaz a tétel állítása is. Jelöljük:

$$\frac{\varepsilon^P}{D \cdot \sum_{k=N+1}^{\infty} \|\xi_k\|_{L_P}^2 \cdot \left(\int_T |f_k(t)|^P d\mu(t) \right)^{\frac{2}{P}}} = A$$

A modell definíciója és a 3. Tétel állítása miatt

$$(e^{\psi(A)} - 1)^{-1} \leq \delta$$

$$\frac{1}{\delta} \leq e^{\psi(A)} - 1$$

$$e^{\psi(A)} \geq \frac{1}{\delta} + 1$$

$$\psi(A) \geq \ln\left(\frac{1}{\delta} + 1\right)$$

$$A \geq \psi^{-1}\left(\ln\left(\frac{1}{\delta} + 1\right)\right)$$

$$\frac{\varepsilon^P}{D \cdot \sum_{k=N+1}^{\infty} \|\xi_k\|_{L_P}^2 \cdot \left(\int_T |f_{k(t)}|^P d\mu(t)\right)^{\frac{2}{P}}} \geq \psi^{-1}\left(\ln\left(\frac{1}{\delta} + 1\right)\right)$$

$$\sum_{k=N+1}^{\infty} \|\xi_k\|_{L_P}^2 \cdot \left(\int_T |f_{k(t)}|^P d\mu(t)\right)^{\frac{2}{P}} \leq \frac{\varepsilon}{D \cdot \psi^{-1}\left(\ln\left(\frac{1}{\delta} + 1\right)\right)}$$

Ezzel a tételek bebizonyítottak. ■

3.1. Következmény. Legyen (T, φ, μ) mérhető tér, $\xi_k \in Exp_{x^2}^{(0)}(\Omega)$. Vizsgáljuk az $X(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k f_k(t)$ sztochasztikus folyamatot, melyre teljesülnek az 1. téTEL feltételei. Az $X_N(t) = \sum_{k=1}^N \xi_k f_k(t)$ ε pontossággal és $1 - \delta$ megbízhatósággal közelíti az $X(t)$ folyamatot, ha teljesül:

$$\sum_{k=N+1}^{\infty} \|\xi_k\| \left(\int_T |f_k(t)|^P d\mu(t)\right)^{\frac{2}{P}} \leq \frac{\varepsilon^P}{D \cdot \sqrt{\ln \frac{1}{\delta + 1}}} (*)$$

Bizonyítás. A téTEL bizonyítása az előző téTEL állításából következik, ugyanis ez egy részesete, amikor $\psi(x) = x^2$, ugyanis ekkor $\psi^{-1} = \sqrt{x}$. Ezt visszahelyettesítve az előző téTEL állításába, kapjuk a (*) egyenlőséget. ■

3.2. Következmény. Legyen adott a $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\|\xi_k\|_{u_2}^2}{\lambda_k} < \infty$ - konvergens sor. Ha teljesül a következő feltétel:

$$\sum_{k=N+1}^{\infty} \left(\int_T |f_k(t)|^P d\mu(t) \right)^{\frac{2}{P}} \leq \frac{\varepsilon^P}{D \cdot \psi^{-1} \left(\ln \left(\frac{1}{\delta+1} \right) \right)}$$

akkor az $X_N(t) = \sum_{k=1}^N \frac{\xi_k}{\sqrt{\lambda_k}} \varphi_k(t)$ modell közelíti az $X(t)$ véletlen folyamatot az $L_2(0, T)$ térben, megadott ε pontossággal és $1 - \delta$ megbízhatósággal.

