ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол №2 від „28”лютого 2024 р.
Ф-КДМ-3

Міністерство освіти і науки України

Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II

Кафедра математики та інформатики

Реєстраційний №___________

Кваліфікаційна робота

РОЗВИТОК ПІЗНАВАЛЬНОГО ІНТЕРЕСУ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ СТЕПЕНЕВОЇ ФУНКЦІЇ

БОЛЛО БІАНКА ЕРНЕСТІВНА

Студентка IV-го курсу

Освітня програма «Середня освіта (Математика)»

Спеціальність 014 «Середня освіта (Математика)»

Рівень вищої освіти: бакалавр

Тема затверджена на засіданні кафедри

Протокол № 3 / 2023

Науковий керівник: **Стойка Мирослав Вікторович**

(к. ф. -м. н, доцент)

Завідувач кафедрою математики та інформатики: **Кучінка Каталін Йожефівна**

(к. ф.-м. н, доцент)

Робота захищена на оцінку _________, «___» ____________ 202_ року

Протокол № ______ / 202_

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол №2 від „28”лютого 2024 р.
Ф-КДМ-3

Міністерство освіти і науки України
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II

Кафедра математики та інформатики

Кваліфікаційна робота

РОЗВИТОК ПІЗНАВАЛЬНОГО ІНТЕРЕСУ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ СТЕПЕНЕВОЇ ФУНКЦІЇ

Рівень вищої освіти: бакалавр

Виконавець: студентка IV-го курсу

Болло Біанка Ернестівна

освітня програма «Середня освіта (Математика)»

спеціальність 014 «Середня освіта (Математика)»

Науковий керівник: **Стойка Мирослав Вікторович**
(к. ф. -м. н, доцент)
Рецензент: **Бортош Марія Юліївна**
(к. ф. -м. н, доцент)

Берегове
2024

Зміст

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол №2 від „28”лютого 2024 р.
Ф-КДМ-3

Ukrajna Oktatási és Tudományügyi Minisztériuma
II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola

Matematika és Informatika Tanszék

A DIÁKOK KOGNITÍV ÉRDEKLŐDÉSÉNEK FEJLESZTÉSE HATVÁNYFÜGGVÉNY TANULÁSAKOR

Szakdolgozat

Készítette: Balla Bianka

IV. évfolyamos matematika

szakos hallgató

Témavezető: Sztojka Miroszláv

(fiz. – mat. tud. doktora, docens)

Recenzens: Bartos Mária

(fiz. – mat. tud. doktora, docens)

Beregszász – 2024

Tartalomjegyzék

Bevezetés

A modern pedagógiát számos nézet és szemlélet újragondolása, megváltoztatása jellemzi. Hiszen a modern társadalom nemcsak az oktatás feladataival, tartalmával, ellátásával, hanem a pedagógus oktatási módszereivel is foglalkozik. Ma magas szintű szakmai felkészültséget igényel az oktatás. A tanulók nevelése, képzése során pedig kiemelt figyelmet kell fordítani az érdeklődésük felkeltésére. Olyan módszereket, tanítási formákat kell használni, amivel a tanuló érdeklődését felkeltjük a téma iránt. Ez nem más, mint az oktatási tevékenységek kognitív érdeklődése – ami a tanítás és tanulás hajtóereje.

A szakdolgozat címe a „Kognitív érdeklődés fejlesztés hatványfüggvény tanulása során általános iskolai matematika órán” amellyel a legfőbb cél egy módszer kidolgozása a tanulók kognitív érdeklődésének fejlesztésére a "Hatványfüggvény" témakör tanulmányozása során. Valamint egy olyan hipotézis felállítása és bebizonyítása, mint „A kognitív érdeklődésfejlesztő óra után a diákok jobban teljesítenek.” Feltárni egy téma tanulásának olyan módszerét, amellyel eredményesebb célt lehet elérni, ami az állitással meg is lett fogalmazva.

A hatványfüggvények a matematika egyik legfontosabb témája. Mivel a függvény értelmezése, több típusa, függvények szerkesztése bele tartozik ebbe a témakörbe, igy nagy tartalommal rendelkezik. Ezt a témát fontos, hogy megfelelően elsajátítsák a tanulók általános iskolában, mivel a függvények további témakörei erre az alapra fognak támaszkodni. Másrészt a függvény egy jó modell a környező világ folyamatainak, jelenségeinek tanulmányozásához is.

A leírt gondolatok miatt egy kognitív érdeklődés fejlesztő módszer lett kidolgozva, aminek hatására a Hatványfüggvények téma eredményesebben célt ér el a tanulása során.

A dolgozat négy részből tevődik össze. Az első részben a kognitív érdeklődés fogalma, fejlesztése és mivolta olvasható a pedagógiában. A második fejezetben a hatványfüggvény létrejötte, fogalma, tulajdonságai és jelentése tekinthető meg. A harmadik részben bemutatásra kerül a kutatás módszertani része: a kognitív érdeklődés fejlesztés lényegei figyelhető meg a hatványfüggvény témakör tanulására. A munka negyedik fejezetében a kutatás eredményei kerülnek bemutatásra, ahol bebizonyításra kerül a hipotézis, és ábrázolva van a teljesülése.

1. fejezet

A diákok kognitív érdeklődésének fejlesztési folyamatának általános jellemzői

1.1. A "kognitív érdeklődés" fogalma híres pedagógusok szerint

A kognitív érdeklődés kialakulásának problémája mély történelmi gyökerekkel rendelkezik. Megoldásának módjai a különböző országok népeinek filozófiai, társadalmi, vallási és nemzeti nézeteinek, hagyományainak és mentalitásának hatására alakultak ki különböző időkben. Az ókor és a késő középkor filozófusai voltak az elsők, akik a kognitív érdeklődés kialakulását vizsgálták, olyan fogalmakkal azonosítva, mint a „tevékenység alapja”, „motiváció”, „motiváló ok a cselekvésre” stb. A 20. század elején a pedagógiában az a vélemény alakult ki, hogy a kognitív érdeklődés az alapja a tanulásnak, amely biztosítja a tanulás magas hatékonyságát [18].

A kognitív érdeklődés - ösztönző motivációs állapotot bitósít az ismeretek tárgyához, amelyet szisztematikusan figyelembe kell venni és fejleszteni kell a tanulási folyamatban, mivel közvetlenül befolyásolja a gyermek fejlődését.

A kognitív érdeklődés aktív, motivált érzelmi hozzáállás a tudás tárgyához, amelyet következetesen figyelembe kell venni és fejleszteni a tanulási folyamatban, mivel közvetlenül befolyásolja a kialakulását és a gyermek személyes irányultságának fejlődését.

Konsztantyin Dmitrijevics Ushinsky orosz pedagógus nagy figyelmet fordított a diákok kognitív érdeklődésének problémájára, a kognitív érdeklődést a sikeres tanulás eszközének tekintette, hangsúlyozva annak szerepét az egyén erkölcsi fejlődésében. Ezt írta: *"Fel kell kelteni az emberben az őszinte érdeklődést minden hasznos, magasabb és erkölcsi dolog iránt, és biztos lehet benne, hogy megőrzi az emberi méltóságot."*

Kiváló cseh tanár John Amos Comensky (Comenius) nagy jelentőséget tulajdonított a tanulás iránti kognitív érdeklődésnek. Comenius úgy vélte, hogy csak az érdeklődésnek köszönhetően a diák „ég a tanulás vágyától, nem fél a nehézségektől, hogy elsajátítsa a tudományt" [26].

Az elmúlt évek több évszázados tapasztalata lehetővé teszi annak állítását, hogy a tanulás iránti kognitív érdeklődés fontos és kedvező tényező a tanulás kialakításában. A modern didaktika a pedagógia és a pszichológia új vívmányaira támaszkodva a kognitív tevékenységben még több lehetőséget lát a tanulásra, a fejlődésre, a tanulói személyiség egészének formálására [24].

A pedagógiai nevelésben kiemelten fontos figyelembe venni az érdekek személyiségfejlesztési, tudásformálási jelentőségét. Még John Amos Comenius is, aki az új iskolát az öröm, a fény és a tudás forrásának tekintette, az érdeklődést az egyik fő megvalósítási módjának tekintette. Jean-Jacques Rousseau a tanulónak a környező tárgyak és jelenségek iránti közvetlen érdeklődésére támaszkodva igyekezett erre építeni a tanulási folyamatot. Ivan Petrovics Pavlov pedig az érdeklődést olyan dolognak tekintette, amely aktiválja az agykéreg állapotát.

K. D. Ushinskyi oktató az érdeklődést a sikeres tanulás fő belső mechanizmusának tekintette. Megmutatta, hogy a kényszerrel végzett tanulás megöli a tanulókban a tudás elsajátításának vágyát. Ugyanakkor rámutatott, hogy a tanulás nem egyszerűsíthető le az érdeklődésre. A tanulás kemény munkát, jelentős akaraterőt is igényel.

Johann Friedrich Herbart, felismerve az érdeklődést az egyénben rejlő tulajdonságként, arra buzdította a tanárokat, hogy ne legyenek unalmas egyhangúak a tanításaik, hanem a tanítást a gyermekben rejlő érdekekre alapozzák [24].

1.2. A kognitív érdeklődés tanulmányozása a pedagógiában

"A kognitív érdeklődés az egyén szelektív orientációja, amely a tudás területére, annak tárgyi oldalára és a tudás elsajátításának folyamatára irányul." Pedagógusok állítása szerint a kognitív tevékenység nem velünk született és állandó, hanem dinamikusan fejlődik, különböző társadalmi tényezők által.

A kognitív érdeklődés a személyiség érzelmileg tudatos, szelektív irányultsága, amely egy témára és az azzal kapcsolatos tevékenységekre irányul. Amit e tevékenységek eredményeiből származó belső elégedettség kísér. Ez az érdeklődés kereső jellegű, növeli a szellemi fejlődés lehetőségeit (V.F. Palamarchuk), elősegíti a tudatos önállóságot (O.Y. Savchenko), produktív munkát okoz (V.I. Lozova), megváltoztatja a mentális tevékenységet (G.I. Shchukina), a kreatív személyiség fejlődésének feltételét (M.I. Alekseeva).[25, 45 o.].

Az érdeklődés jellegzetes vonásai a tudatosság, az érzelmesség és a megismerésre való különleges akarati irányultság. Az érdeklődés és a különböző pszichológiai funkciók közötti kapcsolat megléte a következő következtetéshez vezet: ha egy személy megismerő tevékenységének megszervezésével kognitív érdeklődést akarunk kialakítani, akkor azokat a pszichológiai funkciókat kell kialakítani benne, amelyek az érdeklődéssel kapcsolatosak.

A tanulási tevékenységekben való kognitív érdeklődés az érdeklődés objektív és szubjektív oldalának kölcsönhatásából adódik. Kifejezi a tanulók tudásvágyát és az önálló kreatív munka iránti vágyát, ezért a tanárok az egyik legjelentősebb és legmegbízhatóbb tényezőnek tartják, amely fokozza az aktivitást [26].

A kognitív érdeklődés sajátossága az ember azon vágyában rejlik, hogy elmélyedjen az ismert dolgok lényegében. Ebből a szempontból a kognitív érdeklődés a tanulás lehetséges motívuma, amely a tanulók iskolához, tudáshoz való pozitív attitűdjének az alapja, amely a szellemi munkából származó örömteli élményekkel, a tanulásban való elmélyülés állandó vágyával függ össze egy vagy több oktatási tárgyból.

A kognitív érdeklődés fontos jellemzője az is, hogy középpontja egy olyan kognitív feladat, amely aktív, kutató vagy kreatív tevékenységet igényel az embertől.

A kognitív érdeklődést egyes pszichológusok a tudásigénnyel azonosítják, amely az embert a valóságban orientálja. Valójában az emberi szükségletek az elsődleges alapok, az elsődleges motiváló erők, az emberi tevékenység kezdeti okai [20].

A kognitív érdeklődés kialakítása hosszú folyamat. Bizonyos feltételeket igényel, és függ a pedagógiai irányítástól, a tudományrendszer szerves egységének helyes kialakításától, e tudomány tudásrendszerétől és tanításának rendszerétől. A tanulók gyakorlati tudásra tesznek szert, ha tanári irányítással aktívan és érdeklődéssel dolgoznak a tudásforrásokon.

A tanulás a tanulók érdeklődésén alapul, formálja is azokat, ezért az érdeklődés a tanulás és annak eredményének előfeltétele. A kognitív érdeklődés a tanulás eszközeként és a pedagógiai munka céljaként is működhet az általános kognitív tevékenység fejlesztése szempontjából. Mivel kognitív érdeklődés mint motiváló eszköz arra ösztönzi a tanulót, hogy érdeklődéssel, lelkesedéssel viszonyuljon nem csak az órákhoz vagy a házi feladatok megoldásában, hanem ösztönözze a több tudásra, önállóan olvasson utána az érdekelt téma után, kérdéseket tegyen fel önmagának, tanárának. A kognitív érdeklődés, mint a tanulás indítéka, önzetlen. A tanulónak nincs szüksége a tanulás állandó külső ösztönzésére, ő maga az iskolába megy azzal a vággyal, hogy tanuljon, tudást szerezzen és aktívan részt vegyen ebben. A kognitív érdeklődés határozza meg a kezdeményezést a tanár által kitűzött kognitív célok mellett [18].

Az érdeklődések és motívumok szorosan összefüggenek, és az oktatási folyamat számára ezek képezik az alapot, amelyen a tanulók tudása, képességei, készségei és gyakorlati tapasztalatai keletkeznek, megszilárdulnak és fejlődnek. Ha létezik ilyen kapcsolat, akkor a megismerési folyamat aktívan zajlik [22].

A kognitív érdeklődés növelésének eszközei:

- az oktatási anyag újszerűségének bemutatása;
- a tanult anyag elérhetősége;
- a tudás gyakorlati szerepének bemutatása, az élettel való kapcsolat;
- a modern tudomány vívmányai;
- a tanár emocionalitása;
- motiváció az oktatási tevékenységekhez;
- problémás helyzet kialakítása;
- stimulációs módszerek [24].

A kognitív tevékenység aktiválása az elmélet és a gyakorlat szoros kapcsolatának feltételei között megy végbe az oktatásban. Az ismeretek megszilárdítása, gazdagítása és rendszerezése a tudatalatti alkalmazásuk során történik. Az elméletből a gyakorlatba való többszöri átmenet és fordítva a sikeres ismeretszerzés egyik feltétele.

Olyan feltételek, amelyek mellett a tanulók nemcsak produktívan és racionálisan sajátítják el az ismereteket, valósítják meg azokat, sajátítják el a szükséges készségeket és képességeket, hogy ne csak új helyzetekben alkalmazzák azokat, hanem fejlesztik képességeiket, megvalósítják kreatív potenciáljukat, megalapozzák az önállóságra való fokozatos átmenetet [19].

1.3. A kognitív érdeklődés szintjei

A pedagógiában az érdeklődés fejlesztésének négy szakaszát különítik el:

- érdeklődés;
- kíváncsiság;
- kognitív érdeklődés;
- elméleti érdeklődés.

Az érdeklődést a legelemibb érdeklődésnek tekintik, amely bizonyos helyzetekben megragadja a tanulókat, de a helyzet megváltozásakor gyorsan eltűnik. Az érdeklődés fejlődésének ez a szakasza a téma újszerűségéhez kapcsolódik, ami lehet, hogy az ember számára különös jelentőséggel bír, de lehet, hogy nem. A tanulók még nem veszik észre a vágyat, hogy megtanulják a vizsgált tárgyak, jelenségek és folyamatok lényegét [20].

A kíváncsiság jellemzője a látottakon túlra való behatolás, az ismeretek bővítése, a tanulás során felmerülő kérdésekre való válaszadás vágya. És ebben a szakaszban a diákokat a meglepetés érzelmei, a felfedezés örömének érzése jellemzik. Maguk a miért? kérdés megválaszolására törekszenek, tudásuk bővítésére törekednek. A kíváncsiság megjelenésével a kognitív tevékenység rendszere kifejezett stabilitásra tesz szert. Ez a kiváncsiság még jobban megerősödik, amikor a rendszerben újonnan felhalmozódott mennyiségi változások egy ilyen intellektuális érzés kialakulásához vezetnek, amely kognitív érdeklődésként ismerhető fel [21].

A kíváncsisághoz képest, amelynek általában sok tantárgyi iránya van, az érdeklődés, mivel mindig személyes kognitív igényt fejez ki, válogatósabb. Megjelenésével a gondolkodás csak bizonyos, érdeklődést felkeltő tárgyak és jelenségek elemzésére kezd koncentrálni. Ezt elősegíti egy speciális érzékszervi háttér, amely egy kognitív szempontból jelentős tárgy körül keletkezik. Aztán a tudás feltöltésével a háttér színe fokozatosan elhalványul, de nincs ideje teljesen eltűnni, hiszen abban a pillanatban, amikor ez az érdeklődés gyakorlatilag kielégül, új kognitív igény merül fel, és ezzel kapcsolatos új érdeklődés. Így az érzékszervi háttér ismét telítetté válik, más, összetettebb színek jelennek meg benne (egy másik, magasabb szintű új kognitív szükséglet bizonyítékaként, amelynek megjelenése hozzájárul egy új, mélyebb érdeklődés megjelenéséhez). Egy ilyen helyzet, miközben megőrzi jellegzetes dinamikus stabilitását, sokszor megismétlődik. És minden újabb ismétléssel a kognitív érdeklődés egyre jelentősebbnek és mélyebbnek tűnik [26].

A tanulók ugyanakkor okot keresnek, igyekeznek a tantárgy lényegébe belenyúlni, önállóan mintát állítani, ok-okozati összefüggéseket feltárni. A személyiség megfeszíti a gondolkodást, az akaraterőt, feltárja az érzelmeket.

A kognitív érdeklődés az egyén általános és szelektív orientációjaként egyaránt definiálható, aki a megismerési folyamat, annak tárgyi oldala és magának a tudás elsajátításának folyamata felé fordul. A kognitív érdeklődés lényege abban rejlik, hogy tárgya maga a megismerési folyamat, amelyet az a vágy jellemez, hogy a jelenségek lényegében felmerüljön (és nem egyszerűen csak információfogyasztóvá váljon azokról), hogy megismerje a jelenségeket egy bizonyos tudásterület elméleti, tudományos alapjai, viszonylag stabil vágy annak állandó mélyreható tanulmányozására. A kognitív érdeklődés megnyilvánulásának megnevezett jelei fokozatosan alakulnak ki és mutatkoznak meg. Az érdeklődés oka lehet a természet, egy bizonyos típusú tevékenység, egy társadalomtörténeti jelenség, valamint egy személy, akivel a téma kapcsolatban áll.

