ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол №2 від „28”лютого 2024 р.
Ф-КДМ-3

Міністерство освіти і науки України

Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ

Кафедра математики та інформатики

Реєстраційний №___________

Кваліфікаційна робота

_Динаміка використання елементів історії математики у навчальному процесі_____

___________Янкі Клаудія Федорівна ___________

Студентка IV-го курсу

Освітня програма «Середня освіта (Математика)»

Спеціальність 014 «Середня освіта (Математика)»

Рівень вищої освіти: бакалавр

Тема затверджена на засіданні кафедри

Протокол № 3 / 2023

Науковий керівник: Месарош Лівіа Василівна

(кандидат фізико-математичних наук, доцент)

Завідувач кафедрою математики та інформатики: **Кучінка Каталін Йожефівна**

(к. ф.-м. н доцент)

Робота захищена на оцінку _________, «___» ____________ 202_ року

Протокол № ______ / 202_

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол №2 від „28”лютого 2024 р.
Ф-КДМ-3

Міністерство освіти і науки України
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ

Кафедра математики та інформатики

Кваліфікаційна робота

Динаміка використання елементів історії математики у навчальному процесі_____

Рівень вищої освіти: бакалавр

Виконавець: студентка IV-го курсу

____________ Янкі Клаудія Федорівна

освітня програма «Середня освіта (Математика)»

спеціальність 014 «Середня освіта (Математика)»

Науковий керівник: Месарош Лівіа Василівна
*(*кандидат фізико-математичних наук, доцент*)*

Рецензент: Поллої Дезидер Федорович
(*старший викладач*)

Берегове
2024

Зміст

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол №2 від „28”лютого 2024 р.
Ф-КДМ-3

Ukrajna Oktatási és Tudományügyi Minisztériuma
II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola

Matematika és Informatika Tanszék

A MATEMATIKATÖRTÉNET ELEMEI FELHASZNÁLÁSÁNAK DINAMIKÁJA AZ OKTATÁSBAN

Szakdolgozat

Készítette: __**Jánki Klaudia**_____

IV. évfolyamos matematika

szakos hallgató

Témavezető: dr. Mészáros Lívia

(docens, fizika és matematika tudományok kandidátusa)

Recenzens: ____Pallay Dezső_

(adjunktus)

Beregszász – 2024

Tartalomjegyzék

Bevezetés

A matematika az emberiség egyik legősibb és legjelentősebb tudománya, melynek fejlődése és alkalmazása szorosan összekapcsolódik az emberi kultúra és civilizáció történetével. A matematikatörténet elemzése és tanulmányozása nem csupán a matematikai elméletek és módszerek fejlődését tárgyalja, hanem betekintést nyújt a társadalmi, kulturális és tudományos kontextusokba, amelyekben ezek a fejlemények zajlottak.

A téma aktualitását a matematika tanítás és tanulás folyamatainak jobb megértésének szükségessége indokolja, különös figyelmet fordítva a történelmi elemek felhasználására a matematika órákon, mivel ez hatékony eszköz lehet a diákok motiválásában.

A kutatásom célja a matematika történeti elemek használatának dinamikájának vizsgálata a tanulási folyamatban.

A cél elérése érdekében a következő kutatási módszereket alkalmazták: rendszerezés, összehasonlítás, általánosítás, összekapcsolás; a matematika történeti dinamikájának elemzése a tanulási folyamatban, annak jelentősége a diákok matematikai ismereteinek kialakításában; pedagógiai tapasztalat.

Az oktatási gyakorlatokban a matematikatörténet elemeinek felhasználása egyre inkább hangsúlyossá válik, mivel sok pedagógus és oktatási szakember felismeri annak potenciálját a tanulás folyamatának gazdagításában és elmélyítésében. Ez a megközelítés lehetővé teszi a diákok számára, hogy ne csupán a matematikai tételeket és formulákat tanulják meg, hanem azok történeti hátterét és jelentőségét is megértsék.

A matematikatörténet elemek integrálása az oktatásba számos előnnyel járhat. Ezáltal a diákok szélesebb perspektívából láthatják a matematika jelentőségét és alkalmazásait, motiváltabbá válhatnak a tanulásban, és jobban megérthetik a matematika általánosabb szerepét a társadalomban és a tudományban. Emellett segíthet a kritikus gondolkodás és a problémamegoldó készségek fejlesztésében is, miközben összekapcsolja a matematikai tanulást más tudományos és kulturális területekkel.