3.1. Példa. Legyen $X = \{x(t), t \in [0; \pi]\}$ sztochasztikus folyamat az $Exp_{x^2}^{(0)}(\Omega)$ Orlicz tér fölött, ξ_k egyenletes eloszlású valószínűségi változó a $[-1; 1]$ intervallumon. Ekkor vizsgáljuk a $P = 2$ esetet. Ekkor a (*) egyenlőség az alábbi módon néz ki:

$$\sum_{k=N+1}^{\infty} \|\xi_k\|^2 \cdot 1 \leq \frac{\varepsilon^2}{D \cdot \sqrt{\ln \left(\frac{1}{\delta} + 1 \right)}}$$

Az $X_N(t) = \sum_{k=1}^N \frac{\xi_k}{\lambda_k} \cdot f_k(t)$ modell az $X(t)$ sztochasztikus folyamatot ε pontossággal és $1 - \delta$ megbízhatósággal közelíti, ha teljesül a következő feltétel: $\sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{\|\xi_k\|^2}{\lambda_k} \leq \frac{\varepsilon^2}{D \cdot \sqrt{\ln \left(\frac{1}{\delta+1} \right)}}$ ahol $\xi_k \in Exp_{x^2}^{(0)}(\Omega)$.

Mivel $u(x) = \exp\{x^2\} - 1$, ezért a norma: $\|\xi_k\|^2 = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \sigma(t)$, ahol a $\sigma(t) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

$$\|\xi_k\|^2 = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{2\sqrt{6}}{9} \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k} \leq \frac{\varepsilon^2 \cdot \sqrt{\delta}}{D}$$

Ha $X(t) \in Exp_{x^2}^{(0)}(\Omega)$, $0 \leq t \leq 1$, akkor igaz, hogy:

$$EX(t) = 0$$

$$EX(t)X(S) = \begin{cases} t \cdot (1-s), & \text{ha } t < s \\ s \cdot (1-t), & \text{ha } t \geq s \end{cases}$$

Ekkor a Karhunen-Loeve folyamat a következő: $\sum_{k=1}^{\infty} \xi_k \cdot \frac{1}{\pi k} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \pi k t$, vagyis akkor $\lambda_k = \pi^2 k^2$.

Ebben az esetben felírható, hogy $X_N(t) = \sum_{k=1}^N \frac{\xi_k}{\pi k} \sqrt{2} \sin \pi k t$ modell az $X(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\xi_k}{\pi k} \sqrt{2} \sin \pi k t$ sztochasztikus folyamatot ε pontossággal és $1 - \delta$ megbízhatósággal közelíti, ha

$$\begin{aligned} \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k} &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \\ &\leq \frac{1}{\pi^2} \sum_{k=N+1}^{\infty} \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{k-1} = \frac{1}{\pi^2} \sum_{k=N+1}^{\infty} \left(\frac{1}{k-1} - \frac{1}{k} \right) = \frac{1}{\pi^2 \cdot N} \end{aligned}$$

Tehát $\frac{2\sqrt{6}}{9} \cdot \frac{1}{\pi^2 \cdot N} \leq \frac{\varepsilon^2 \sqrt{\delta}}{D}$. Ebből következik, hogy $N \geq \frac{D \cdot 2\sqrt{6}}{9 \pi^2 \varepsilon^2 \sqrt{\delta}}$. Tehát, ha $\varepsilon = 0,01$, $\delta = 0,01$, akkor a:

$$\sum_{k=1}^{16546} \frac{\xi_k}{\pi k} \sqrt{2} \sin \pi k t$$

közelítést alkalmazhatjuk.