Valójában a kognitív érdeklődés a személyiségfejlődés szempontjából fontos mentális folyamatok ötvözete. A kognitív érdeklődés hatására lezajló intellektuális tevékenységben az aktív keresés, a találgatás, a keresési megközelítés, a problémamegoldó készség érzelmi megnyilvánulásokat (meglepetés, új, intellektuális, öröm, sikerélmény) nyilvánít meg. [22].

Az elméleti érdeklődésre jellemző, hogy a tanulók nem csak az ismeretek mély és szilárd jelenségek, a törvényszerűségek ismeretére és az elméleti alapok elsajátítására összpontosítanak, hanem azok gyakorlati alkalmazására is. Az elméleti érdeklődés a tanulókban akkor merül fel, amikor tudományos nézeteket, meggyőződést és stabil világnézetet alakítanak ki [28]. Ebből következik, hogy a kognitív érdeklődési körbe nemcsak a tanuló által megszerzett tudás tartozik, hanem a tudás elsajátításának folyamata, a tanulási folyamat egésze is, amely lehetővé teszi a szükséges megismerési módszerek elsajátítását [10].

A fejlődés korai szakaszában a kognitív érdeklődés nem rendelkezik azzal az ellenállhatatlan késztetéssel, amely a szükséglet velejárója. A kognitív érdeklődés kielégítése nem vezeti a tanulót a szükségletkielégítés esetére jellemző elégedettség állapotába. Ellenkezőleg, a kognitív érdeklődés kielégítése, a tudásvágy új ösztönzést kap egy sikeres eredmény formájában.

Az érdeklődés A.C. szerint Puni három összetevőt tartalmaz:

1. egy személy adott területen birtokolt tudása;
2. sikeres gyakorlati tevékenység ezen a területen;
3. az örömön alapuló érzelmi elégedettség, amelyet az ember a gyakorlati tevékenység eredményeként kap [21].

1.4. A kognitív érdeklődés fejlesztése az oktatásban

A kognitív érdeklődés valóban sokrétű jelenség, és a pedagógiában is fontos szerepet játszik. A tanítási és nevelési folyamatok során a kognitív érdeklődés befolyásolhatja a tanulók figyelmét és motivációját. A tanár feladata, hogy ezt a kíváncsiságot és érdeklődést felhasználja az oktatás során.

Az oktatásban a kognitív érdeklődést gyakran a tanulók kognitív aktivitásának fokozásának eszközeként tekintik. A tanár feladata, hogy érdekessé tegye az oktatási folyamatot, és kiemelje azokat a szempontokat, amelyek felkelthetik a tanulók figyelmét. Ez lehet például egy érdekes példa, egy izgalmas történet vagy egy olyan probléma, amelyre a tanulók maguk is rájöhetnek [22].

Napjainkban a tanár egyik legfontosabb feladata a tanuló önállóságának fejlesztése. Ez csak a tanuló motivációján keresztül lehetséges a tananyag elsajátítására. A kognitív érdeklődés tehát nem csak a tanulók számára fontos, hanem a tanárok számára is, mivel lehetővé teszi számukra, hogy hatékonyabban és érdekesebben tanítsanak. A tanár kreativitása és rugalmassága kulcsfontosságú ebben a folyamatban [16].

Az oktatást úgy kell felépíteni, hogy a jövőben a tanuló tovább tanulhasson és tanuljon is, de soha ne kényszerüljön újratanulásra. A modern tanárnak az a gondja, hogy hogyan ösztönözze a gyermeket egy tantárgy tanulására, hogy aktiválja a tanuló kognitív tevékenységét, és milyen módszereket kell alkalmazni ennek során [24].

Az érdeklődés egy személy aktív kognitív összpontosítása egy vagy másik témára, jelenségre vagy tevékenységre, amelyet pozitív érzelmi hozzáállással hoznak létre.

A probléma tanulmányozásának sürgőssége abból adódik, hogy a tanulási folyamatot érdekesebbé kell tenni a tanulók mentális képességeinek fejlesztése, elemzése, a főbb pontok elkülönítése és az általánosítások megtanítása érdekében.

Ezért a kognitív érdeklődés, amely egyéni változásokon megy keresztül és fejlődik, maga is befolyásolja a gyermek nevelési tevékenységének fejlődését. Így a tanulók kognitív érdeklődésének kialakulásának szintje bizonyos mértékben függ az egész tényezőrendszertől, amelytől az oktatás eredményessége függ.

Az érdeklődés legelterjedtebb és leghatékonyabb módja, ha bebizonyítjuk a tanulónak, hogy nem tud valamit. A második érdeklődésre számot tartó módszer az, hogy nem szabványos kérdéseket teszünk fel a diákoknak, amelyek nem a tanult szabályok reproduktív reprodukcióját igénylik, hanem az anyag megértését [26].

Az iskolai oktatási folyamatban különféle módszereket, technológiákat és pedagógiai technikákat alkalmaznak a tanulók kognitív tevékenységének ösztönzésére. Különösen a hagyományos és innovatív, passzív, aktív és interaktív módszerek. A nevelő-oktató munka hagyományos formái közé tartoznak a passzív és az aktív módszerek.

Az oktatási folyamatban a tanulók aktivitása nemcsak a gondolkodási munkában, hanem a gyakorlati tevékenységekben, a tanórán belüli - tanórán kívüli munkában, valamint az érzelmi megnyilvánulásokban is érzékelhető.

A tanulók szellemi tevékenysége a matematika tanulási folyamatában különös jelentőséggel bír a fogalmak kialakításában, azok megértésében, gyakorlati alkalmazásában, és különösen az ezekkel a fogalmakkal való önálló kezelés képességében. Ezért célszerű átgondolni a célok megvalósításának módjait, munkaformáit [23]. Először is ez:

1. Csoportos módszer a feladatok megoldásánál. Párokban dolgozni.

2. A könyvvel való munkavégzés különböző formái.

3. Különféle ösztönzők alkalmazása.

4. Önálló munkák analógiákkal, összehasonlítással, utasításkártyákkal és konzultációkkal.

5. A historizmus és érdeklődés elemeinek felhasználása az órákon (lecke-mesék, leckék-utazás, leckék-keresztrejtvények stb.).

6. Problémahelyzetek felhasználása.
7. Az anyag bemutatása blokkokban.
8. A megoldások láthatósága, hozzáférhetősége, változatos eredetisége, önállóság az ismeretszerzésben, a problémamegoldás módszerének megválasztásában, a tudomány és a gyakorlat kapcsolata, kérdőívek, tesztelés.
9. Nyelvi megfigyelés, áttekintés a séma szerint [15].

A kognitív tevékenység aktiválásának módjai és módszerei csak a hallgatók frontális, csoportos, egyéni munkájának ügyes kombinációjával, valamint az egyéni képzés korszerű eszközeivel valósíthatók meg. Ilyen eszközök a nyomtatott alapú didaktikai anyagok, utasításkártyák, mintakártyák, programozott vezérlési eszközök stb.

A tanár feladata a kognitív tevékenység technikáinak és módszereinek állandó bemutatása. Formájuk szerint ismertetjük a technikákat és az aktivitási módszereket:

- algoritmikus előírások, algoritmikus sémák, blokkdiagramok;
- szabályokkal és a logika törvényével.

A tanuló tevékenysége során kész algoritmikus előírásokat, szabályokat, törvényeket alkalmaz vagy önállóan alkot. Az első esetben reproduktív, a második esetben produktív tevékenységet végez.

A matematikatanárok által az oktatási folyamatba aktívan bevezetett egyik forma a nem hagyományos órák. Így nevezik azokat az órákat, amelyek nem esnek a hagyományos tanítási módszerek keretei közé, ahol a tanár ragaszkodik a tanítás szabványos felépítéséhez, módszereihez és technikáihoz. A nem hagyományos óra elsősorban a tanár kreativitását, eredetiségét, sőt művészetét jelenti. Egy ilyen óra maximálisan serkentheti a tanulók kognitív függetlenségét, kreatív tevékenységét és kezdeményezőkészségét, valamint a tanulás iránti érdeklődésüket [23].

A következő nem hagyományos óratípusokat különböztetjük meg: integrált, interdiszciplináris, színházi, játék, különböző korú tanulókkal stb. Általánosságban elmondható, hogy szervezési forma szerint a nem hagyományos tanórák a következők: előadás óra, gyakorlati óra, szemináriumi óra, teszt óra, utazás óra, játék óra, „Matematikai csata” óra, kvíz óra, stb. A technológia ezeken a nem hagyományos órákon különösen fontos [20].

Az oktatás még ma sem fejleszthető a pedagógus nevelési folyamatban betöltött szerepének alapvető újragondolása nélkül. Ma a tanárnak meg kell tanulnia irányítani mind a teljes tanulócsoport, mind az egyes tanulók tevékenységét, de ez a pedagógiai folyamat hagyományos felfogása szerint lehetetlen. A legjobb tanárok mindig keresnek, aktív tanulási módszereket alkalmaznak: kis csoportokban, csapatokban, párokban dolgoznak. Minden tanár a legjobbat használja. Használnak technikai oktatási segédanyagokat és növelik az önálló munka idejét az órán [26].

2. fejezet

Hatványfüggvény az oktatásban

2.1. A "hatványfüggvény" fogalmának kialakulása és fejlődése a matematikában

A függvény a tudomány és a matematika egyik alapfogalma. A függvényfüggőség fogalma fontos szerepet játszik a világ megismerésében, és a valóság legpontosabb jelenségét tükrözi. A matematika elsődleges modellje a függvény, ezért a függvények, tulajdonságaik, grafikonjaik minden formájukban képezik az iskolai matematika tantárgy magját. A függvény fogalma hosszú történelmi fejlődési utat járt be. Más fogalmakhoz hasonlóan szükségletek és tudományok kérésére keletkezett, mint a fizika, kémia, biológia stb [2].

A hatványfüggvény fogalmának kialakítását a függvény fogalmából kell szemlélni. A matematikai függvényfogalom kidolgozásának első lépéseit az ókori babilon matematikusai tették meg. Összeállították a számok inverz értékeinek táblázatait, azok négyzeteit és kockáit, a számok négyzetösszegeit. A mai értelemben ezek a következő függvények értéktáblázatai voltak: $y=\frac{1}{x}$; $y = x^2$; $y = x^3$; $y = x^2 + x^3$.

A „függvény” fogalmának megjelenéséhez szükséges előfeltételek a 17. század 30-as éveiben alakultak ki, ekkor jelent meg az analitikus geometria, ekkor vett részt aktívan az algebra a mértani feladatok megoldásában. A függvény fogalmának nagyon ősi története van [17].

A „függvény” kifejezést először 1692-ben a kiváló német filozófus és matematikus, Gottfried Wilhelm Leibniz javasolta pontokat összekötő különböző szakaszokat valamilyen görbe jellemzésére. Abban az időben a függvény fogalma teljes mértékben a geometriai formától függött, mivel nagyon szűk értelemben használták, csak a geometriai képekkel társítva. Ezek ugyanis görbéket érintő szegmensek, koordinátatengelyre vetített vetületek és az ábra számára bizonyos funkciót betöltő vonalak voltak.

A geometriai mennyiségtől független függvény fogalmát először Johann Bernoulli svájci matematikus fogalmazta meg 1718-ban [17].

"Egy változó függvénye - ebből a változóból és állandókból bármilyen módon képzett mennyiség." L. Euler viszont "Bevezetés az elemzésbe" című könyvében a definíció következő változatát fogalmazta meg [27]: "A változó mennyiség függvénye egy analitikus kifejezés, amely valamilyen módon ebből a változó mennyiségből és számokból vagy állandó mennyiségekből áll össze. " Euler bevezette a függvény jelenleg elfogadott jelölését is.

Euler definíciójának alapötlete az volt, hogy nem az a fontos, hogy az egyes értékek milyen módon illeszkednek egy másik meghatározott értékhez, csak az a fontos, hogy ez a megfeleltetés létrejöjjön. A függvény fogalma és analitikai kifejezése közötti végső különbséget a 19. században figyelték meg, miután a francia matematikus, Fourier [9] kimutatta, hogy a különböző intervallumokon eltérő módon meghatározott függvények általában a teljes tartományban egy összeg összegeként ábrázolhatók és ugyanaz a végtelen sorozat. Így nem lényeges, hogy egy függvényt egy vagy több kifejezés ad-e meg, csak az a lényeges, hogy egy mennyiség milyen értékeket kap egy másik mennyiség adott értékei mellett [27].

Hosszú távú tanulmányozása után, amelyben a következő tudósok vettek részt: Derichlet, Lobacsevszkij és mások, a tudósok a függvény következő meghatározásához jutottak: "Az y változó mennyiséget az x változó mennyiség függvényének nevezik, ha mindegyik az x mennyiség értéke az y mennyiség egyetlen meghatározott értékének felel meg."

A fogalom végső formáját csak az általános halmazelmélet megalkotásakor nyerte el. Aztán világossá vált, hogy a függvény fogalmában az x és y értékének nem feltétlenül kell számoknak lennie; a függvény fogalma alatt az X és Y halmazok közötti függőséget vagy megfelelést értjük, amelyben az X halmaz minden eleméhez illeszkedik az Y halmaz egyetlen eleme [14].

Maga a „függvény” kifejezést (a latin functio szóból – cselekvés, végrehajtás) először használta közvetlenül Leibniz német matematikus. Függvény alatt ezt értette: "olyan szakasz, amelynek hossza valamilyen meghatározott törvény szerint változik". Ez az értelmezés 1694-ben jelent meg először. És 1698 óta a tudós bevezette a "változó" és az "állandó" kifejezéseket is. A 18. században a függvény új nézete alakult ki, mint az egyik változót a másikhoz viszonyító képlet. A függvénynek ebből az értelmezéséből alakul ki a függvény analitikus megfogalmazása [2]. Először az x tetszőleges értékének egy bizonyos függvényének jelölésére a $j(x)$ jelölést használták, és ezt függvény tulajdonságának nevezték.

Ehelyett Leibniz német tudós x_1 jelölést használta az $f(x_1)$ helyett, és $f : y$, $f : (x + y)$ jelölést használtak, amit most $f(x)$, $f(x + y$ jelölünk. A függvény általános meghatározásának analitikai szempontból végső megfogalmazását Bernoulli tanítványa, Euler készítette az 1755-ben megjelent „Differenciálszámításban”: „Amikor egyes mennyiségek úgy függnek egymástól, hogy amikor az utóbbi megváltoznak, maguk is változnak, akkor az előbbit az utóbbi függvényének nevezzük." Amint a bemutatott definíciókból kitűnik, a függvény fogalmát tulajdonképpen egy elemzési feladattal azonosították.

A függvény modern, a Dirichlethez tartozó, 1837-ben meghirdetett analitikai feladat említésétől eltérő meghatározása már előtte is többször felmerült. Ez így hangzik: két x és y változót egy függvény köt össze [14].

2.2. A " Hatványfüggvény" téma logikai-matematikai elemzése az általános iskolában

A „Hatványfüggvény” téma logikai-matematikai elemzését a Matematika (Algebra és a geometriaelemzés kezdetei) című tankönyv segítségével végzem, szerzője O.Sz. Iszter és O.V. Jerhinoi [12].

A tanulók 7. osztályban kezdik tanulni függvény fogalmát. A tantárgyból a gyerekek elsajátítják a következő fogalmakat: függvény, argumentum, értelmezési tartomány, értékkészlet, függvénymeghatározási módszerek, függvény grafikonja, valamint megtanulják önállóan és alkalmazások segítségével függvény grafikont készíteni. A függvény fejezet megtanulása után a tanulóknak el kell sajátítaniuk a téma alapfogalmait, amelyek lehetővé teszik a további függvények tanulmányozását.

A következő programkövetelményeknek és a tankönyv tartalmának megfelelően az anyag tartalma: függvény; értelmezési tartomány, értékkészlet, függvénymeghatározási módszerek, függvény grafikonja; egyenes és fordított arányosság. Függvénygrafikonja az: $y = kx + b$ függvénynek [6].

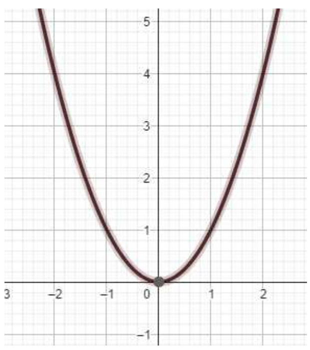
A fogalmat a konkrét-induktív módszer vezeti be, vagyis egy lineáris függvény képletét használva általánosítás és számítás eredményeként egy új függvény képletéhez kell eljutnunk. Például a négyzet területének oldaltól való függése, sebessége az időtől stb.

A függvény tanulása a 8. osztályban a fordított arányosság vizsgálatával kezdődik: $y = \frac{k}{x}$. Hagyományosan ennek a témának a tanulmányozását a természettudományok, például a fizika, a kémia, a földrajz stb. értékei közötti különféle függőségek példái alapján vizsgálják. Ami viszont életpéldákkal és tantárgyközi kapcsolatokkal függ össze [8].

A függvény tanulmányozásának következő szakasza a grafikonjának megalkotása. Az $y = \frac{k}{x}$, $k \neq 0$ függvény grafikonját hiperbolának nevezzük. A hiperbola grafikonja két részből, az úgynevezett hiperbola ágakból áll. Ez a függvény értelmezhető bármely nullával nem egyenlő számra. Figyelembe kell venni a hiperbola ágainak elhelyezkedését is a k értékéhez képest [5].

Ezután az $y = x^2$ másodfokú függvény egy külön ágát tanulmányozzuk. Ennek a függvénynek a tanulmányozását a konkrét-induktív módszerrel, bizonyítás nélkül tantiját a tanulóknak. Ez a függvény az alapja a másodfokú függvény és tulajdonságainak tanulmányozásának, a grafikon további transzformációinak, ezért kell ezt a témát magas szinten elsajátítaniuk a diákoknak. Ezeket a fogalmakat tanulják: a parabola csúcsa, a parabola szárai, a függvény csökkenési és növekedési intervallumai [8].

Ennek a függvénynek a grafikonja egy parabola (1.1. ábra), ezért ehhez a grafikonhoz értéktáblázatot kell készíteni. A jobb értelmezés érdekében érdemes figyelembe venni egy bizonyos intervallumot a [-n; n].



2.1. ábra. Parabola grafikonja

Ebben a fejezetben a tanulók megismerkednek a függvény egy új tulajdonságával - a függvény nullával. Az argumentum azon értékét, amelynél a függvény értéke nulla, a függvény nullának nevezzük.