A munkám során megpróbálok átfogó képet nyújtani arról, hogy hogyan alakult és alakul tovább a matematikatörténet felhasználása az oktatásban, és milyen hatással van ez a tanulók és oktatók számára egyarán.

1. Tudománytörténet. Matematika története

A tudomány – a természet, a társadalom és a gondolkodás objektív összefüggéseiről szerzett, igazolható ismeretek rendszere. Ez a rendszer ősidők óta fejlődik és természetesen hatással van a társadalom gazdasági és politikai fejlődésére. Ugyanakkor a történelem fonala, a társadalmi viszonyok, természetesen, szintén nagyban befolyásolták a tudomány fejlődését [1].

A tudomány a természet, a társadalom és a gondolkodás összefüggéseiről szerzett, igazolható ismeretek rendszere." (Larousse Enciklopédia) [2].

„A tudomány a kutatás, az elméleti gondolkodás és érvek logikai elemzése során használt módszerek szisztematikus alkalmazása abból a célból, hogy ismereteket szerezzünk a vizsgálat tárgyáról. A tudományos munka során egyrészt merészen új gondolatokra, másrészt pedig az adatok gondos mérlegelésére támaszkodunk, hogy ez alapján igazoljunk vagy vessünk el hipotéziseket, illetve elméleteket. Azok az információk és felismerések, amelyek tudományos vizsgálatok vagy viták során halmozódnak fel, bizonyos mértékig mindig kísérleti jellegűek, azaz mód van felülvizsgálatukra vagy akár arra is, hogy teljes egészében elvessük azokat az új adatok vagy érvek fényében." (Anthony Giddens: Szociológia)

A fenti tudomány meghatározásokból is egyértelműen kiderül, hogy a tudományt olyan tevékenységnek fogják fel, amelynek során objektív törvényszerűségek birtokába jutunk. Lényegi eleme a tudománynak, hogy eredményeit a gyakorlatban is hasznosítani lehessen. A tudomány a mindennapi gyakorlatból, a józanészre alapozott megismerésből alakult ki. Ugyanakkor létezett a tudomány előtti magyarázatnak olyan fajtája, mint például a mítosz, bizonyos szabályok, technikai eljárások, amelyek szintén előfeltételei voltak a tudomány létrejöttének [2].

Susan Barker irónő szerint a „A tudománytörténet a képzeletünket túlhaladó fogalmak elfogadásáról szól." [3].

George Sarton, a tudománytörténész, meggyőződése szerint a tudománytörténet kulcsfontosságú szerepet játszik az evolúció és az emberi gondolkodás állandó változásainak megértésében, melyet a következő képen fogalmazott meg [4]. "A tudománytörténet … megismertet bennünket az evolúció és az emberi dolgok folyamatos átalakulásának eszméivel; … megmutatja nekünk, hogy ha az emberiség egészének eredményei nagyok, akkor mindegyik hozzájárulása kicsi." [4]. „A tudománytörténet a tudomány fejlődésének tanulmányozása – akárcsak egy növény vagy állat fejlődését -születésétől fogva." Véleménye szerint A tudománytörténet a tudományos tények és gondolatok végtelen tisztítását végzi [4].

A tudománytörténész megfogalmazása szerint: „ A tudománytörténet célja a tudományos tények és eszmék keletkezésének és fejlődésének megállapítása, figyelembe véve minden intellektuális cserét és minden olyan hatást, amelyet a civilizáció fejlődése hozott játékba. Ez valóban egy civilizációtörténet, amelyet a legmagasabb nézőpontból vizsgálunk. Az érdeklődés középpontjában a tudomány evolúciója áll, de az általános történelem mindig a háttérben marad" [4].

Lényegében a tudománytörténet célja azon tények és eszmék eredetének és fejlődésének feltárása, figyelembe véve minden intellektuális cserét és a civilizáció fejlődésének minden hatását. Úgy tekint erre a tudományra, mint egyfajta civilizációtörténetre, amely a legmagasabb nézőpontból vizsgálja az emberi tudás és gondolkodás alakulását. Bár a tudomány evolúciója áll a középpontban, az általános történelem mindig jelen van a háttérben, mintegy kontextusként [4].