A Matlab programcsomag segítségével létrehozzuk a fenti modellt. Ahhoz, hogy a modellt elkészítsük, a következő programkódot kell alkalmazni:

```

L = pi;
t = [0:0.1/L:pi];
x = zeros(1,numel(t));
kszi = unifrnd(-1,1,[16546,1])

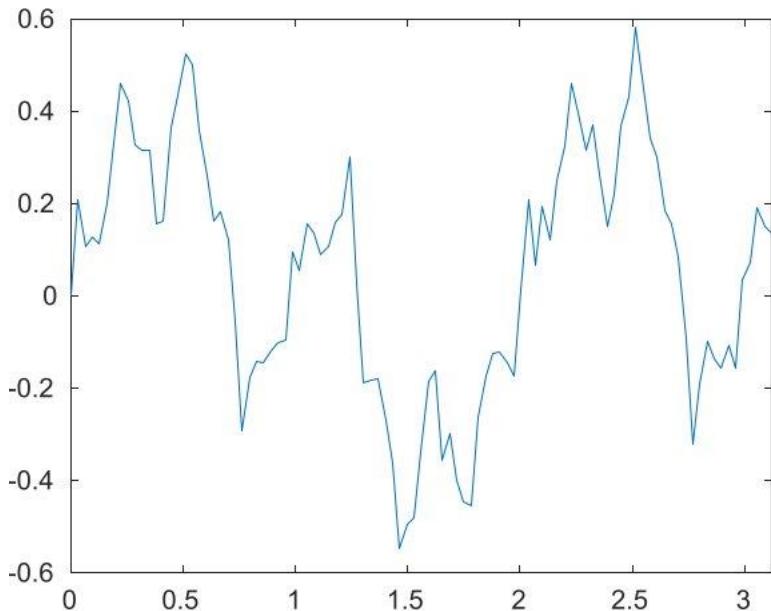
```

```

for k = 1:16546
x = x + kszi(k) * (2^0.5) * sin(pi * k * t)/(pi * k)
end;
plot(t,x)

```

A folyamat modellje az alábbi ábrán látható:



1. ábra: A folyamat modellje

Irodalomjegyzék

1. BULDYGIN V. V., KOZACHENKO YU. V. *Metric characterization of random variables and random processes*. American Mathematical Society, Providence RI, 2000.
2. КОЗАЧЕНКО Ю. В., КУЧІНКА К. Й., Сливка-Тилищак Г. І. *Випадкові процеси в задачах математичної фізики*,

- Монографія. КНУ, ДВЗ «УЖНУ», ДНУ ім. В. Стуса, ЗУІ ім. Ф. Ракоці ІІ, Ужгород, 2017. Вид-во ТОВ «РІК-У»
3. Козаченко Ю. В., Пащко А. О. *Моделювання випадкових процесів*, Навчальний посібник для студентів механіко-математичного факультету Київ, 1999, Видавничий центр «Київський університет»
 4. Мацак И. К., Пличко А. Н. *Некоторые неравенства для сумм независимых случайных величин в банаховых пространствах.* Теория вероятн. и матем. статист.-1988.-Вып.38.-С.81-88.
 5. Млавець Ю. Ю. *Умова 'H' для просторів Орліча експоненціального типу*, Ужгород, 2014, Науковий вісник Ужгородського університету

- Л 67 **LIMES.** Науковий вісник Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II. 2023/Випуск IX. Редакційна колегія: Ільдіко Орос (головний редактор), Олександр Добош (відповідальні редактори) [та ін.] – Берегове: ЗУІ ім. Ф.Ракоці II, 2023. – 100 с. (угорською мовою)

ISSN 2411-4081

Науковий вісник «LIMES» засновано у 2014 році та видається за рішенням Вченої ради Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II. У науковому віснику публікуються наукові статті викладачів та студентів Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II, а також дослідження українських та іноземних учених угорською, українською та англійською мовами. Цей том об'єднує праці з історії, етнографії, теології, педагогіки, соціології, економіки, матеріалознавства і технологій.

УДК 001.89(058)

Наукове періодичне видання

LIMES

Науковий вісник

Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II

2023 р.

Випуск IX

**Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації
Серія КВ №20762-10562Р від 08.05.2014 р.**

*Рекомендовано до друку Вченому радою Закарпатського угорського інституту імені Ференца Ракоці II
(протокол №... від20... р.)*

ГОЛОВНИЙ РЕДАКТОР:

Ільдіко Орос, кандидат педагогічних наук (кафедра педагогіки та психології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II)

Відповідальні редактори:

Олександр Добош (видавничий відділ, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II)