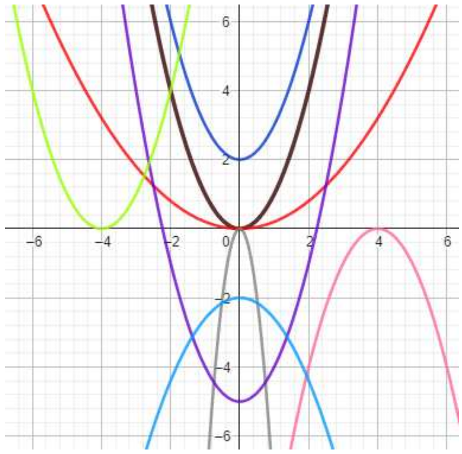
Értelmezési tartomány	R
Értékkészlet	$[0; +\infty]$
Grafikon	Parabola
Null függvény	x=0

2.1. táblázat. Az y=x^2 függvény tulajdonságai

A továbbiakban a tanulók a függvény új tulajdonságait tanulmányozzák: a függvény állandó előjelének intervallumait, a függvény növekedését és csökkenését.

A hatványfüggvény következő típusait tanulják: $y = kf(x)$, y=$f(x$+$a)$, y=ax^2+bx+c, $a \neq 0$ (2. ábra), ez egy másodfokú függvény, aminek a grafikonja egy parabola.

Olyan fogalmakat tanulnak meg, mint a parabola csúcsának abszcisszája és ordinátája, a parabola szárainak iránya, k-szoros nyújtás az y tengely mentén, $\frac{1}{k}$ szoros zsugorítása és a párhuzamos eltolás [7, 8].



2.2. ábra. Másodfokú függvény transzformációi

A másodfokú függvény tulajdonságai:

Értelmezési tartomány	R
Értékkészlet	ha a>0[0; +∞); ha a<0(-∞; 0]
Grafikon	Parabola
Null függvény	x=0
Növekvő	ha a>0[0; +∞); ha a<0(-∞; 0]
Csökkenő	ha a>0(-∞; 0]; ha a<0[0; +∞)
Legnagyobb értéke	ha a>0: $-$; ha a<0: 0
Legkisebb értéke	ha a>0: 0 ; ha a<0: $-$

2.2. táblázat. A másodfokú függvény tulajdonságai

Az általános iskolában y=$f(x)$ függvényre következő tulajdonságokat tanulják: a függvény nullái, a függvény állandóságának intervallumai, a függvény növekedési és csökkenésének intervallumai, monotonitás, a függvény grafikonjának szimmetriája, paritása, páratlansága, a függvény legnagyobb és legkisebb értéke. Valamint a megfelelő jelöléseket is tanulják egyes függvénytulajdonságokra. Ezenkívül a tanulók a függvény megadásának minden módját: grafikus, verbális, táblázatos, képletes tanulják [12].

A konstans függvény fogalmáról is ismeretet szereznek a tanulók. A nulladfokú (konstans) függvény olyan lineáris függvény, ahol az $f(x) = ax + b$, ahol $a, b \in R$ képletben $a = 0$. Így a képlete: $f(x) = b$. A konstans (állandó) függvény az értelmezési tartományának minden eleméhez ugyanazt a számot rendeli. A konstans függvény grafikonja mindig az x tengellyel párhuzamos egyenes. A függvények tulajdonságaiból új fogalom a páros és páratlanság következik.

Egy függvényt akkor nevezünk párosnak, ha az értelmezési tartománya szimmetrikus nullához képest, és minden x-ére az értelmezési tartományból teljesül az egyenlőség: $f(-x)= f(x)$.

Egy függvényt akkor nevezünk páratlannak, ha az értelmezési tartománya szimmetrikus nullához képest, és minden x-ére az értelmezési tartományból teljesül az egyenlőség: $f(-x)= -f(x)$ [7].

A fent bemutatott definíciókból megállapítható, hogy a tanulók megtanulják meghatározni egy függvény páratlanságát és párosságát grafikonon ábrázolva és a függvény képletjelölésének használatával.

Célszerű olyan függvényeket figyelembe venni, amelyek nem párosak és nem páratlanok. A tankönyvekben nincs definíció sem a páros, sem a páratlan függvényre, ezt az ilyen függvények példáján mutatják be. A tankönyvben [4] egy példa közvetlenül a függvények paritása és páratlansága definíciói után található.

A következő paragrafusban a tanulók megismétlik a már ismert anyagot, nevezetesen: a fő függvénytípusok grafikonjait és tulajdonságait; a grafikonok felépítését mértani transzformációk segítségével, és meg tanulják az ismereteket összetettebb típusú függvényekre alkalmazni. Ez a bekezdés elmagyarázza az inverz függvény fogalmát.

A hatványfüggvény fogalma az „n-edik hatvány gyöke. Az n-edik hatvány arifmetikai gyöke" témakörben található .

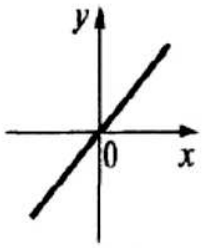
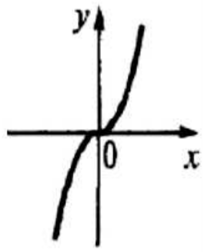
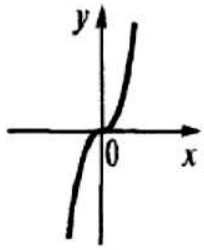
A fent bemutatott fogalmak lehetővé teszik, hogy tovább haladjanak az $y = n\sqrt{x}$ alakú függvények és grafikonjának tanulására.

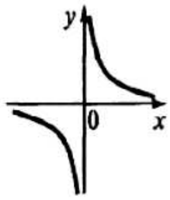
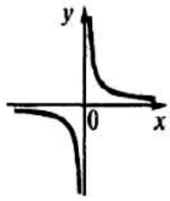
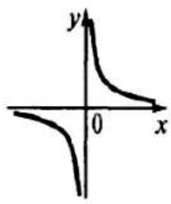
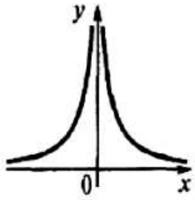
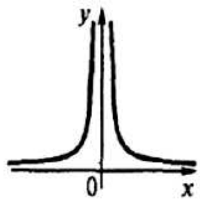
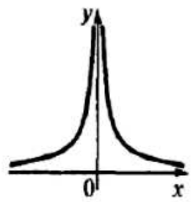
Ezután a tanulók az iskola során áttérnek az általánosított típusú hatványfüggvények tanulmányozására. Előtte azonban általánosítaniuk kell a hatvánnyal kapcsolatos ismereteket, a hatvány fogalmát és tulajdonságait, felidézni az ilyen kifejezésekkel való munka főbb módjait [12].

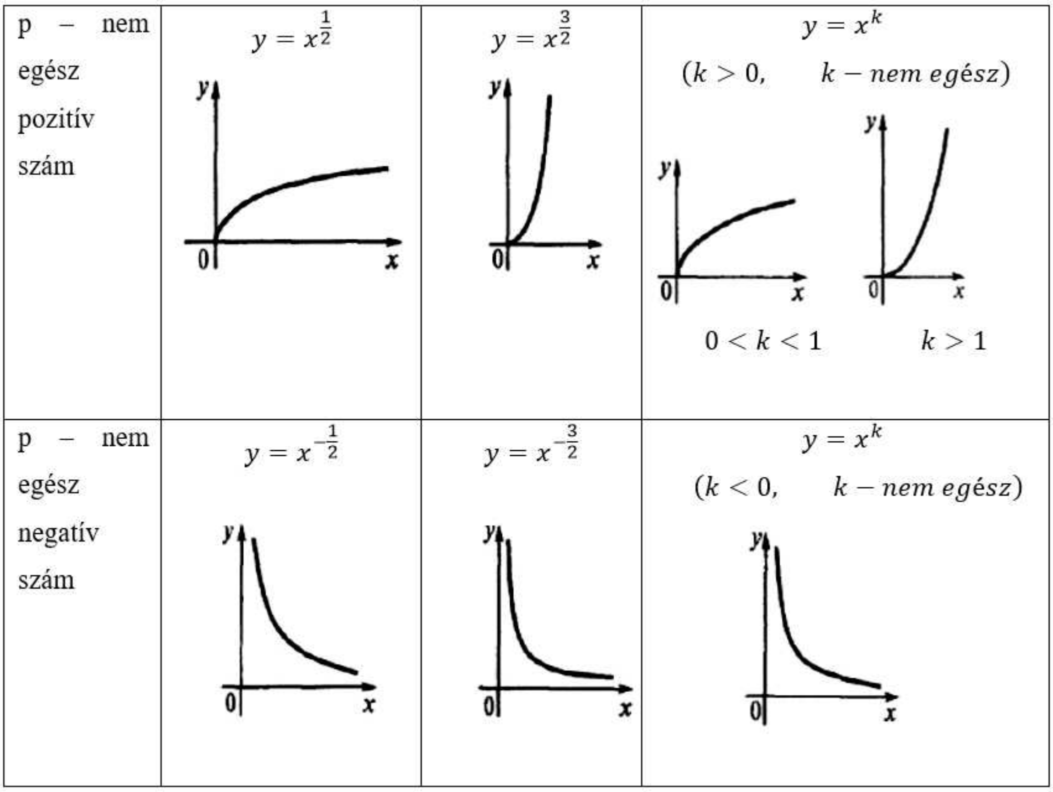
A tankönyvben a hatványfüggvényeket a hatvány kitevőjétől függően veszik figyelembe.

A y=x^p alakú függvényt hatványfüggvénynek nevezzük, ahol a p- természetes szám, x pedig az alap.

Figyeljük meg a függvény grafikonját p tekintetében.

p – páros természetes szám. Ennek a függvénynek a grafikonja egy parabola lesz, a kritériumoktól függően a grafikonja megváltozik.	$y = x^2$ 	$y = x^4$ 	$y = x^{2k}, k \in N$ 
p – páratlan természetes szám. Ha $p = 2k + 1$, ahol $k \in N$, ennek a függvénynek a grafikonja egy köbös parabola lesz.	$y = x^1$ 	$y = x^3$ 	$y = x^{2k+1}, k \in N$ 

p – páratlan negatív szám	$y = x^{-1} = \frac{1}{x}$ 	$y = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$ 	$y = x^{-(2k-1)} =$ $= \frac{1}{x^{2k-1}} \quad , k \in N$ 
p – páros negatív szám	$y = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$ 	$y = x^{-4} = \frac{1}{x^4}$ 	$y = x^{-2k} == \frac{1}{x^{2k}} \quad ,$ $k \in N$ 



2.3. ábra. Hatványfüggvények

2.3. A hatványfüggvény téma céljai, alapkövetelményei a tanulók tudására és készségeire

A függvények tulajdonságait nem csak a függvények tanulmányozására, hanem az egyenletek megoldására is használják. Például az egyenlőtlenségek, egyenletek és rendszereik megoldása azonosítható a függvényértékek tartományával a függvények jobb és bal oldalán. Ennek eredményeként üres halmazt vagy egy közös pontot kaphatunk. A kapott eredményekből következtetést vonunk le az egyenlet vagy egyenlőtlenség megoldására vonatkozóan.

A függvény nemcsak matematikai, hanem kulturális és világnézeti jelentést is értelmez. A környező világ jelenségeinek vizsgálata pedig egy függvényen keresztül valósítható meg.

A „Hatvány függvények” témakör elsajátításának eredményeként a tanulóknak képesnek kell lenniük a matematika leíró, grafikus és szimbolikus nyelveinek használatára. Ezenkívül a függvény kapcsolata más tudományokkal lehetővé teszi a matematika mindennapi életben betöltött fontos szerepének bemutatását [15].

A téma tanulmányozásának fejlesztési céljai szempontjából tehát azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a függvények tanulmányozása hozzájárul a gondolkodáshoz, az absztrakt anyagokkal való munkavégzéshez és az elemző munkához.

Az órára való felkészülés során a tanár meghatározza az óra céljait. A tanulási céloknak egyértelműen tükrözniük kell a követelményeket:

- milyen mennyiségű tudást, készségeket, képességeket kell a tanulónak elsajátítania az óra során;

- az anyag elsajátításának szintje;
- a tanultak alkalmazása [13].

  Tekintsük meg az óravázlat egy töredékét, meghatározott célokkal.

  Téma: Hatványfüggvények és tulajdonságaik

  Az óra típusa: új ismeretek elsajátítása.

Célok:

- megtanulni hatványfüggvény definícióját;
- megismerkedni a hatványfüggvények tulajdonságaival, és megtanulni alkalmazni azokat az egyenletek megoldására;
- a pontos és tiszta grafikonvázlatok készítésének képességének elsajátítása.

A tanulók először 8. osztályban találkoznak hatványfüggvénnyel, az $y = x^2$ forma függvényét tanulmányozva. Ezért célszerű a következő célokat kitűzni a tanulók elé:

- megismételni a fogalmakat: függvény, argumentum; értelmezési tartomány, értékkészlet; null függvény;
- megtanulni az $y = x^2$ függvény grafikonjának ábrázolását; egyenleteket grafikusan megoldani.
- megismételni és általánosítani: a tanulók korábbi ismereteit a függvényről és tulajdonságairól;
- meg tanulni a következő típusú függvény grafikonjának szerkesztését: $y{=}kf(x)$, $y{=}f(x)+b$, $y{=}f(x+a)$;
- elsajátítani a másodfokú függvény tulajdonságainak alkalmazásának képességét [15].

A téma tanulmányozása során a hallgatóknak a következő célokat kell elérniük:

- megtanulni a páros és páratlan függvény fogalmakat, a függvény minimum és maximum érték fogalmát;
- megismerkedni a természetes hatvánnyal rendelkező hatványfüggvény fogalmával és tulajdonságaival;
- megtanulni, hogyan kell ábrázolni a hatványfüggvényeket;
- alkalmazni tudni a hatványfüggvények tulajdonságait;
- az argumentum adott értéke alapján függvényeket keresni és az inverz műveletet végrehajtani;
- elemezni a függvények grafikonjait tulajdonságaik meghatározásához (a függvény definíciós területe és értékei, egy függvény nullája, az előjel állandóságának intervallumai, a monotonitás, a függvény maximuma és minimuma);
- meg határozni a függvény típusát a grafikonja szerint;

- grafikonok és függvényértékek függőségeinek elemzése tárgyi problémákkal kapcsolatban.

Tehát a „Hatványfüggvények” témakör tanulmányozásának végén az iskolai matematika órákon a tanulók a megfelelő szinten [4]:

- tudnak: a függvényfogalomrendszert; függvényfüggőségek elemeit; függvény szimbólumokat;

- képesek: fogalmakat, függvény elnevezéseket alkalmazni; függvény grafikonok készíteni, elemezni, függvénygrafikon alkalmazásával feladatokat megoldani.

A tanulók témával kapcsolatos teljesítményük alapján az alábbi szintekre oszthatók fel [16]: Az első a kezdeti szint. Ezen a szinten a tanulóknak részenként kell reprodukálni a függvénnyel kapcsolatos kezdeti elképzeléseket.

Példa:

- a tanuló meg tud különböztetni egy hatványfüggvényt más kifejezésektől;

- meghatározza a függvény tulajdonságait;

A második szint a középső szint. A tanuló olyan töredékeket reprodukál, amelyek a témával kapcsolatos kezdeti elképzelések. Ez azt jelenti, hogy a tanuló képes reprodukálni a függvény fogalmát és tulajdonságait, meg tudja alkotni a függvény grafikonját és elvégezni a függvény elemzését.

A harmadik szint elégséges szint. A tanuló megkülönbözteti a természetes és egész kitevős függvényeket, megszerkeszti a függvény grafikonját, elemzi, megvizsgálja tulajdonságait, megkeresi azokat a pontokat, amelyeken a függvény grafikonja áthalad, kiszámolja a függvény értékét az argumentum ismert értékével.

A negyedik szint magas. A hallgató szilárd ismeretekkel rendelkezik a hatvány függvények témakörében, és gyakorlati tevékenységében hasznosítja azokat, tudja alkalmazni saját ismereteit nem szabványos helyzetekben, fokozott összetettségű feladatokban, önállóan elemzi és kutatja a témával kapcsolatos információkat.

A tanulók tudásának és készségeinek értékeléséhez a tanárnak bizonyos értékelési formákat kell alkalmaznia: szóbeli vagy írásbeli értékelések. „Az értékelés kis formái”-nak az arckifejezések, gesztusok, a hang intonációjának változásait nevezik.

Osztályzatok, 12 fokú skálán, amellyel a tanár osztályozza a tanulókat. Ez az értékelés a következő munkaformákat tartalmazza: írásbeli ellenőrzés (önálló munka, kártyák kiegészítő feladatokkal, teszt), felmérés (szóbeli vagy írásbeli, személyes vagy egyéni).

A fenti munkaformák mindegyike kombinálható az órákon a tanulók tudásának tesztelésére, kognitív tevékenységük tanulmányozására [13].

3. fejezet

Kognitív érdeklődés fejlesztés a hatványfüggvény tanítása során

3.1. A "Hatványfüggvény" téma tanulmányozásának formái, módszerei és eszközei

Tekintsük meg a munkaformákat és azok alkalmazását a „Hatványfüggvény" témában. Munkaformák:

- tanulói létszám szerint: csoportok, kiscsoportok, kollektív formák, tömeges és egyéni;

- tanulmányi hely szerint: óra, online platformon;

- tanulmányi idő szerint: óra, szabadon választható tárgyak, szakkörök, versenyek, olimpiák;

- cél szerint: előadás, konferencia, szeminárium, konzultáció;

- időtartam szerint: óra. [28]

Az új ismeretek elsajátításának óráját előadó óraként kell előadni. Általában egy vagy két óra kell, hogy a téma összes elméleti anyagát elsajátítsák a tanulók. Az ilyen órákon a szóbeli gyakorlatok, beszélgetések, megbeszélések és próbafeladatok dominálnak, amelyek lehetőséget adnak a tanárnak az anyag elsajátítási szintjének megismerésére.

A kívánt eredmény eléréséhez az előadás végén szükséges a megszerzett ismeretek összegzése, például szóbeli felmérés formájában. Az ilyen típusú órákon a tipikus feladatokat is figyelembe veszik.

Az anyag elsajátítására, könnyebb megjegyzése és az érdeklődés felkeltése, motiváció érdekében célszerű a modern technológiai, különféle didaktikai anyagát használni [13].

Tekintsünk egy részletet egy ilyen órából:

Óra típus: Új anyag átadása.

Tanári tevékenység:

A tanár az előre elkészített terv alapján rendszerezett ismeretet ad a tanulóknak a hatvány függvényről. A jobb tanulás érdekében célszerű didaktikai anyagokat is használ.

1. Kognitív érdeklődés fejlesztése. Kivetít néhány fényképet és elgondolkodnak, hogy mi lehet a közös bennük.

(http://vszeoszvita.com.ua)

3.4. ábra. Hatványfüggvény tanóra motivációja

2. Hatványfüggvény fogalmai.
3. Az $y = x^p$ függvény tulajdonságai és grafikonok megismétlése, ahol p- természetes páros és páratlan szám.

A tanár előadását bemutató anyagok kísérik [23].

Diákok tevékenysége: ák a tanár előadását, beírjak a főbb dolgokat. tanulók készségeinek és képességeinek kialakításáról szóló leckéhez az új ismeretek standard helyzetekben történő önálló alkalmazásának szakaszában, páros vagy csoportos munkát használhat [5].