A tudományban időről időre előállnak olyan helyzetek, amikor az új kísérletek eredményeit nem lehet megmagyarázni a meglévő elméletek segítségével, sémákat, majd gyökeresen új ötleteket és elméleteket kell keresnünk, amelyek forradalmasítják a tudomány útjait. Ez pedig okozza az úgynevezett a tudományok forradalma Az 20. század 60-as éveiben T. Kuhn történész és tudományfilozófus "A tudományos forradalmak szerkezete" című könyvében [5] nemcsak a tudománytörténeti kutatásoknak adott új irányt, de a tudományról való gondolkodásunkat is gyökeresen átalakította, és megkérdőjelezett addig triviálisnak tekintett fogalmi distinkciókat, előfeltevéseket. A könyv kezdő mondata világosan jelzi az egyszerre tudománytörténeti és tudományfilozófiai program alapvetését: „A tudománytörténet, ha többnek tekintjük anekdoták és kronológiai adatok tárházánál, gyökeresen átalakíthatja jelenlegi tudományfelfogásunkat” [6]. Kuhn szerint a korábbi, hagyományos tudománytörténeti munkák nem vettek tudomást a fogalmi és szemléleti változásokról, ezért nem tudtak a tudomány történetéről hiteles képet adni. Kuhn a tudománytörténész feladatát abban látja, hogy az adott korban használatos fogalmakat és gondolkodásmódot azok valódi összefüggésében rekonstruálja [6].

A "tudomány története" kifejezést két értelemben használják: az államtudomány fejlődésének valós folyamatának megjelölésére, valamint annak a tudományágnak a meghatározására, amelyik ezt a folyamatot tanulmányozza. Az tudomány valós története már a tudomány alapjainak kialakulásakor kezdődött, de annak elismerése önálló tudományterületként és tudományágként a 19. és 20. század fordulójához köthető [7

A 19. század végén elkezdődött a tudománytörténet kutatásának problémáinak feldolgozása, és a tudomány történetét különálló területként, vagy a kultúra történetének vagy a filozófia részeként kezdték értelmezni. A tudománytörténet tárgyának sajátosságai és kutatási programjai, valamint helye más tudományágak között hosszú ideig vitatott kérdés volt [7]. Az 19. században kezdték megjelenni a tudomány történetének különleges kutatásai, melyeket olyan szerzők írtak, mint W. Whewell, G. Bachelard és mások. Azóta egészen napjainkig a tudomány története folyamatosan figyelembe veszik és dokumentálják a meglévő elméletek változásait és átalakulásait a valós tudományos kutatások során [7].

A tudomány születésének fő és elsődleges oka az ember és a természet, valamint az ember és környezete közötti szubjektum-objektum kapcsolatok kialakulása [7].

tudomány fejlődése az emberi értelem általános fejlődésének és a humán civilizáció kialakulásának elengedhetetlen része volt. Ezért a tudomány fejlődését az alábbi folyamatokkal együtt kell vizsgálni:

- Nyelv születése, fejlődése és kialakulása.
- Írás megjelenése és fejlődése.
- Gondolkodás logikájának kialakulása.
- Világnézet formálódása [7].

A tudomány a modern értelemben a XVI-XVII. században kezdett kialakulni. Történeti fejlődése során határait kiterjesztette a technika és technológia fejlődésén túl is. A tudomány a legfontosabb társadalmi és humanitárius intézménnyé vált, amely hatással van a társadalom és a kultúra minden területére [7]. Az empirikus tapasztalatok azt mutatják, hogy a tudományos tevékenység terjedése a XVII. századtól kezdve kb. minden 10-15 évben megduplázódott (felfedezések száma, tudományos információ, tudósok száma) [7]. Az tudomány történetének egyik fő problémája a periódusok meghatározása [7].