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Адальберт Бовді, доктор фізико-математичних наук, професор (кафедра математики та інформатики, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Адальберт Рац, доктор філософії у галузі природничих наук (кафедра історії та суспільних дисциплін, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Бейла Надь, кандидат біологічних наук, доцент (кафедра біології та хімії, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Віра Протопопова, доктор біологічних наук, професор (кафедра біології та хімії, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Єм'ювке Бергхайер-Олас, доктор філософії у галузі соціальних та поведінкових наук (кафедра педагогіки та психології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Золтан Кормочі, доктор філософії у галузі гуманітарних наук (відділення угорської філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Золтан-Шандор Варга, доктор біологічних наук, професор-емерит (кафедра еволюційної зоології та біології людини, Дебреценський університет), Ібоя Самборовскі-Нодь, кандидат історичних наук (кафедра історії та суспільних дисциплін, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Ілона Лехнер, доктор філософії у галузі гуманітарних наук (відділення англійської філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Йосип Молнар, кандидат географічних наук (кафедра географії та туризму, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Катерина Іудич, доктор філософії у галузі гуманітарних наук (відділення угорської філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Лорані-Денеш Давід, габілітований доктор у галузі «регіональні науки», професор (Інститут економіки та розвитку регіонів, Університет ім. Святого Іштвана), Маргарета Кейс, кандидат історичних наук (відділення угорської філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Марія Ген, кандидат біологічних наук, габілітований доктор у галузі «науки про довкілля» (кафедра ботаніки, Університет ім. Святого Іштвана), Олександр Бергхайер, кандидат географічних наук (кафедра географії та туризму, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Олена Біда, доктор педагогічних наук, професор (кафедра педагогіки та психології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Роберт Бачо, доктор економічних наук, професор (кафедра обліку і аудиту, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Тетяна Чонка, кандидат філологічних наук (відділення української філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Томаш Врабель, кандидат філологічних наук, доцент (відділення англійської філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Юдіта Павлович, кандидат педагогічних наук (відділення української філології, кафедра філології, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Юрій Жигуц, доктор технічних наук, професор (кафедра математики та інформатики, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II), Юрій Чотарі, кандидат історичних наук (кафедра історії та суспільних дисциплін, ЗУІ ім. Ф.Ракоці II)

ВІДПОВІДАЛЬНИЙ ЗА ВИПУСК:

Василь Брензович, кандидат історичних наук (Благодійний фонд за ЗУІ)

ТЕХНІЧНЕ РЕДАГУВАННЯ: Олександр Добош

ВЕРСТКА: Ласло Веждел

КОРЕКТУРА: авторські та Ільдіко Гріца-Варцаба

ДИЗАЙН ОБКЛАДИНКИ: Ласло Веждел

УДК: Бібліотечно-інформаційний центр «Опації Чере Янош» при ЗУІ ім. Ф.Ракоці II

За зміст опублікованих статей відповідальність несе автори.

Друк наукового вісника здійснено за підтримки уряду Угорщини.

Засновник: Благодійний фонд Закарпатського угорського педагогічного інституту (від 2016 року Благодійний фонд За Закарпатського угорського інституту)

Видавництво: **Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II** (адреса: пл. Кошута 6, м. Берегове, 90202. Електронна пошта: foiskola@kmf.uz.ua) Статут «Закарпатського угорського інституту ім. Ференца Ракоці II» (Затверджено протоколом загальних зборів Благодійного фонду За ЗУІ, протокол №1 від 09.12.2019р., прийнято Загальними зборами ЗУІ ім. Ф.Ракоці II, протокол №2 від 11.11.2019р., зареєстровано Центром надання адміністративних послуг Берегівської міської ради, 12.12.2019р.)

Поліграфічні послуги: ТОВ «PIK-У» (адреса: вул. Гагаріна 36, м. Ужгород, 88000. Електронна пошта: print@rik.com.ua) Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготовників і розповсюджувачів видавничої продукції Серія ДК 5040 від 21 січня 2016 року

Підписано до друку Шрифт «Times New Roman».

Папір офсетний, щільністю 80 г/м². Друк цифровий. Ум. друк. арк.

Формат 70x100/16. Замовл. №.