Tanári tevékenység:

A tanulók párokban vagy kis csoportokba osztódnak, és a következő feladatokat végzik el:

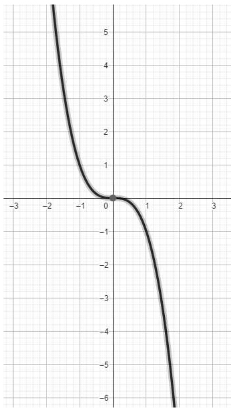
1) Szerkesszétek meg az $y = -x^3$ és $y = x^4$ függvények grafikonját.
2) Hozzon létre egy összehasonlító táblázatot a függvény tulajdonságairól a következő kritériumok szerint:
   - függvény értékkészlete és értelmezési tartománya.
   - nulla függvény
   - a függvények paritása
   - a függvények növekedésének és csökkenésének intervallumai [4].

Diákok tevékenysége:

Az $y = -x^3$ grafikonja.

x	0	1	2	3	-1	-2	-3
y	0	-1	-8	-27	1	8	27

3.3. táblázat. Az $y = -x^3$ függvény táblázata

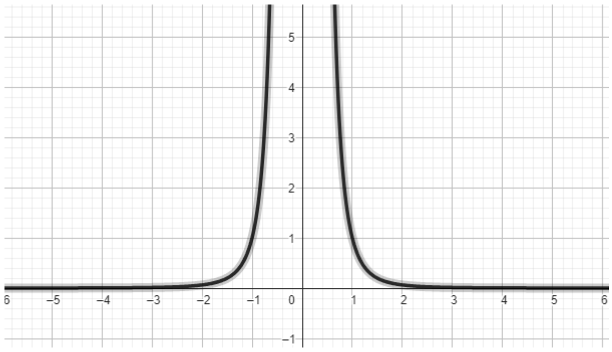


3.5. ábra. Az $y = -x^3$ függvény grafikonja

Az y=x^{-4} grafikonja. Átalakítjuk először $y = \frac{1}{x^4}$ grafikonjára.

x	1	2	3	-1	-2	-3
y	1	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{81}$	1	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{81}$

3.4. táblázat. Az y=x^{-4} függvény táblázata



3.6. ábra. Az y=x^{-4} függvény grafikonja

Függvénygrafikonok összehasonlító táblázata:

	$y = -x^3$	y=x^{-3}
Értelmezési tartomány	R	$(-\infty; +\infty\ )$
Értékkészlet	R	$(0; +\infty\ )$
Null függvény	$x = 0$	$-$
Paritás	nem páros	páros
A függvény növekedési intervallumai	$-$	$(-\infty; 0)$
A függvény csökkenési intervallumai	$(-\infty; +\infty\ )$	$(0; +\infty)$

3.5. táblázat. Függvénygrafikonok összehasonlító táblázata

A gyakorlati órák a fő típusa a tanulók aktív önálló és kutatótevékenységét jelenti. Kezdetben a tanulók az előző órákon megszerzett alapismereteket frissítik, felidézik a főbb megoldási sémákat.

Az ilyen típusú órákon a tanulók megszilárdítják a tipikus problémák különböző szintű megoldásának képességét, a tankönyvből a gyakorlatok rendszerének megoldását. A gyakorlati órák - a tanulók témával kapcsolatos ismereteinek ismétlésére, bővítésére, elmélyítésére, általánosítására szolgálnak [11].

A " Hatványfüggvény " témában gyakorlati órát a következő terv szerint lehet lebonyolítani:

1. Hatványfüggvény alapfogalmai és tulajdonságai.
2. Függvénygrafikonok kutatása, szerkesztése számítógépes technológiák segítségével.
3. Projektek bemutatása.

Egy nem szabványos „Hatványfüggvények” gyakorlati óra részlete (1. melléklet).

I. Aktualizálás:

   1. Fogalmazza meg egy hatványfüggvény definícióját!
   2. Nevezze meg a hatványfüggvény megadásának módszereit!
   3. Melyik függvényt nevezzük növekvőnek/csökkenőnek?
   4. Mit nevezünk függvénygrafikonnak?
   5. Válassza ki, hogy melyik hatványfüggvény. Minden függvénynek van megoldása? Miért?

   1) y=$3x + 2$;
   2) y=-$5x^3$;
   3) y=$\sqrt{1 - 5x}$
   4) y=b^2+$3b$+5;
   5) y=$27x^{-\frac{1}{3}}$
   6) y=$\sqrt{(-2x^2)}$
   7) y=$\sqrt{x}$+$\sqrt{x + 7}$
   8) y=x+7

II. Motiváció:

„Bőrönd” gyakorlat. Bőröndöt csomagolunk egy utazáshoz, ehhez meg kell neveznünk a fogalmat és definíciót kell adnunk: függvény argumentum, értelmezési tartomány, értékkészlet; hatványfüggvények egész kitevővel; nulla függvények; függvénygrafikonok; a függvény növekedésének és csökkenésének intervallumait [22].

III. Fogalmak kialakítása, általánosítása és a megfelelő tudásrendszer elsajátítása.

Navigációs feladat. Helyes grafikon szerkesztésével haladhat az autóval a cél felé.

IV. A főbb elméleti rendelkezések általánosítása, rendszerezése.

Jegyvásárlás feladat. A tanulókat három csoportra osztódnak, megszerkesztik a megfelelő függvény grafikonját, és megvizsgálják bizonyos tulajdonságait.

IV. A lecke összefoglalása - "Smiley" gyakorlat

Válassza ki utazása hangulatát:

1) Jó - minden világos volt számomra;

2) Elmegy - valamit tisztázni kell;

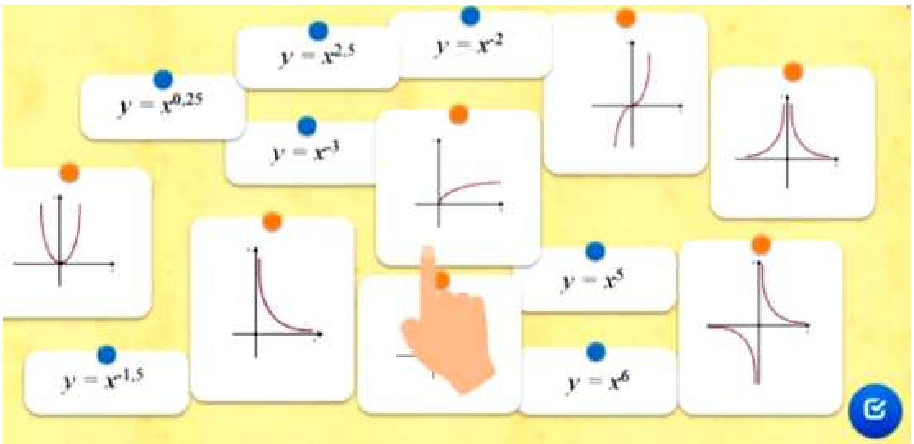
3) Rossz - konzultáció szükséges.

V. Házi feladat

Házi feladat kijelölése.

A téma tanulmányozásának utolsó szakasza egy általánosító óra az ismeretek rendszerezése. Az ilyen típusú órákhoz célszerű online eszközöket használni és összefoglalni a téma tanulmányozásának eredményeit. A munka egyik formája az interaktív a gyakorlatok.

Tekintsünk egy példát az órára, ami egy párosítás feladat.



3.7. ábra. Általánosító óra figyelemfelkeltő feladata

Az órára való felkészülés során a tanár az óra típusától és a kitűzött céloktól függően válasszon munkamódszereket. Az órán sikeresen kiválasztott vagy kidolgozott didaktikai anyagok, formák, módszerek és eszközök hozzájárulnak a tanulók érdeklődésének kibontakozásához a téma tanulmányozása iránt, és motiválják őket a tanulásra. A tanulók érdeklődésének, figyelmének az óra alatti fenntartása érdekében a tevékenységtípusok változtatása szükséges.

A különböző munkamódszerek helyes és megfelelő alkalmazása a tanórán biztosítja a tanulók tudásának magas szintjét, fejleszti a kreativitást és a kognitív érdeklődést [23].

3.2. Kognitív érdeklődés fejlesztő óra a hatványfüggvény tanítása során

Az általános iskolában, matematika órán a függvény az egyik fő fogalmak egyike. A téma tanulmányozása a 7-9. osztályban kezdődik, a tanulók megtanulják a függvények alapfogalmait, típusait és tulajdonságait. Mielőtt tehát rátérnénk a hatványfüggvények középiskolai tanulmányozására, fel kell idéznünk a függvényekkel kapcsolatos alapfogalmakat, és a már ismert függvényeket [4,5,6].

Mivel ez a téma a tanulók számára már ismerős, ezért az órát a tanulók önálló munkája alapján kell felépíteni. Vagyis lehet gyakorlati óra, amelyre a tanulók előre készülnek, vagy ismereteket megszilárdító óra. A fent tárgyalt munkaformák fejlesztik a tanulók önállóságát, kognitív érdeklődését és tanulási motivációját. Tekintsünk meg egy óravázlatot alapvető definíciók és tulajdonságok ismétlésére.

Téma: A függvényre vonatkozó információk ismétlése és általánosítása a középiskolai tanulásra való felkészülésre.

Cél: a függvény téma főbb fogalmainak megismétlése: értelmezési tartomány; értékkészlet; függvény argumentuma; nulla függvények; a függvény növekedése és csökkenése; a függvény grafikus ábrázolása; egy függvény beállításának módjai; a logikus gondolkodás fejlesztése.

Az óra típusa: kombinált.

Az óra menete:

I. Szervezés

1. A tanulók jelenlétének ellenőrzése az osztályban.
2. A tanulók órára való felkészültségének ellenőrzése.
3. Füzetekbe az óra dátuma és a téma beírása.

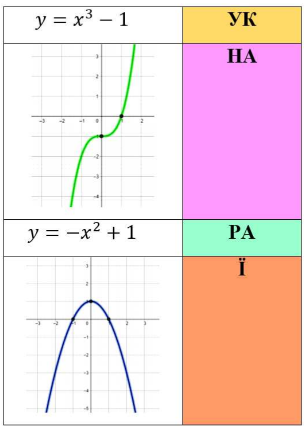
II. Házi feladat ellenőrzése

1) Határozza meg a függvény kifejezést!
2) Mi a függvény értelmezési tartománya?
3) Mit nevezünk a függvény értékkészletének?
4) Mit nevezünk a függvény argumentumának?
5) Mi lesz a függvény egyenes arányosság grafikonja?

III. Motiváció

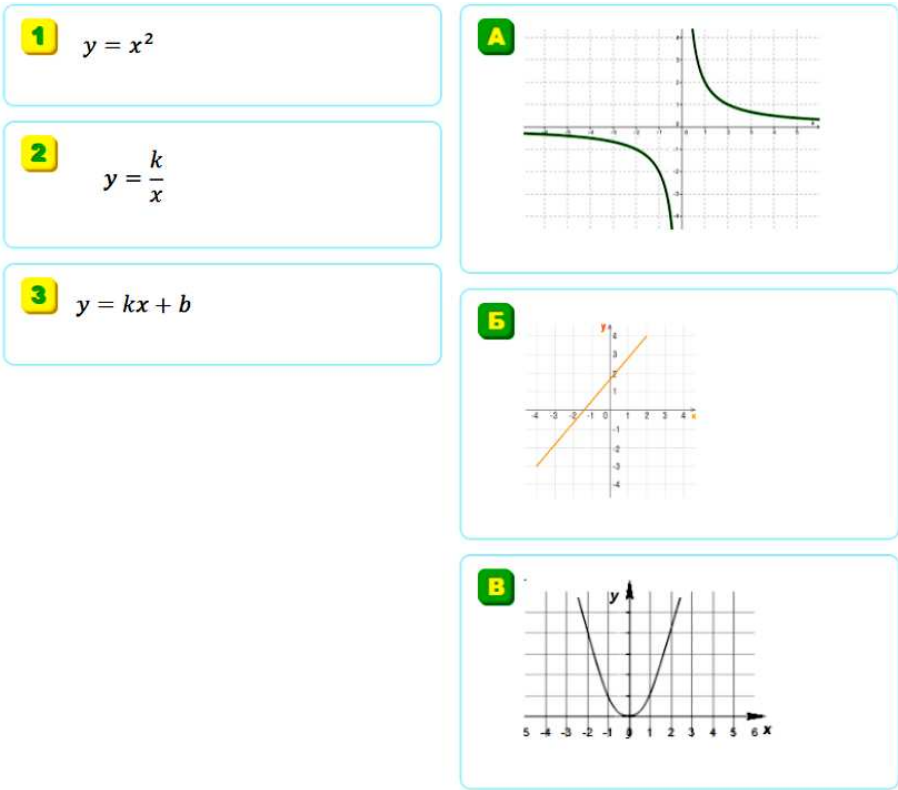
Az óra témája: "Tanultak ismétlése az általános iskolai hatványfüggvényről". Tehát most felidézzük azokat az alapfogalmakat és számítási módszereket, amelyeket a hatványfüggvénnyel való munkához fogunk használni.

Interaktív táblánál egy játékos feladat.



3.8. ábra. Kombinált óra figyelemfelkeltő feladata

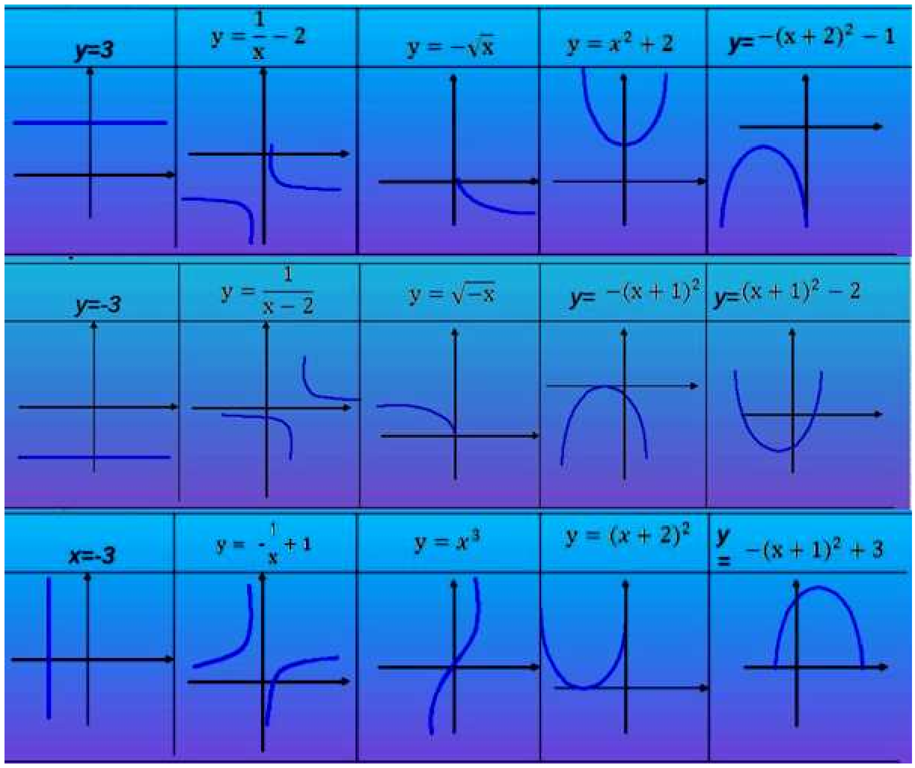
IV. Aktualizáció



3.9. ábra. Kombinált órára való ráhangolódás feladata

V. Gyakorlati alkalmazás

1) a) $y{=}5x+6$;
   b) $y{=}(x+1)^2$;
   c) $y{=}\frac{5}{x}$;
   d) $y{=}(x-1)^2+3$;
   e) $y{=}x^3+4$;
   e) $y{=}-5$.
2) a) $y{=}-x^3$;
   b) $y{=}-(x+2)^3-1$
   c) $y{=}-\mathrm{x}^2-3$
   d) $y{=}-\mathrm{x}^3-1$
3) A következő egyenleteket oldjátok meg grafikusan: $x^2{=}x-1$!
4) Matematikai lottó



3.10. ábra. Játékos feladat

VI. Önálló munkavégzés

1) Bizonyitsd be hogy az $y{=}x^{-3}$ grafikonja átmegy e a pontokat ;
   1. A (0; 2)
   2. B (1; -1)
   3. B (2; $\frac{1}{8}$)
2) Szerkeszd meg az $y{=}2x^3$ függvény grafikonját és határozd meg az értelmezési tartományát, értékkészletét, növekvő és csökkenési intrvallumát!

VII. Összegzés

1. Munka értékelése: aláírt önellenőrző kártyákat adunk át a tanárnak.
2. Reflexió: „Mikrofon” gyakorlat
3. Egy esernyőt ábrázolunk a táblán parabolák és egyenes vonal segítségével.

VIII. Házi feladat [23, 28].

4. fejezet

Kutatás

4.1. Kutatás körülményei. Bemeneti tesztben szereplő feladatok és pontozásuk

Kutatásomat a Beregszászi Bethlen Gábor Magyar Tannyelvű Líceumban végeztem el, amelyben a 9. osztályos tanulók vettek részt. Azzal kezdtem a kutatásomat, hogy megírattam a diákokkal egy bemeneti feladatsort, amelyben 14 feladat található. Ennek a feladatsornak a megírására 25 perc állt rendelkezésükre. A következő feladatokat kapták meg a diákok.

1) A felsoroltak közül a válassza ki a hatványfüggvényt!

   a) $y = 5$;
   b) $y = 10 - x$;
   c) $y = x^2$;
   d) y=$2x$.

2) Hogyan nevezzük az $y = x^2$ függvény grafikonjának görbéjét?

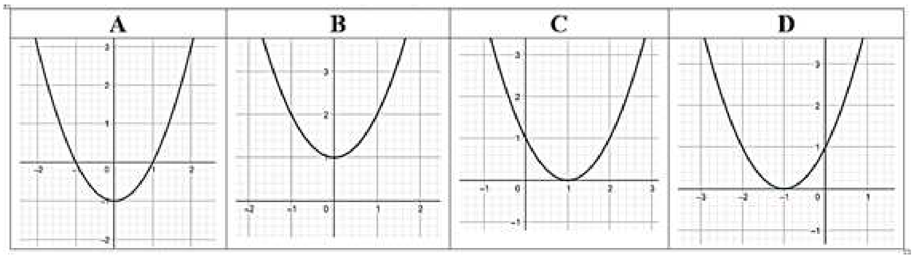
   a) parabola;
   b) hiperbola;
   c) görbe vonal.

3) Az $y = x^2$ függvény páros vagy páratlan?