A tudomány kialakulásának második oka az ember megismerő tevékenységének megjelenése.Általában az alábbi tudományos fejlődési időszakokat különböztetjük meg:

- Előtudomány - a tudomány születése a Közel-Keleti civilizációkban: asztrológia, geometria, írás, számolás.
- Az ókori tudomány - az első tudományos elméletek kialakítása (atomelmélet), az ókorban az első tudományos traktátusok írása: Ptolemaiosz asztronómia, Theophrastos botanikája, Euclid geometriája, Aristotelész fizikája, Hero találmányai, valamint az első tudományos társaságok megjelenése akadémiák formájában.
- Középkori mágikus tudomány - Az eksperimentális tudomány kialakulása például Dzabir alkimia és más misztikus, nem anyagelvű elméletek alapján.
- Klasszikus tudomány - A tudomány kialakulása a modern anyagelvű értelemben: a természet törvényeinek felfedezése és fejlődése, például Galileo Galilei, Isaac Newton, Carl Linnaeus munkássága.
- Neoklasszikus tudomány - A klasszikus racionalitás válságának korszaka a tudományban: Charles Darwin evolúciós elmélete, az relativitáselmélet [7].

Léteznek más lehetséges időszakos felosztások is, amelyek logikus jellemzőket kombinálnak az emberi megértés fokozatának fontosságában a természetes és társadalmi jelenségek értelmezésében időrendi sorrendben:

- Preklasszikus (előklasszikus) időszak - korai ókori idők, az abszolút igazság keresése, megfigyelés és elmélkedés, az ember által alkalmazott megfigyelési és analógia módszerek használata.
- Klasszikus időszak (XVI-XVII. század) - a természetjelenségek célzott vizsgálatának megjelenése kísérletek segítségével, a determinizmus elve bevezetése, a tudomány fontosságának növekedése a társadalomban.
- Neoklasszikus időszak (a XIX. század vége) - erős tudományos elméletek megjelenése, például az relativitás elmélete, a relatív igazság keresése, ahol a determinizmus elve nem mindig alkalmazható.
- Posztneoklasszikus időszak (a XX. század vége) - a szinergézia és a nanotechnológia megjelenése, a tudás kiterjesztése, a tudomány kilépése saját határaiból és behatolása az emberi tudat más területeibe [7].

A tudománytörténet kutatói többség szerint a tudományos ismeretek születési időszaka az i. e. VIII-IV. század között tekinthető megközelítőlegnek. Szakértők szerint az emberiség történetében történt átmenet a egyszerű értelmi következtetésektől a logikailag megalapozott rendszerek felé az ókori görög kultúrában kezdődött [7]. A legtöbb kutatás, amely az ókori görög kultúra sajátosságait elemzi, arra hívja fel a figyelmet, hogy a társadalmi élet jelentős változásai hozzájárultak a "tudás" társadalmi státuszának kialakításához. A "tudás" új státusa kifejeződött az ókori görög filozófusok hozzáállásában a "tudáshoz", annak kialakításához és felhasználásához [7]. Azonban az első tudományos ismeretek már több ezer évvel ezelőtt kialakultak a Közel-Keleti civilizációkban (Szumer, Akkad, Babilon), Egyiptomban, Indiában és Kínában, és szinkretikusak voltak - az életben való túléléshez szükségesek voltak [7]. Például Egyiptomban az i. e. IV. évezredben hieroglifák jelentek meg, míg a Közel-Keleten szumer írásrendszert alkottak a szavak és hangok jelölésére. Az i. e. III. évezredben a szumerek kifejlesztettek egy tízes-szexagesimális számrendszerű számolási rendszert, amelyet ma is használnak például a kör 360 fokba való osztásnál (fok, perc és másodperc formájában) [7].

Kr. e. II. évezredben a babiloni csillagászok kidolgozták a Nap, Hold és más bolygók mozgásának elméletét, amely nyolc gömbön alapult, a Föld középpontjában. később, a VII. században előállították a Nap- és Holdfogyatkozások ismétlődési periódusait [7].

Egyiptomban bevezették a naptári évet, amelyet 12 hónapra osztottak fel, mindegyik 30 napból állt, 5 kiegészítő nappal. A napot 24 órára osztották fel. Az egyiptomiak jól ismerték az emberi test anatómiáját, mivel alkalmazták a múmiakészítés gyakorlatát. Az egyiptomi matematikusok ismerték a háromszög, a trapéz és a kör területének kiszámítására szolgáló képleteket [7].

Azonban az ember korai ismeretei a körülötte lévő világról szorosan összefonódtak a gyakorlati tevékenységeivel, és, Vernadsky állítása szerint, nem vezettek el elméleti következtetésekhez és általánosításokhoz [7].

Ezért valószínűleg nem lehet beszélni a primitív társadalmakban és az ókori civilizációkban a modern értelemben vett tudományról. Inkább az empirikus tapasztalatok összegyűjtésére és a természeti jelenségek spontán felhasználására gondolhatunk [7].

Annak ellenére, hogy az ókori Kelet és Egyiptom népei jelentős eredményeket értek el különböző tudományágakban, a tudomány születését, mint egy rendszert az ismeretekből, nem a természet iránti érdeklődés bizonyos megnyilvánulásaként, hanem az ókori Görögországgal hozzák összefüggésbe [7].

Aírással való fejlődés során az ókori civilizációk területén empirikus ismeretek gyűltek össze és értelmeződtek a természetről, az emberrol és a társadalomról. Ezen összegyűjtött tapasztalatok alapján elkezdték kialakulni a tudományos általánosítások születését, amelyek a matematika, logika, geometria, csillagászat és orvostudomány alapján történtek, és ezek szintetizálódtak az emberi élet gyakorlatával [7].

A modern tudósok elődei az ókori görög és római filozófusok voltak, akik számára a gondolatok és az igazság keresése vált alapvető tevékenységgé. Az ókori Görögországban kialakult az ismeretek osztályozásának különböző módja, ami külön tudományágak kialakulásához vezetett [7].

Az általános vélekedés szerint a tudomány a mai értelemben a Kr. e. VI. században alakult ki az ókori Görögországban az első elméleti rendszerekkel, például Thalesz (i. e. 640/624–i. e. 548/545) tevékenységével [7].

A matematika és a tudomány története szorosan összefonódik egymással, és egymást erősítve fejlődtek az évszázadok során [8].

A matematika története a matematikai felfedezések eredetével és a múlt matematikai módszereivel és jelöléseivel foglalkozik [8]. George Sarton Belga-amerikai tudománytörténész, aki létrehozta a Tudománytörténet tudományágát az Egyesült Államokban azt mondta :"A matematikatörténet tanulmányozása nem jobb matematikussá, hanem szelídebbé teszi, gazdagítja elméjüket, lágyítja szívüket, és kiemeli finomabb tulajdonságaikat" [9].

A matematikatörténet segít megőrizni és megismertetni az emberiség matematikai örökségét. Az évszázadok során számos kiváló matematikus és matematikai eredmény hozzájárult a kultúra és a tudomány fejlődéséhez. A matematikatörténet révén emlékezhetünk és tanulhatunk ezekről az eredményekről és azok alkotóiról. Inspiráció és motiváció: Azok a történetek és példák, amelyek a matematikatörténetben találhatók, inspirálhatják a jelenlegi és jövőbeli matematikusokat. A híres matematikai problémák megoldásai és a matematikai zsenik élettörténetei ösztönzők lehetnek a fiatalabb generációk számára [10].

A matematikatörténet segíthet abban, hogy lássuk a matematika fejlődését és folyamatosságát az időben. Láthatjuk, hogyan építkeztek az egyes eredmények az előzőekre, és miként formálódott a matematika tudománya. Kontextus és alkalmazás: A matematikatörténet segít beágyazni a matematikai fogalmakat a történelmi és kulturális kontextusukba. Ezáltal könnyebb megérteni, hogy miért és hogyan fejlődtek bizonyos matematikai elméletek és eredmények a saját idejükben.

De miért is kell a tinédzsereknek történelmet tanulni? E.V.Zubkov a kérdésre azt válaszolta, hogy: ahhoz, hogy a mi korszakunkban elsajátíthassunk egy adott tevékenység megalapozását és megteremtését meg kell tanulni megérteni, a tevékenységet a múltban [10].

A matematikatörténetet gyakran használják oktatási célokra is. Tanárok és oktatási intézmények gyakran tanítják a matematikatörténetet, hogy az általuk oktatott matematikai koncepciókat és elveket érthetőbbé tegyék a diákok számára. A matematikatörténet segíthet fejleszteni a kreatív gondolkodást és a problémamegoldó képességeket. Az olyan történetek, mint például az évszázadok óta megoldatlan matematikai problémák története, arra sarkallhatják az embereket, hogy új megközelítéseket és megoldásokat találjanak [11].

Összességében a matematikatörténet nemcsak a matematika elméleti és történelmi örökségének megőrzéséhez és megértéséhez járul hozzá, hanem számos egyéb területen is értéket hordoz, beleértve az oktatást, a motivációt, a kreatív gondolkodást és az emberi kultúra mélyebb megértését [11]. A matematika története különös vonzerővel bír. A több száz és ezer évvel ezelőtt bebizonyított problémák és tételek szépségükkel, a logikus érvelés kifinomultságával bűvölnek el bennünket, ahogy az összes korábbi generációt [11].