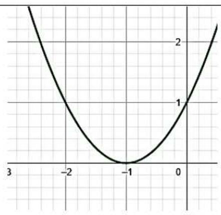
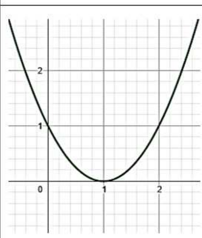
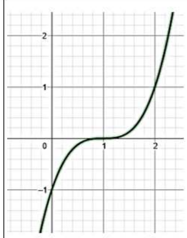
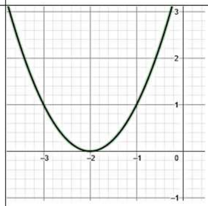
4) Ábrázold az $y = x^2$ függvény grafikonját!

5) Ábrázold az $y = x^3$ függvény grafikonját!

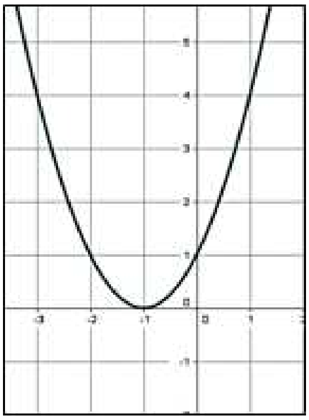
6) Melyik ábrán látható az $y = x^2 - 1$ függvény grafikonja?



7) Melyik ábrán látható az $y = (x-1)^2$ függvény grafikonja?

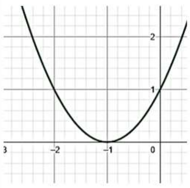
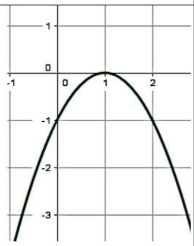
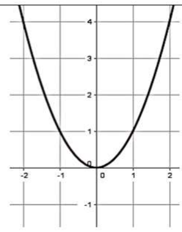
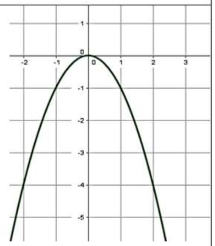
A	B	C	D
			

8) Add meg az ábrán látható függvényt képlettel!

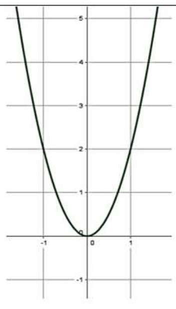
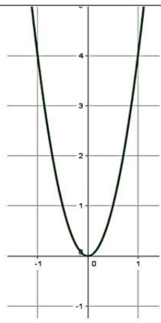
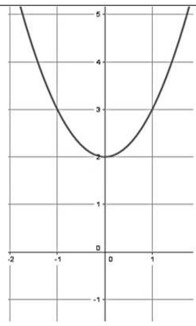
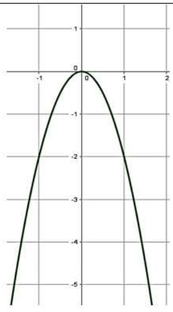


9) Ábrázold az $y = x^2 + 2$ függvény grafikonját!

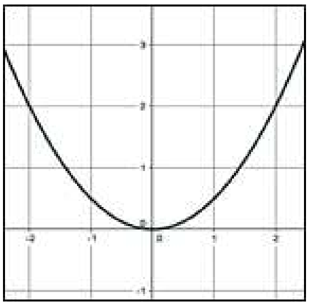
10) Melyik ábrán látható az $y = -x^2$ függvény grafikonja?

A	B	C	D
			

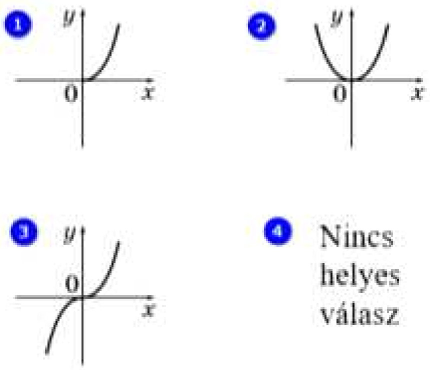
11) Melyik ábrán látható az $y = 2x^2$ függvény grafikonja?

A	B	C	D
			

12) Add meg az ábrán látható függvényt képlettel!



13) Melyik ábrán látható a $y = x^{-2}$ függvény grafikonja?



14) Határozzátok meg az $y = -x^2$ függvény értelmezési tartományát, értékkészletét, zérushelyét! Készíts rajzot!

A feladatsorra összesen 12 pontot kaphattak a diákok. Ezen feladatok pontelosztása a következő:

Az első, második, harmadik és negyedik feladatban 0,5 pontot szerezhettek a diákok. A többi feladat 1-1 pontot ér. Minden feladatban csak helyes megoldás esetén kapható meg az 1 pont, részpontszám nincs. Ezekből a pontokból szerezhették meg összesen a 12 pontot.

Miután megkapták a feladatlapot, kaptak még hozzá egy tiszta A4-es lapot, amelyre felírták a nevüket és hozzákezdhettek az önálló munkához. A vizsgálati szakasz ezen részében, azt néztük meg ki mennyire tudja saját gondolkodása és logikája alapján megoldani a feladatokat. Mennyire emlékeznek és mennyire sajátítottak el az eddig tanultakat ebben a témakörben.

Miután megírták a bemeneti tesztet a diákok, megtartottam neki egy nem hagyományos kognitív érdeklődésfejlesztő 45 perces órát a hatványfüggvényekről. Ezen az órán megismételtük a hatványfüggvénnyel kapcsolatos fogalmakat, grafikonokat szerkesztettünk. Először az elméleti anyagokat néztük át majd a téma gyakorlati feladatokkal zárult. Ehhez az órához tartozó óravázlat és prezentáció megtekinthető a mellékletben. (2.-3.melléklet)

Ezt követően megírattam a diákokkal a záró tesztet is, amely ugyanazon feladatsor volt, mint a bemeneti. A záró feladatsornak a megírása hasonlóan zajlott, mint a bemeneti megírása, azonban itt a diákoknak volt már háttértudásukat, amit alkalmazhattak a feladatok megoldásánál. A záró feladatsor megoldásánál, már az ismételt módszereket alkalmazhatták.

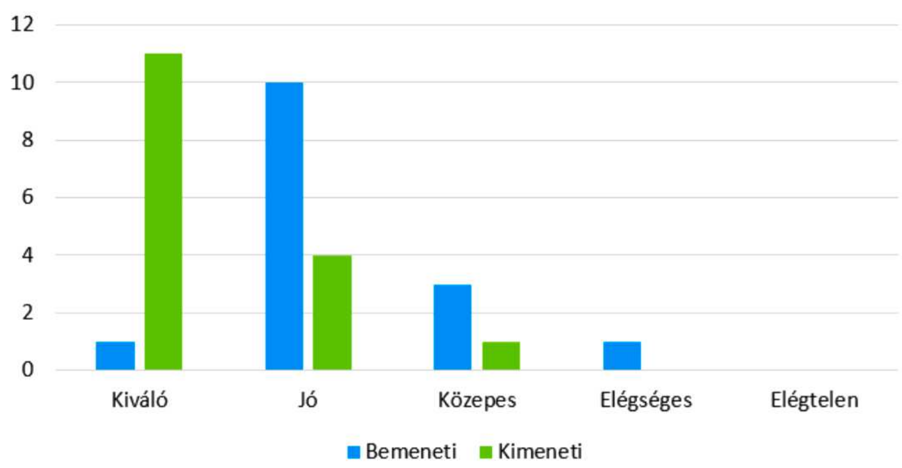
4.2. Kutatási eredmények

A bemeneti feladatsort 15 diák írta meg a Beregszászi Bethlen Gábor Magyar Tannyelvű Líceum 9.osztályából. A szerzett pontok alapján értékelési szinteket hoztam létre, amelyet 5 szintre osztottam a következőképpen:

- Kiváló - 11-12 pont
- Jó - 8-10 pont
- Közepes - 5-7 pont
- Elégséges - 2-4 pont
- Elégtelen - 0-1 pont

Ezeket a szinteket pedig oszlopdiagrammon ábrázoltam. Az ábrán látható diagramm, azt mutatja meg nekünk, hogy a bemeneti és záró feladatsorok alkalmával a diákok, hogyan oszlottak meg. A vízszintes tengely, azt mutatja milyen szinten voltak a diákok az előbb említett felosztás szerint, míg a függőleges tengely a diákok számát mutatja.

A bemeneti feladatsor megírásakor a legjobb eredmény a „Jó” értékelési szintbe esett, a „Kiváló” szintre egy diák írta meg feladatot, hárman pedig közepesre és egy diák pedig elégségesre.

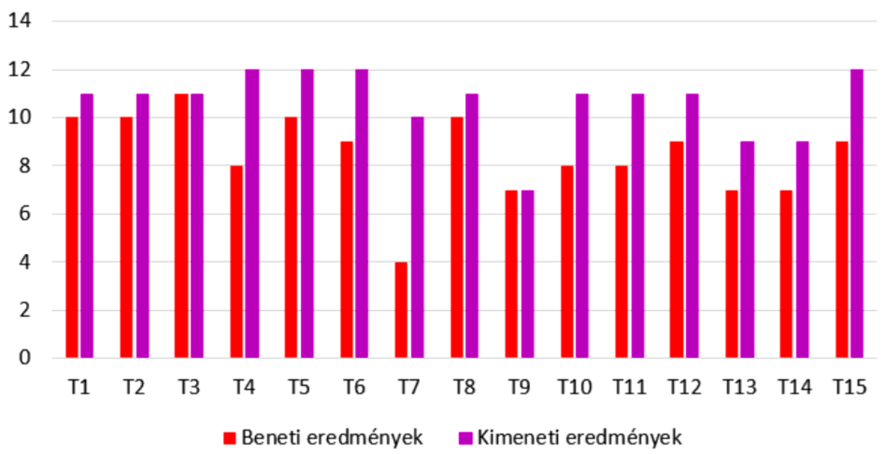


4.11. ábra. A bemeneti és záró feladatsorok eredményei értékelési szintek szerint

A diagramról leolvasható, hogy a kimeneti teszt, sokkal jobban sikerült a diákoknak. Az elégséges szintet elért diák második feladata elérte a jó szint értékelést, három közepes szintet elért diák közül kettő másodszorra feljebb lépett a jó szintre, az egyik maradt. Valamint a jó szintet először 10 diák teljesített, akik a kimeneti tesztet kiváló értékelésre írták meg, igy kiválóan 11-en írták meg a kimeneti feladatukat a 15 diákból. Ami arra a következtetésre vezet, hogy:

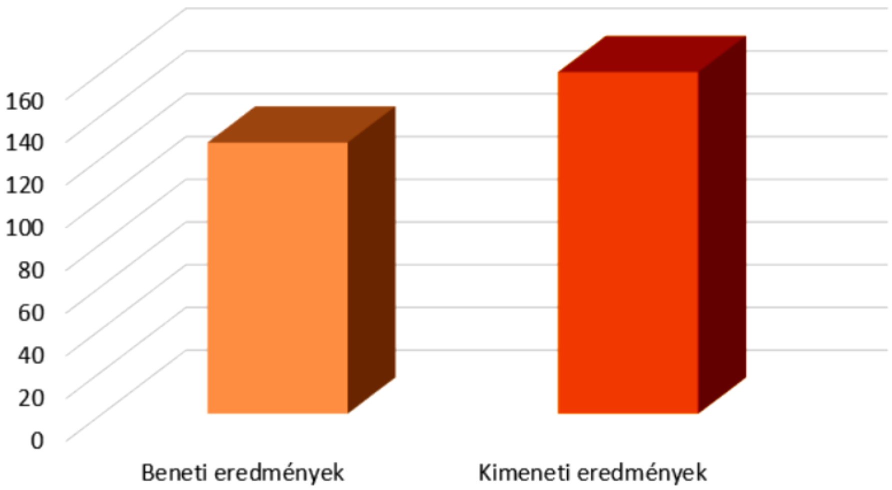
Hipotézis: A kognitív érdeklődésfejlesztő óra után a diákok jobban teljesítenek.

Amit az alábbi diagram is szemléltet.



4.12. ábra. A bemeneti és záró feladatsorok eredményei minden diákra

A diákok pontszámait összevontam a bemeneti feladat eredmények és a kimeneti eredményekből:



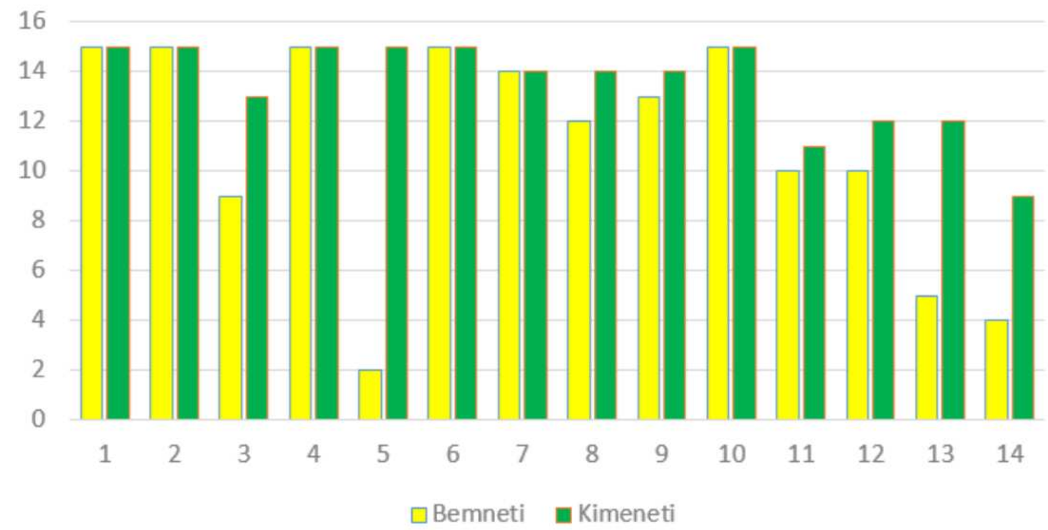
4.13. ábra. A bemeneti és kimeneti feladatok összereménye

Innen az a következtetés vontható le, hogy a megtartott óra elérte a célját és több diák is tudott szintet lépni a bemeneti feladatsorhoz képest a záró feladatsor megírása során.

4.3. Kutatási eredmények elemzése

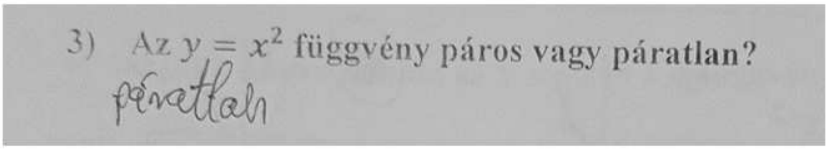
Ez a fejezet néhány tanuló munkájának a bemutatásáról fog szólni. A tanulók megkülönböztetésére T1, T2, ... jeleket fogok használni.

Az alábbi diagramon látható, hogy a feladatokat hányan oldották meg helyesen. A legnehezebbnek a 3., 5., 8., 11., 12.,13., és 14. feladatok voltak, mivel ebben volt a legtöbb hiba.

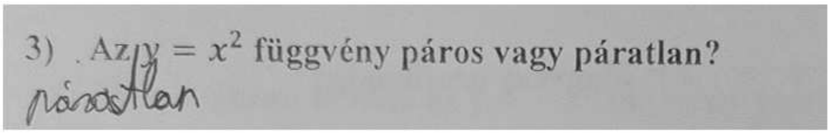


4.14. ábra. Feladatok helyes megoldásának eredményei

A tanulók által kitöltött feladatok alapján felfedeztem, hogy nem tudják a függvény páros vagy páratlanságát vizsgálni, amit az alábbiakban T1 és T2 esetén is észre vehetünk:



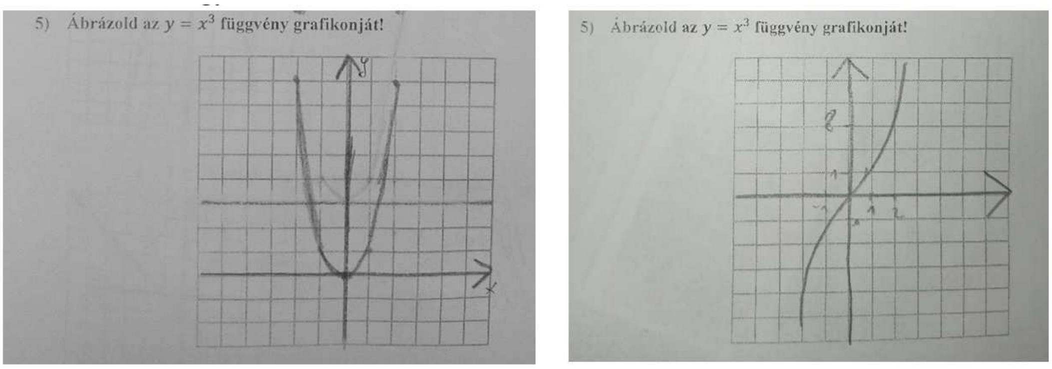
4.15. ábra. T1 tanuló eredménye



4.16. ábra. T2 tanuló eredménye

Megfigyelhető az óra utáni tesztben, hogy megértették és majdnem mindenki helyesen válaszolt erre a kérdésre.

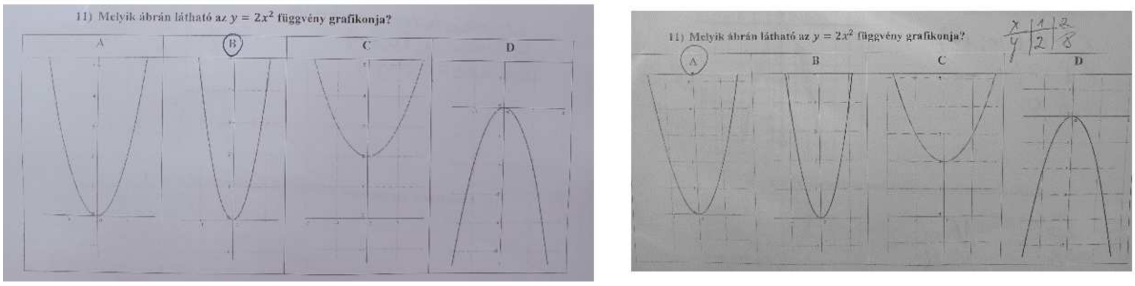
A legtöbb hiba az 5. feladatban volt, a tanulók nem tudták az $y = x^3$ grafikonját. De a megtartott óra végére mindenki megtanulta ennek a függvénynek a grafikonját helyesen megszerkeszteni. Az alábbiakban megtekinthető a T3 tanuló bemeneti és kimeneti feladatára adott válaszai ugyan arra a feladatra:



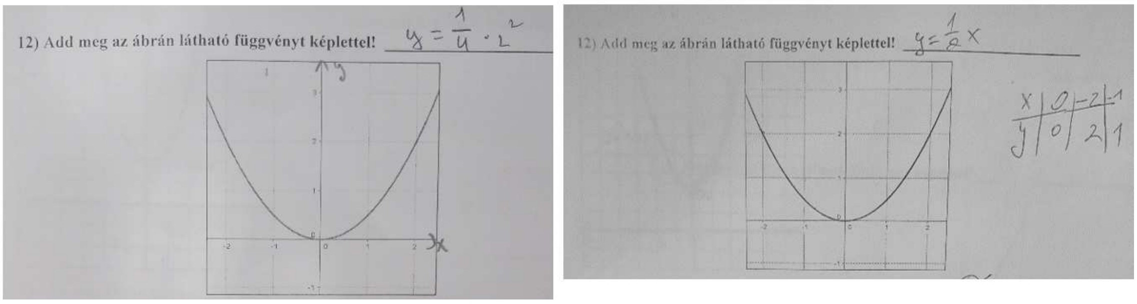
4.17. ábra. T3 tanuló két eredménye egy feladatra

Nehézséget okozott a tanulóknak az $y = (x+1)^2$ függvény grafikonjának felismerése. Az órán gyakorolt feladatok után a függvény párhuzamos eltolása az x tengely mentén fogalmak tisztázása után sikeresen megcsinálták ezt a feladatot is.