A tudomány múltját lapozgatva meg vagyunk győződve arról, hogy a matematikai eszmék, fogalmak és problémák legnagyobb lerakódásai, amelyek később elméletben is egyesültek, az ember gyakorlati tevékenységében rejlenek [11].

A matematika az egyik legősibb tudományterület. Az ember az ókori időktől kezdve kialakította az első matematikai fogalmakat és eljárásokat, hogy megoldja a legpraktikusabb problémákat. Ahogy a munka és a feladatok bonyolultabbá váltak, az emberek új matematikai fogalmakat és elméleteket alkottak. A matematika fejlődése tehát két fő motivációjú: az emberi tevékenység gyakorlati igényei és a matematika saját fejlődési dinamikája [11].

A kiváló matematikus, A. M. Kolmogorov, szerint a matematika négy fő fejlődési szakaszon ment keresztül:

1 A matematika kezdetei - az ókortól a VI-V. századig. Ebben az időszakban a matematika elválaszthatatlan volt más tudományterületektől, sajátos módszerei és tantárgyai még nem voltak [11].

2 Az alapvető matematika - a VI-V. századtól a n. század végéig. Ebben az időszakban alakultak ki a konstans mennyiségekkel kapcsolatos fő elméletek. Az állandó mennyiségek matematikája adta az alapokat az analitikus geometria és az infinitezimálisok elemzéséhez, amelyek a felsőbb matematika két fő ágává váltak. Itt már nem állapotokat, hanem változók törvényszerűségeit tanulmányozták [11].

3 A változók matematikájának kialakítása – a 16. század végétől a 19. század közepéig. Ebben az időszakban a francia tudós, R. Descartes, kidolgozta az analitikus

geometriát, míg az angol tudósok, I. Newton és Leibniz, foglalkoztak az infinitezimálisok elemzésével. Ebben az időszakban gyakorlatilag minden mai felsőbb matematikai elmélet kialakult, amelyek a modern matematika klasszikus alapjait képezik [11].

4 A modern matematikát a térbeli formák és a mennyiségi összefüggések volumenének rohamos növekedése jellemzi. Ennek kapcsán bővült a matematika alkalmazási területe, számos új matematikai elmélet született, amelyek az elektronikus számítástechnikai gépek megalkotásához vezettek. Ez utóbbiak hatékony eszközzé váltak a természet mély törvényeinek kutatására és a legnehezebb problémák megoldására a gyakorlati emberi tevékenység különböző területein [11].

A matematika történetének első korszaka névtelen, bár a matematikát mindig is emberek hozták létre. A matematikai kutatások ezreinek és ezreinek úttörőinek hősies erőfeszítéseinek köszönhetően születtek meg és alakultak ki a legegyszerűbb matematikai ötletek és fogalmak. De az első matematikusok neve elveszett [11]. A kiváló matematikusok a tudománytörténet minden korszakában úttörői korábban ismeretlen tételeknek, problémák megoldásainak, amelyek gyakran új távlatokat nyitottak meg a tudományban [11]. A matematikai ismeretek kezdetei Mezopotámia, Egyiptom, Görögország, Róma és India ősi civilizációira vezethetők vissza. Az ókori Egyiptomban már Kr.e. 3000-ben az emberek a geometriát használták a föld mérésére a folyók forrása idején, és piramisokat építettek. Az ókori görög matematikusok, mint például Püthagorasz, Eukleidész és Arkhimédész, jelentős mértékben hozzájárultak az algebra, a geometria és a numerikus módszerek fejlesztéséhez [12].

A 20. század szemszögéből nézve a matematika ősének az ókori görögöket tekintjük, különösen a klasszikus korszak béli (i. e. 6-4. század) görögöket. A korábbi időszakban létező matematika egy empirikus következtetésekből állt. Ellenben, a deduktív gondolkodásban az új állítások a fogadott kijelentésekből egy olyan módszerrel következnek, amely kizárja azok elutasításának lehetőségét [13].

A görögök ragaszkodása a deduktív bizonyításokhoz kivételes lépés volt. Más civilizáció sosem jutott arra az ötletre, hogy következtetéseket kizárólag deduktív gondolkodás alapján nyerjen, amely kiindulópontjai egyértelműen megfogalmazott axiómákból erednek. Az egyik magyarázat a görögök deduktív módszerek iránti vonzódására a klasszikus korszak béli görög társadalom rendszerében rejlik. A matematikusok és filozófusok (gyakran ugyanazok az emberek) a társadalom felső rétegeihez tartoztak, ahol minden gyakorlati tevékenységet megalázó foglalkozásnak tekintettek A matematikusok inkább absztrakt gondolkodást részesítettek előnyben a számok és térbeli viszonyok gyakorlati feladatok megoldásához képest. A matematikát aritmetikára - a teoretikus aspektusra - és logisztikára - a számítási aspektusra - osztották fel. A logisztikát általában a szabad születésű alsóbb osztályok és rabszolgák végezték [13].

A görög számrendszer az ábécé betűinek használatán alapult. Az attikai rendszer, ami a Kr. e. 6-3. században volt használatban, az egység jelölésére függőleges vonalat használt, míg az 5, 10, 100, 1000 és 10 000 számok jelölésére a megfelelő görög betűket alkalmazta. A későbbi ionikus számrendszerben 24 görög ábécébetűt és három archaikus betűt használtak a számok jelölésére. A 1000-szereseket 9000-ig ugyanúgy jelölték, mint az első kilenc egész számot 1-től 9-ig, de minden betű elé függőleges vonalat tettek. A tízezreket az M betűvel jelölték (a 10 000-t), melyet követett az a szám, amellyel a tízezret szorozni kellett [13].

A görög matematika deduktív jellege teljesen kialakult Platón és Arisztotelész idejére.

A deduktív matematika feltalálását általában Thalészé, a miletóihoz (i. e. kb. 640-546) társítják, aki, mint sok más klasszikus görög matematikus, filozófus is volt. Feltételezés merült fel, hogy Thalész dedukciót alkalmazott bizonyos eredmények bizonyítására a geometriában, bár ez kétséges [13]. Egy másik nagy görög, akinek a nevéhez a matematika fejlődése kötődik, Pitagorász volt (i. e. kb. 585-500). Azt tartják, hogy ő megismerkedhetett a babilóniai és egyiptomi matematikával hosszú útjai során. Pitagorász alapította azt a mozgalmat, mely virágzása a i. e. kb. 550-300 közötti időszakra esik. A pitagoreusok tiszta matematikát hoztak létre számelmélet és geometria formájában. Az egész számokat konfigurációként ábrázolták pontokból vagy kavicsokból, számaikat megfelelő alakzatok formájában csoportosítva ("alakzatszámok"). A "számolás" szó eredete a görög "kavics" szóból ered. A pitagoreusok a 3, 6, 10 stb. számokat háromszöginek nevezték, mivel a megfelelő kavicsokat háromszög alakban lehet elrendezni, a 4, 9, 16 stb. számokat pedig négyzeti alakzatnak, mivel a megfelelő kavicsokat négyzet alakban lehet elrendezni [13

A középkor kevésbé termékeny időszak volt a matematikai kutatás számára Nyugat-Európában, de olyan arab tudósok, mint Al-Khwarizmi, tanulmányozták és fejlesztették a görög matematikát. Számos ősi szöveget és módszert őriztek meg, amelyeket később a reneszánsz idején fedeztek fel az európai tudósok [12].

A római civilizáció nem hagyott markáns nyomot a matematikában, mivel nagyon elfoglalták magukat a gyakorlati problémák megoldásával. Az Európában kialakult korai középkori civilizáció (kb. 400-1100) nem volt termékeny az ellentétes okból: az intellektuális élet majdnem kizárólag teológiára és az élet utáni világra összpontosult. A matematikai tudás szintje nem emelkedett az aritmetika és az egyszerű Euklideszi geometria felett. A középkori matematika legfontosabb ágának az asztrológiát tekintették; az asztrológusokat "matematikusoknak" nevezték. Mivel a gyógyászati gyakorlat nagyrészt asztrológiai jelzéseken vagy ellenjavallatokon alapult, a gyógyászoknak más választásuk nem maradt, mint hogy matematikusok legyenek [13].