A továbbiakban a T4 tanuló feladatát tekinthetjük meg megtartott kognitív érdeklődés fejlesztő óra előtt, észrevehető a függvény nyújtási és össze zsugorítási fogalmait összekeveri, valamint láthatjuk hogy az óra után, felhasználta a tanórán is alkalmazott módszereket, igy hibátlanul végezte el a feladatot.



4.18. ábra. T4 tanuló két eredménye egy feladatra



4.19. ábra. T4 tanuló két eredménye egy feladatra 2

Nagyon sok diák számára nehézség volt az a feladat is ahol a hatványfüggvénynek negatív szám áll a hatványában, valamint az utolsó feladatban szinte mindenki össze keverte a függvény értelmezési tartományát az értékkészletével. Az órai gyakorlás után sikerült tisztázni ezeket a fogalmakat és javítani ezeken a hibákon.

A továbbiakban a T5 tanuló feladatát tekinthetjük meg megtartott kognitív érdeklődés fejlesztő óra után, felfedezhető, hogy teljes mértékben megfelelt a pontozási rendszerem minden követelményének. Valamint a tanuló felhasználta a tanórán is alkalmazott módszereket, igy hibátlanul végezte el a feladatokat. Amely a kutatásom célja is volt, hogy az óra hatására elsajátítsák a szerkesztési feladatok lépéseit, tulajdonságait és a megfelelően használják.

1) A felsoroltak közül a válassza ki a hatványfüggvényt!

a) $y = 5$

b) $y = 10 - x$

c) $y = x^2$

d) $y = 2x$

2) Hogyan nevezzük az $y = x^2$ függvény grafikonjának görbéjét?

a) parabola

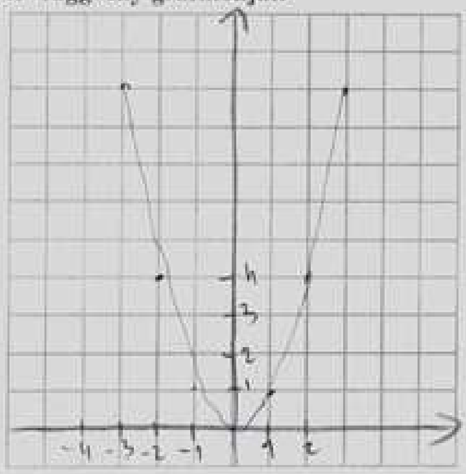
b) hiperbola

c) görbe vonal

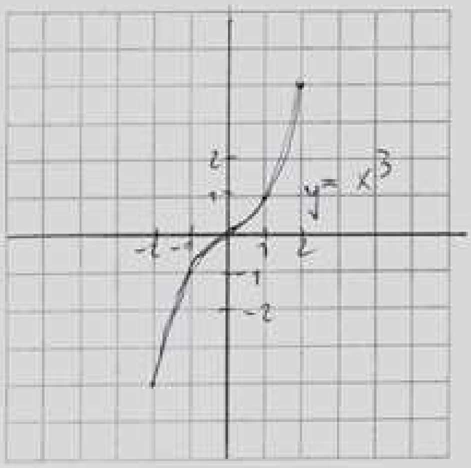
3) Az $y = x^2$ függvény páros vagy páratlan?

páros

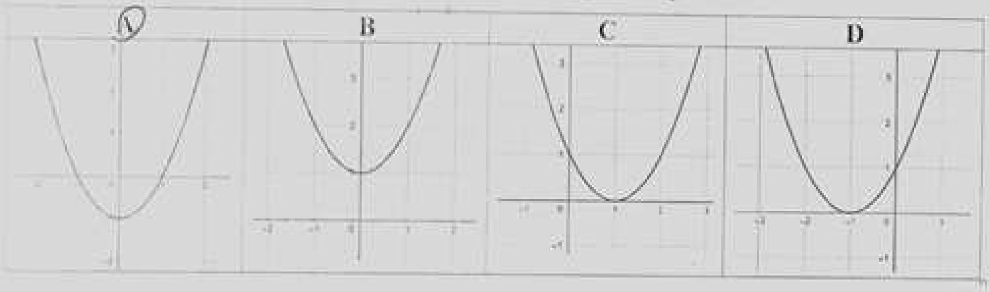
4) Ábrázold az $y = x^2$ függvény grafikonját!



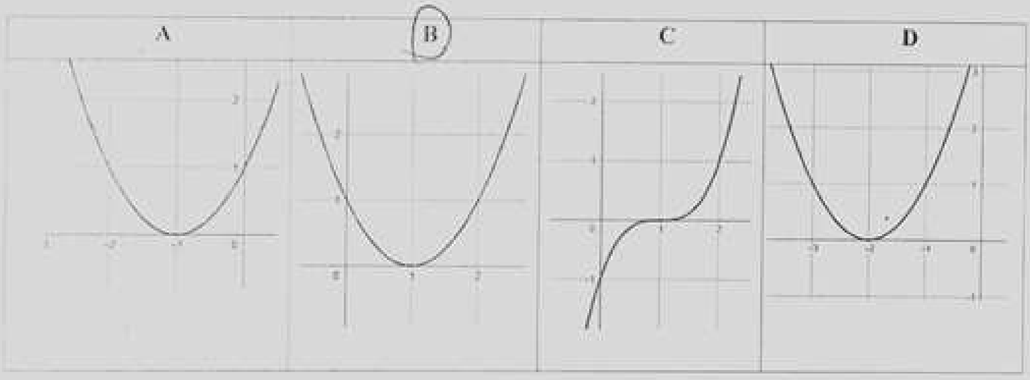
5) Ábrázold az $y = x^3$ függvény grafikonját!



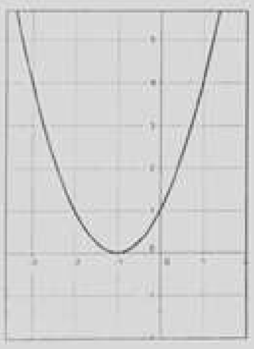
6) Melyik ábrán látható az $y = x^2 - 1$ függvény grafikonja?

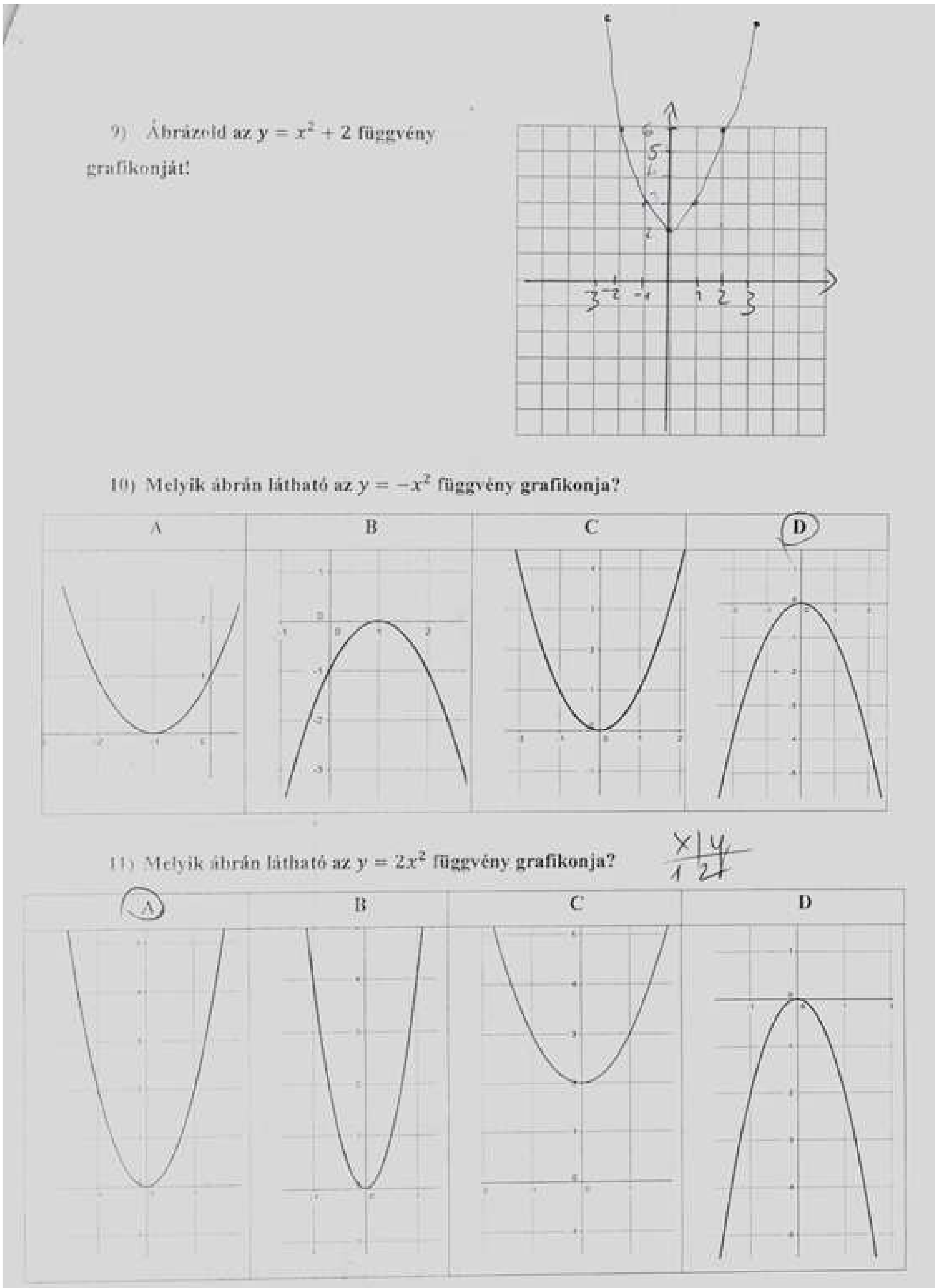


7) Melyik ábrán látható az $y = (x - 1)^2$ függvény grafikonja?



8) Add meg az ábrán látható függvényt képlettel! $y = (x+1)^2$





9) Ábrázold az $y = x^2 + 2$ függvény grafikonját!

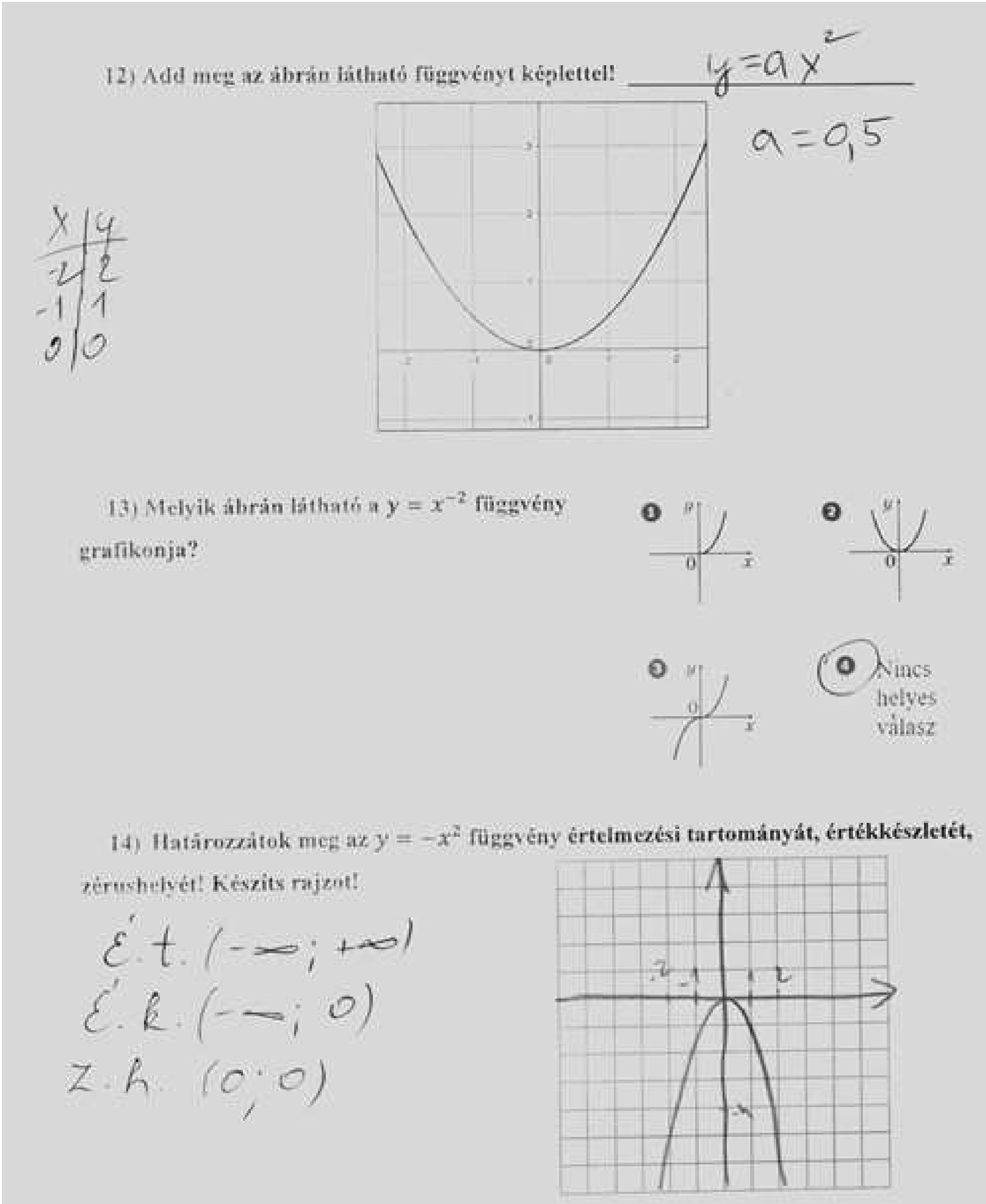
10) Melyik ábrán látható az $y = -x^2$ függvény grafikonja?

A	B	C	D

11) Melyik ábrán látható az $y = 2x^2$ függvény grafikonja?

x	y
1	2

A	B	C	D



12) Add meg az ábrán látható függvényt képlettel! $y = ax^2$

$a = 0{,}5$

x	y
-2	2
-1	1
0	0

13) Melyik ábrán látható a $y = x^{-2}$ függvény grafikonja?

❶ ❷ ❸ ❹ Nincs helyes válasz

14) Határozzátok meg az $y = -x^2$ függvény értelmezési tartományát, értékkészletét, zérushelyét! Készíts rajzot!

É.t. $(-\infty; +\infty)$

É.k. $(-\infty; 0)$

Z.h. $(0; 0)$

4.20. ábra. T5 tanuló eredményei

Az előző fejezetben levontuk azt a következtetést, hogy a megtartott óra után jobban teljesítettek a tanulók.A tanulói munkákon megmutatkozik, hogy milyen nehézségeik is voltak. Tehát kijelenthető hogy a kognitív érdeklődésfejlesztő óra után jobb eredményeket kaptunk és az alkalmazott módszereket a tanulók sikeresen elsajátították.

Összegfoglalás

A kognitív érdeklődés a sikeres tanulás eszköze és a személyiségfejlődés legmagasabb foka a tanulási folyamatban. A híres Konsztantyin Dmitrijevics Ushinsky pedagógus gondolatait használva: *"Fel kell kelteni az emberben az őszinte érdeklődést minden hasznos, magasabb és erkölcsi dolog iránt..."*

A kognitív érdeklődést következetesen figyelembe kell venni és fejleszteni a tanulási folyamatban. Több pedagógus kutatásai alapján a tanároknak, érdekes nem egyhangú órákat kell tartaniuk, hanem a tanítást a gyermekben rejlő érdekekre kell alapozniuk.

Ezért a kognitív érdeklődés fejlesztő óra alkalmazása a hatványfüggvények tanulására segít a diákoknak a figyelmüket a téma lényegére irányitani. Hozzájárul az jobb munkához és eredményhez. Ez a nem hagyományos óra a diákok számára előnyöket kínálhat a matematikai oktatásban. Például segíthet abban, hogy azok a tanulók, akiknek figyelmük és az érdeklődésük nem tudják az adott témára összpontosítani, most könnyebben tudjanak figyelni és motiváltabbak legyenek.

A kutatás során látható a bemeneti és a kimeneti feladatok eredményeiből hogy a kognitív érdeklődésfejlesztő óra által jobban teljesítenek a tanulók. Tehát a hipotézis tejes mértékben helyesnek minősül, vagyis a kognitív érdeklődésfejlesztő óra után a diákok jobban teljesítenek. Az állitás teljesülése többféleképpen is szemléltetve van. Valamint az a következtetés vonható le, hogy az oktatásban a diákok figyelmének elérése nagyon fontos mivel eredményesebb lesz a tanítás. Tehát több ilyen nem hagyományos kognitív érdeklődésfejlesztő órát kellene tartani.

Irodalomjegyzék

[1] *Babanszki J.: Pedagógia. 2. kiadás, 2018.*

[2] *Filep László: A matematika fejlődése II. Bessenyei György Kvk, Nyíregyháza, 1996.*

[3] *H. Merzljak, V. B. Polonszkij, M. Sz. Jakir: Algebra és az analízis elemei 10.osztály, 2010.*

[4] *H. Merzljak, V. B. Polonszkij, M. Sz. Jakir: Algebra z általános oktatási rendszerű tanintézetek 9. osztálya számára. Szvit kiadó, Lemberg, 2017.*

[5] *H. Merzljak, V. B. Polonszkij, M. Sz. Jakir: Algebra z általános oktatási rendszerű tanintézetek 8. osztálya számára. Szvit kiadó, Lemberg, 2016.*

[6] *H. Merzljak, V. B. Polonszkij, M. Sz. Jakir: Algebra z általános oktatási rendszerű tanintézetek 7. osztálya számára. Szvit kiadó, Lemberg, 2008.*

[7] *H. P. Bevz, V. H. Bevz: Algebra tankönyv az általános oktatási rendszerű tanintézetek 9. osztálya számára. Szvit kiadó, Lemberg, 2009.*

[8] *H. P. Bevz, V. H. Bevz: Algebra tankönyv az általános oktatási rendszerű tanintézetek 8. osztálya számára. Szvit kiadó, Lemberg, 2008.*

[9] *H. P. Bevz, V. H. Bevz: Algebra tankönyv az általános oktatási rendszerű tanintézetek 7. osztálya számára. Szvit kiadó, Lemberg, 2007.*

[10] *Keményné Dr. Pálffy Katalin: Alapozó pszichológia. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2006.*

[11] *Meggyesné Hosszu Tímea - Nagyné Hegedűs Anita: Mentor(h)áló 2.0 Program 5.fejezet.*

[12] *O. Sz. Iszter: Algebra tankönyv az általános oktatási rendszerű tanintézetek 8. osztálya számára. Oszvita kiadó, Kijev, 2008.*

[13] *Pelle Béla: Így tanítjuk a matematikát I. kötet. Tankönyvkiadó, Budapest, 1978.*

[14] *Ribnyikov K.A.: A matematika története. Tankönyvkiadó, Budapest, 1968.*

[15] *Richard R. Skemp: A matematikatanulás pszichológiája. Edge 2000 Kiadó, Budapest, 2005.*

[16] *Vargáné dr. Molnár Márta: Kognitív Képességek Fejlesztésének Módszertana. ELTE Bárczi Gusztáv Gyógypedagógiai Kar, 2012.*

[17] *Бевз В. Г.: Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: монографія. Київ : НПУ імені Драгоманова, 2005. 360 с.*

[18] *Гнеденко Б.В.: О развитии мышления и речи на уроках математики, 1996. – №3. – С. 18-21.*

[19] *Груденов Я. И.: Психолого-дидактические основы методики обучения математике, 1987. – 158 с.*

[20] *Демиденко В.К.: Виховання інтересу в учнів до навчання. Знання, 1978. – 183ст.*

[21] *Дмитрук І.В.: Стимулюючі методи розвитку пізнавальної активності і мислення учнів. Педагогічний пошук, 2001. – №4.– С.24-26.*

[22] *Дудач І.: Активізація мислення учнів за допомогою інтерактивних технологій навчання. Математика в школах України, 2007. – № 33.– С. 8–11.*

[23] *Забранська Н.: Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках математики. 2004. – серпень № 31– 32. – С. 13–15.*

[24] *Калашнікова Л.М.: Формування пізнавальної активності учнів у позаурочній роботі. Педагогіка та психологія, 1997. – №4. – С.42-46.*

[25] *Кострова Л.О.: Дитина та її успіх: як допомогти жити з відчуттям успішної людини, 2012. – №3 – С. 22–24.*

[26] *Лозова В. І.: Цілісний підхід до формування пізнавальної активності школярів, 2000.– 164 с.*

[27] *Півошенко В.В.: Історія розвитку поняття «функція»: матеріали всеукраїнська наукова конференція «математика у технічному університеті XXI сторіччя» (м. Вінниця, 15-16 травня, 2017 р.). Вінниця, 2016. С.50-53.*

[28] *Пометун О., Пироженко Л.: Інтерактивні технології навчання: теорія і практика, 2002. – 136.*

[29] *Пометун О., Пироженко Л.: Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: Наук.-метод. посібник. – К.: Вид. А.С.К., 2004. – 192 с.*

Ábrák jegyzéke

Táblázatok jegyzéke

Mellékletek

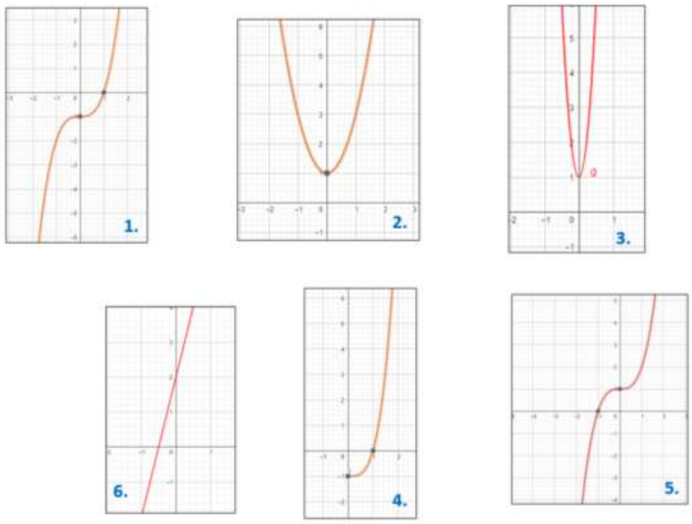
1. melléklet

Hatványfüggvények gyakorlati óra részlete.

Jegyvásárlás

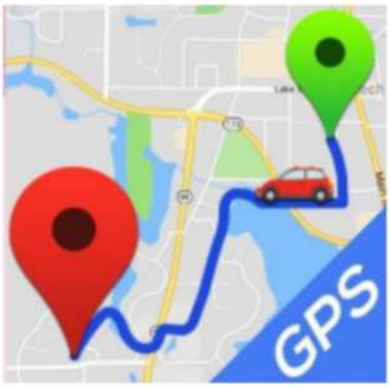
- Megérkeztünk az állomásra, jegyet kell venni. Mindenkinek venni kell egy jegyet, 1 jegy 5 találat!

- 1) $y = 2x^2 + 1$
- 2) $y = x^3 + 1$
- 3) $y = x^3 - 1$
- 4)$y = 20x^2 + 1$
- 5) $y =$ 4x +2
- 6) $y = x^{3.5} - 1$



Navigáció

- 1)$y = x^2 - 1$ – balra fordul.
- 2) $y = x^3 - 1$- jobbra fordul.
- 3) $y = 5x^3$ - balra fordul.
- 4)$y = 0.2x^2 - 1$ -jobbra fordul.
- 5) $y = x^{3.5} + 1$ - balra fordul.



2. melléklet

A kognitív érdeklődés fejlesztő óra a hatványfüggvény tanulmányozása során.

Dátum: 2024.03.05.
Az óra tárgya: Algebra.
Osztály: 9-B.
Téma: Tanultak ismétlése „Hatványfüggvény” témából.
Az óra típusa: Kombinált (ismétlő) óra.
Az óra céljai:

- oktatási: a hatványfüggvények megismétlése, gyakorlása, grafikonok szerkesztése.
- fejlesztési: fejleszteni a tanult szabályok alkalmazásának képességét a függvény grafikon szerkesztés során.
- nevelési: hatékony együttműködésre nevelés.

Eszközök: toll, dolgozatfüzet, kréta, vetítő.

Az óra menete:

I. Osztályszervezés

Szervezés Köszöntés, jelentés, téma megjelölés. Dátum és cím beírása

II. Számonkérés

Házi feladat ellenőrzése, ha volt. Ki mire emlékszik, mit tanultak eddig a hatványfüggvényekből?

III. Motiváció

Felállva elmutogatjuk az alábbi függvények grafikonjainak ábráját.

- Ki tudná megmondani mik ezek?
- Mi az összefüggés a három gyakorlat között?
- Így van ezek függvény grafikonok.
- Képzeljétek el a mai órán megismételjük a hatványfüggvényeket egy nagyon érdekes óránk lesz ma!

IV. Az elméleti ismeretek átadása

Hatványfüggvénynek nevezzük az $y = x^n$ függyvényt, ahol az n- állandó valós szám, x – változó.

Az f függvény grafikonjának azt a mértani alakzatot nevezzük, amely azokból és csakis azokból a pontokból áll, melyek abszcisszája az f függvény argumentumával, ordinátája pedig az f függvény megfelelő értékeivel egyenlő.

A független változót (x) argumentumnak nevezzük.

Az argumentum összes értékeinek halmazát a függvény értelmezési tartományának nevezzük.

A függő változó összes értékének halmaza a függvény értékkészletének nevezzük.

Az $y = x^2$ függvény grafikonját parabolának hívunk.

A (0; 0) koordinátájú pont a grafikont két részre osztja, melyeket a parabola ágainak nevezünk, az origót pedig a parabola csúcsának.

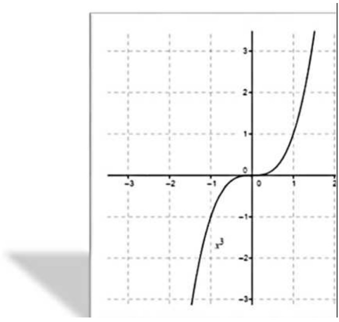
Az $y = x^2$ függvény tulajdonságai:

Értelmezési tartomány	**Bármely szám**
Értékkészlet	**Bármely nemnegatív szám**
A grafikon alakja	**Parabola**
Zérushely (az argumentum azon értéke, melynél a függvényérték nulla)	**$x = 0$**
A grafikon tulajdonsága	**Ha az $A(x_0; y_0)$ pont rajta van a függvény grafikonján, akkor a $B(-x_0; y_0)$ pont is illeszkedik erre a parabolára**

Az $y = x^3$ függvény tulajdonságai:

Az $f(x) = x^3$ függvény jellemzése (vagy $y = x^3$)

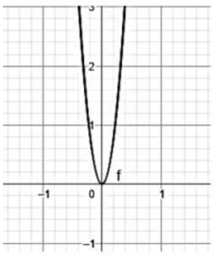
ÉT:	$x \in \mathbb{R}$
ÉK:	$y \in \mathbb{R}$
zh.:	$x = 0$
szélsőérték:	nincsen
monotonitás:	szig. mon. nő
paritás:	nem páros, páratlan
konvexitás:	konkáv a $]-\infty; 0]$ -on konvex a $[0; \infty[$ -on



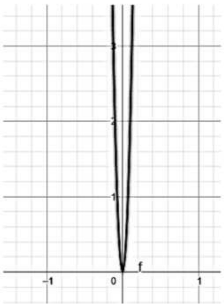
Az $y = kf(x)$ függvény grafikonja, ahol $k > 0$ megkapjuk, ha az $y = f(x)$ függvény minden pontjának az ordinátáját k-szorosára növeljük.

Példa:

$y = 20x^2$



$y = 200x^2$



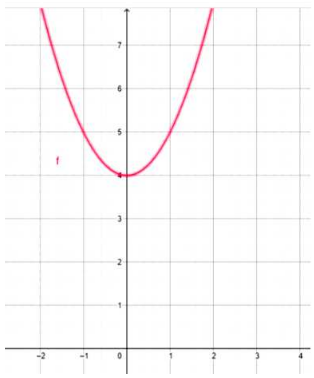
$y = 0,2x^2$

Ugy fogalmazhatunk, hogy az $y = kf(x)$ függvény grafikonját, megkapjuk az $y = f(x)$ függvény grafikonjából k-szoros nyújtással az y tengely mentén (az x tengelytől), ha $k > 1$, és $\frac{1}{k}$-szoros zsugoritással az y tengely mentén (az x tengelyhez), ha $0 < k < 1$.

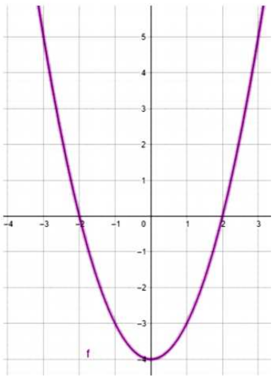
Az $y = ax^2$ függvény esetén ha $a > 0$, akkor a parabola szárai felfelé mutatnak, ha $a < 0$ akkor pedig lefelé. Ha az $y = x^2+b$ megkapható az $y = f(x)$ függvény grafikonjából párhuzamos eltolással az y tengely mentén b egységgel felfelé, ha $b > 0$ és lefelé ha $b < 0$.

Példa:

$y = x^2 + 4$



$y = x^2 - 4$



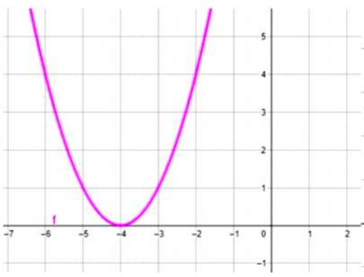
Az $y = x^2 + 2$ függvény grafikonját megkapjuk az $y = x^2$ grafikonjából párhuzamos eltolással az y tengely mentén 2 egységgel felfelé.

Az $y = x^2 - 4$ függvény grafikonját megkapjuk az $y = x^2$ grafikonjából párhuzamos eltolással az y tengely mentén 4 egységgel lefelé.

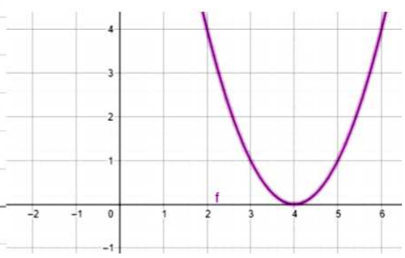
Az $y = (x + a)^2$ megkapható az $y = x^2$ függvény grafikonjából párhuzamos eltolással az x tengely mentén a egységgel balra, ha $a > 0$ és jobbra, ha $a < 0$.

Példa:

$y = (x + 4)^2$



$y = (x - 4)^2$

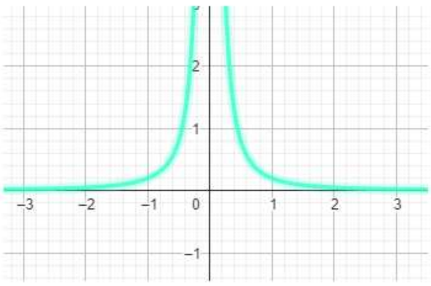


Az $y = (x+2)^2$ függvény grafikonját megkaphatjuk az $y = x^2$ függvény grafikonjából párhuzamos eltolással az x tengely mentén 2 egységgel balra.

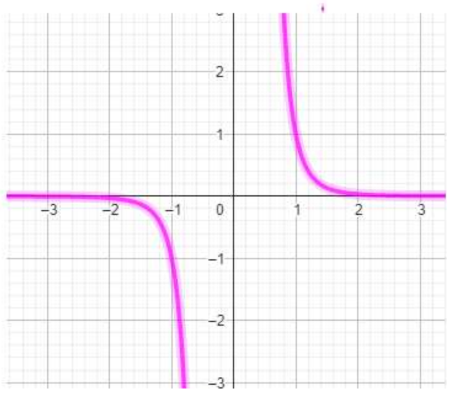
Az $y = (x-2)^2$ függvény grafikonját megkaphatjuk az $y = x^2$ függvény grafikonjából párhuzamos eltolással az x tengely mentén 2 egységgel jobbra.

Negatív hatványkitevőjű hatványfüggvény esetén a grafikonja igy fog kinézni:

Páros hatványkitevő esetén



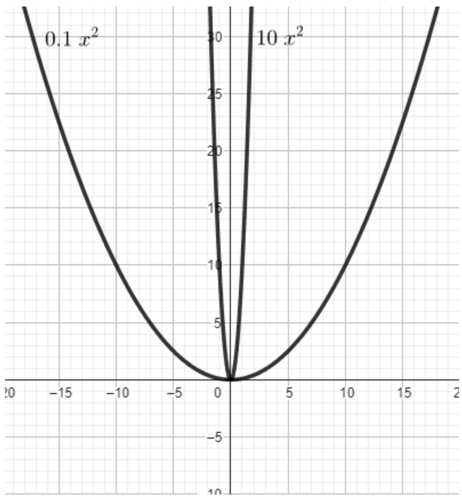
Páratlan hatványkitevő esetén



V. Begyakorlás

1) 1. $y = 10x^2$

2. $y = 0,1x^2$

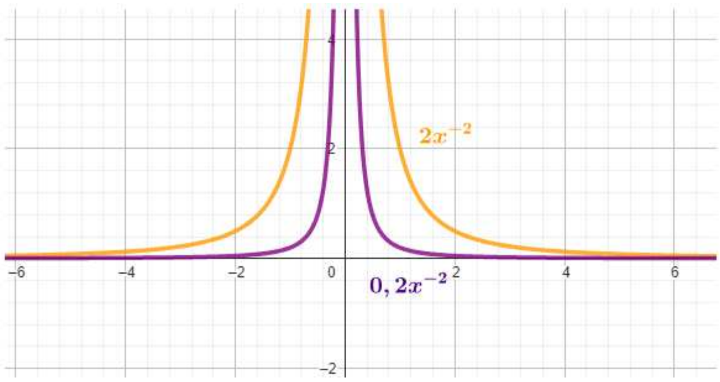


3. $y = 2x^{-2}$

4. $y = 0,2x^{-2}$

x	y
1	2
2	0,5

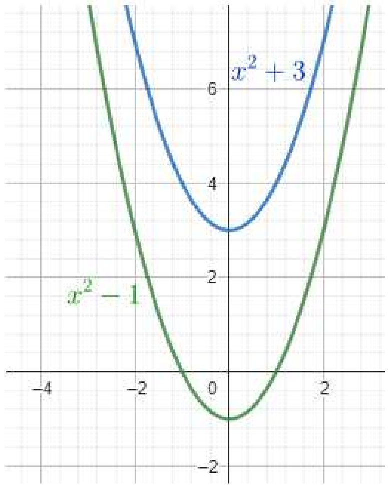
x	y
1	0,2
2	0,05



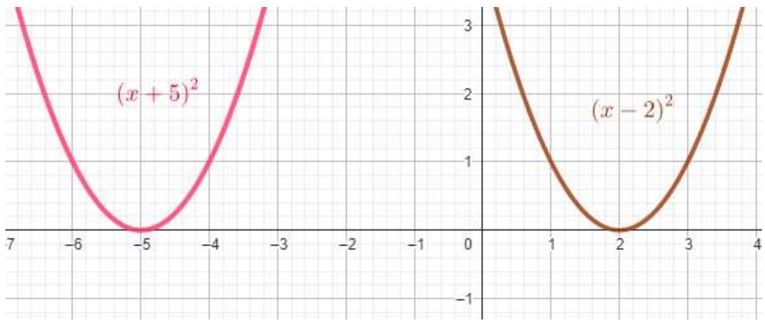
5. $y = x^2 + 3$
6. $y = x^2 - 1$

x	y
1	4
2	7

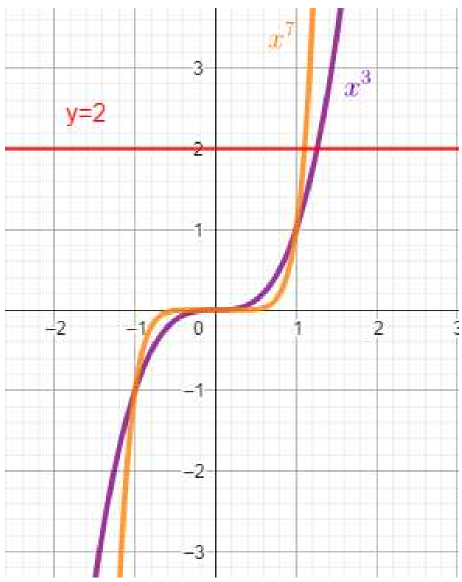
x	y
1	0
2	3



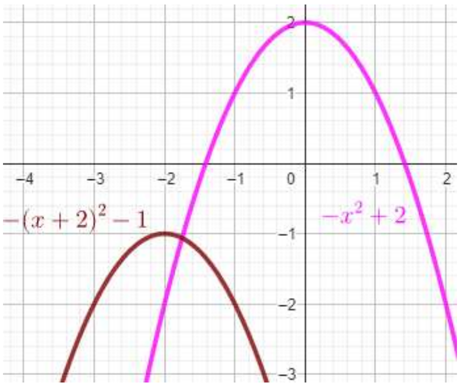
7. $y = (x+5)^2$
8. $y = (x-2)^2$



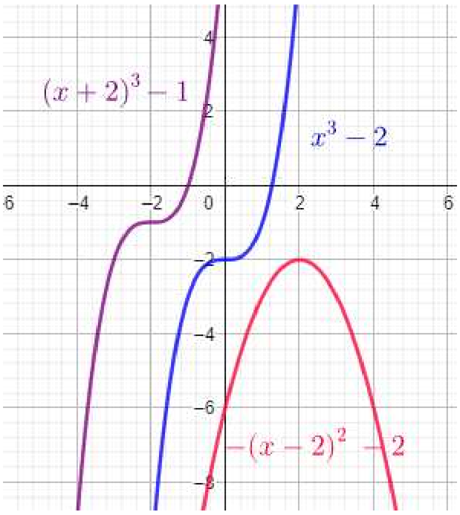
9. $y = x^3$
10. $y = x^7$
11. $y = 2$



12. $y = -x^2 + 2$
13. $y = -(x+2)^2 - 1$

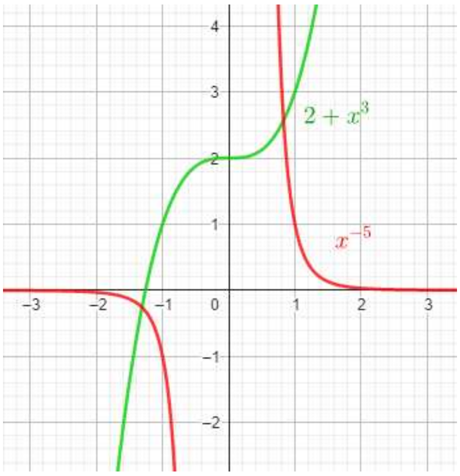


14. $y = x^3 - 2$
15. $y = (x+2)^3 - 1$
16. $y = -(x-2)^2 - 2$

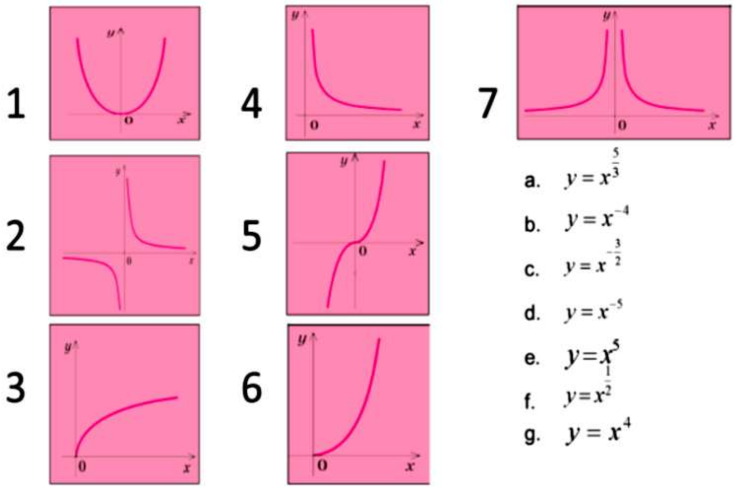


2) Függvény tulajdonságainak meghatározása.

1. $y = x^{-5}$
   Értelmezési tartomány: (-∞;0) $\cup$(0; $+\infty$)
   Értékkészlet: (-∞;0) $\cup$(0; $+\infty$)
   Csökkenő páratlan függvény.
2. $y = 2 + x^3$
   Értelmezési tartomány: (-∞;+∞)
   Értékkészlet: (-∞;+∞)
   Növekvő se nem páros se nem páratlan függvény.



3) Páros játék: Párosítsátok a grafikonokat a függvényekkel! (Az a pár győz, aki leghamarabb helyesen megoldja a feladatokat)



VI. Az óra összefoglalása
Megismételjük az órai anyagot. A leggyakrabban elkövetett hibákra felhívom a figyelmet.

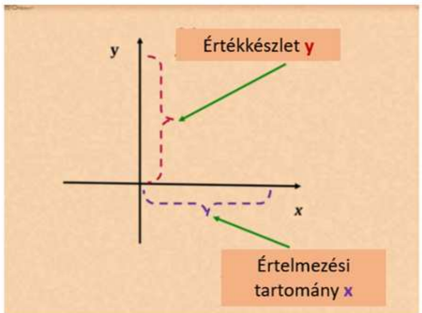
VII. Házi feladat
Házi feladat megbeszélése.

3. melléklet

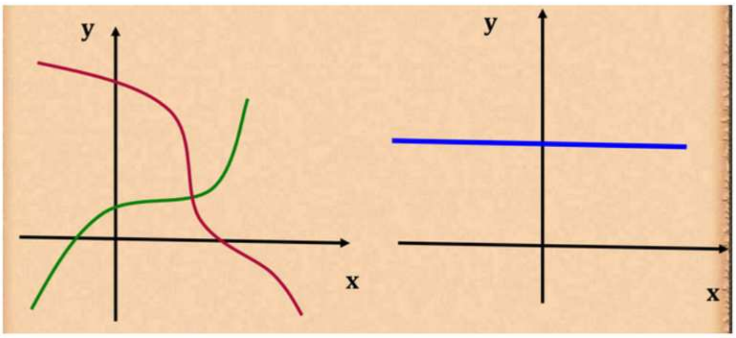
Kognitív érdeklődésfejlesztő óra előadása

A **függvény** függést hozzárendelést jelent az x és az (egyetlen) y között.

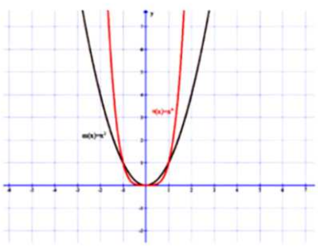
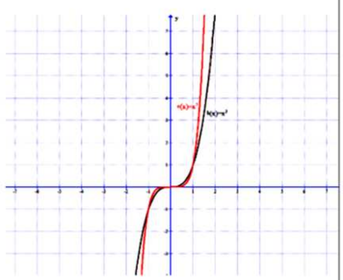
X	Y
független	függő
változó	változó
abszcissza	ordináta
argumentum	függvény



Növekvő, csökkenő, se nem növekvő se nem csökkenő függvények.

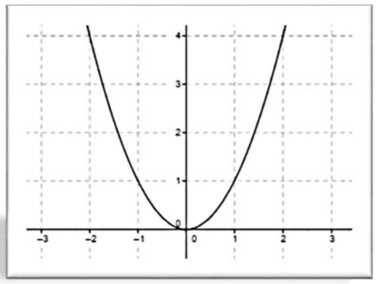


- **Hatványfüggvénynek** nevezzük az $y = x^n$ függvényt, ahol az n- állandó valós szám, x – változó.

Páros kitevő esetén n=2; n=4	Páratlan kitevő esetén n=3; n=5
	

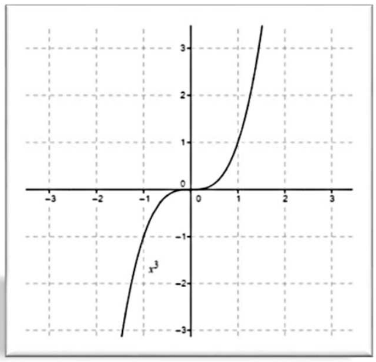
Az $f(x) = x^2$ függvény jellemzése (vagy $y = x^2$)

ÉT:	$x \in \mathbb{R}$
ÉK:	$y \in \mathbb{R}^+$
zh.:	$x = 0$
szélsőérték:	maximuma nincsen
	min hely: $x = 0$
	min érték: $y = 0$
monotonitás:	szig. mon. csökken a $]-\infty; 0]$ -on
	szig. mon. nő a $[0; \infty[$ -on
paritás:	nem páratlan, páros
konvexitás:	konvex



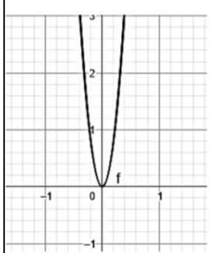
Az $f(x) = x^3$ függvény jellemzése (vagy $y = x^3$)

ÉT:	$x \in \mathbb{R}$
ÉK:	$y \in \mathbb{R}$
zh.:	$x = 0$
szélsőérték:	nincsen
monotonitás:	szig. mon. nő
paritás:	nem páros, páratlan
konvexitás:	konkáv a $]-\infty; 0]$ -on
	konvex a $[0; \infty[$ -on

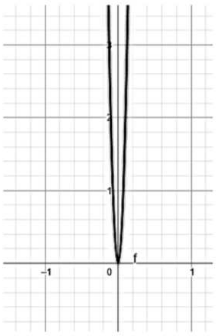


$y = ax^2$ függvény

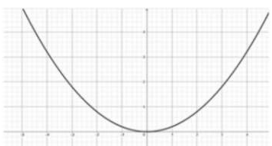
$y = 20x^2$



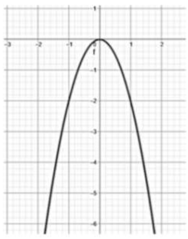
$y = 200x^2$



$y = 0,2x^2$

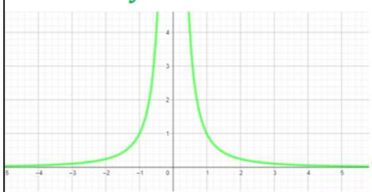


$y = -2x^2$

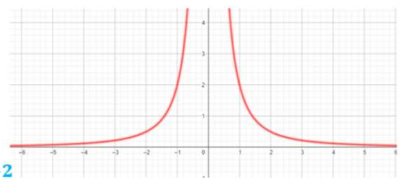


$y = ax^{-2}$ függvény

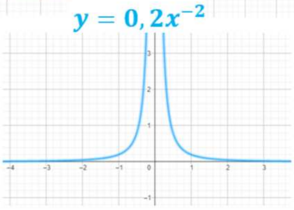
$y = x^{-2}$



$y = 2x^{-2}$



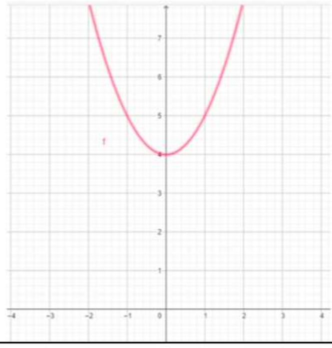
$y = 0,2x^{-2}$



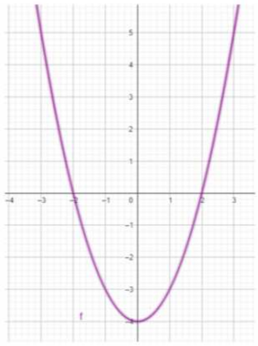
$y = x^2 + b$ függvény

Ha az $y = x^2 + b$ megkapható az $y = f(x)$ függvény grafikonjából párhuzamos eltolással az y tengely mentén b egységgel felfelé, ha $b > 0$ és lefelé ha $b < 0$.

$y = x^2 + 4$



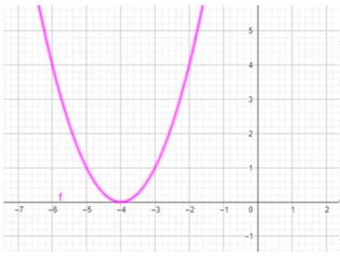
$y = x^2 - 4$

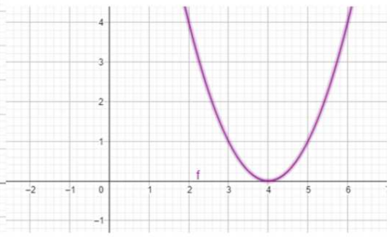


$y = (x + a)^2$ függvény

Az $y = (x + a)^2$ megkapható az $y = x^2$ függvény grafikonjából párhuzamos eltolással az x tengely mentén *a* egységgel balra, ha $a > 0$ és jobbra, ha $a < 0$.

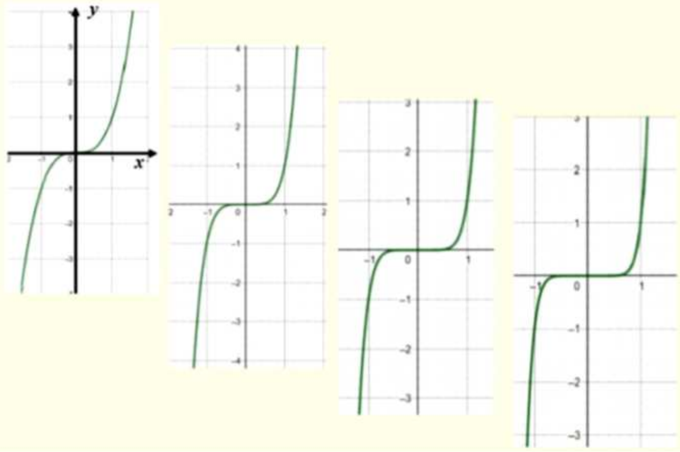
$y = (x + 4)^2$ $\qquad$ $y = (x - 4)^2$



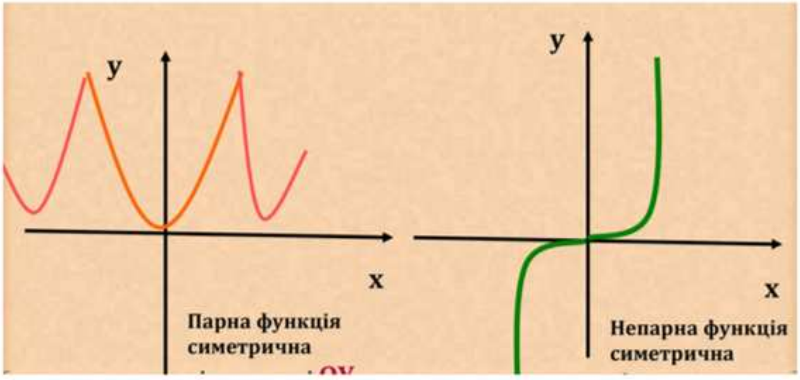


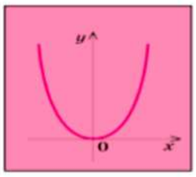
$y = x^3$ függvény

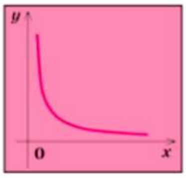
$y = x^3$, $y = x^5$, $y = x^7$, $y = x^9$, ...

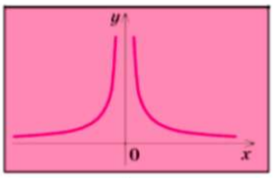


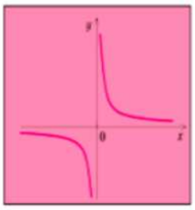
Páros függvény **Páratlan függvény**

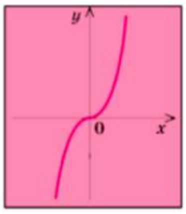


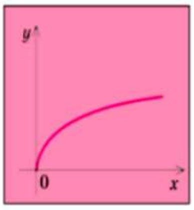
1 

4 

7 

2 

5 

3 

6 

a. $y = x^{\frac{5}{3}}$

b. $y = x^{-4}$

c. $y = x^{-\frac{3}{2}}$

d. $y = x^{-5}$

e. $y = x^{5}$

f. $y = x^{\frac{1}{2}}$

g. $y = x^{4}$

1	2	3	4	5	6	7
g	d	f	c	e	a	b

Резюме

Пізнавальний інтерес є засобом успішного навчання і найвищого ступеня розвитку особистості в процесі навчання. Користуючись думками видатного педагога Костянтина Дмитровича Ушинського: *«Треба викликати в людині щирий інтерес до всього корисного, вищого і морального...»*

У процесі навчання необхідно послідовно враховувати і розвивати пізнавальний інтерес. Виходячи з досліджень багатьох вчених, вчителям треба проводити цікаві не нудні заняття,і повинні базувати навчання на властивих дитині інтересах.

Тому використання уроку, що розвиває пізнавальний інтерес до вивчення степеневих функцій, допомагає спрямувати увагу учнів на суть теми. Це сприяє кращій роботі та результатам. Цей нетрадиційний урок може запропонувати учням переваги в математичній освіті. Наприклад, це може допомогти учням, в яких увага та інтерес не зосередитися на даній темі, легше звернути увагу та бути більш мотивованими.

Під час мого дослідження за результатами виконання вхідних і вихідних завдань видно, що учні краще виконують завдання розвитку пізнавальних інтересів. Отже, моя гіпотеза значною мірою вважається правильною, тобто після заняття з розвитку пізнавальних інтересів учні впораються краще. Виконання свого твердження я проілюструвала кількома способами. Крім того, можна зробити висновок, що в навчанні дуже важливо привернути увагу учнів, тому що навчання буде ефективнішим. Тому таких нетрадиційних занять з розвитку пізнавальних інтересів слід проводити більше.

Nyilatkozat

Alulírott, Balla Bianka, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) képzési program hallgatója, kijelentem, hogy a dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskolán, a Matematika és Informatika Tanszéken készítettem, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) BSc diploma megszerzése végett.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola könyvtárában a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

Звіт про перевірку схожості тексту Oxsico

Назва документа:

Szakdolgozat_Balla_Bianka.pdf

Ким подано:	Дата перевірки:	Дата звіту:
Пап Габріелла	**2024-05-27 10:14:52**	**2024-05-27 11:37:44**
Ким перевірено:	Кількість сторінок:	Кількість слів:
I + U + DB + P + DOI	**42**	**9128**

Схожість 2%	Збіг: **8 джерела**	Вилучено: **0 джерела**
Інтернет: **8 джерела**	DOI: **0 джерела**	База даних: **0 джерела**
Перефразовування 0%	Кількість: **4 джерела**	Перефразовано: **34 слова**
Цитування 7%	Цитування: **16**	Всього використано слів: **1162**
Включення 0%	Кількість: **0 включення**	Всього використано слів: **0**
Питання 1%	Замінені символи: **0**	Інший сценарій: **58 слова**