Körülbelül 1100 környékén kezdődött a nyugat-európai matematika majdnem háromszáz éves periódusa, amelyben az ókori világ és a Kelet által megőrzött arab és bizánci örökség felfedezése zajlott [13].

A modern matematika kezdete: A 16. század nyugat-európai matematikai fejlődése fontos eredményekkel járt az algebra és az aritmetika terén. Bevezették a tizedes törteket és azokkal való számítások szabályait. Az igazi siker 1614-ben érkezett, amikor John Napier megalkotta a logaritmusokat. A 17. század végére már teljesen kifejlődött a logaritmusok értelmezése pozitív számok törvényszerű kitevőiként, amelyek nem egyegységű alapon állnak [13].

A 16. század elejétől kezdve szélesebb körben használták az irracionális számokat is. Blaise Pascal (1623-1662) és Isaac Barrow (1630-1677), Newton tanítója a Cambridge Egyetemen, azt állították, hogy az ilyen számokat, mint például a 11, csak geometriai fogalomként lehet értelmezni. Ugyanakkor René Descartes (1596-1650) és John Wallis (1616-1703) abban a véleményben voltak, hogy az irracionális számok elfogadhatóak és önmagukban értelmezhetőek, geometriai kapcsolódások nélkül [13].

A 16. században folytak a viták a negatív számok bevezetésének jogosságáról. Még kevésbé elfogadottak voltak a komplex számok, például 11, amit Descartes „képzetesnek” nevezett. Ezek a számok még az 18. században is gyanúba kerültek, bár Leonhard Euler (1707-1783) sikeresen használta őket. A komplex számokat végül csak a 19. század elején ismerték el, amikor a matematikusok megértették a geometriai megjelenítésüket [13].

Az algebra területén is számos fejlesztés történt a 16. században. Az olasz matematikusok, mint Niccolò Tartaglia (1499-1577), Scipione del Ferro (1465-1526), Ludovico Ferrari (1522-1565) és Girolamo Cardano (1501-1576), közösen találták meg a harmad- és negyedfokú egyenletek megoldásait. Az algebrai gondolkodás és jelölések pontosabbá tételére sok szimbólumot vezettek be, köztük a $+$, $-$, $\times$, $\div$, $=$, $>$ és $<$ jeleket. Az egyik legfontosabb újítás az volt, amikor a francia matematikus, François Viète (1540-1603), betűket kezdett használni az ismeretlenek és állandó értékek jelölésére. Ez az újítás lehetővé tette számára, hogy egyetlen módszert találjon a másod-, harmad- és negyedfokú egyenletek megoldására. Később a matematikusok magasabb rendű egyenletekkel is foglalkoztak [13].

A modern matematika megteremtése a differenciál- és integrálszámítás megjelenésével jelentette a "felső matematika" kezdetét. A matematikai analízis módszerei, ellentétben az alapját képező határ fogalmával, világosak és érthetőek voltak. Sok évig a matematikusok, köztük Newton és Leibniz, hiába próbálták pontosan meghatározni a határ fogalmát. Mégis, annak ellenére, hogy sok kétség merült fel a matematikai analízis észszerűségével kapcsolatban, egyre szélesebb körben alkalmazták. A differenciál- és integrálszámítás a matematikai analízis alappilléreivé váltak, amely idővel magában foglalta olyan témákat is, mint a differenciálegyenletek, az ordinális és a részleges deriváltak, a végtelen sorok, a variációk számítása, a differenciális geometria és sok más [13].

Az egyenletlen geometriát N. I. Lobachevsky (1792-1856) és J. Bolyai (1802-1860) teremtették meg, akik függetlenül egymástól publikálták saját eredeti irányelveiket az egyenlőtlen geometriáról. A geometriájukban egy adott ponton át végtelen sok párhuzamos egyenes húzható. B. Riemann (1826-1866) geometriájában nem húzható egyetlen párhuzamos egyenes sem egy adott ponton kívül. Az absztrakt tér sok ilyen "pontot" tartalmaz [13].

A Hilbert-féle aksiomatikus módszer majdnem minden matematikai ágazatban megjelent a 20. században. Azonban hamarosan kiderült, hogy ennek a módszernek vannak bizonyos korlátai. Az 1880-as években Cantor megpróbálta rendszerezni a végtelen halmazokat (például a racionális számok halmaza, a valós számok halmaza stb.) azok összehasonlító számolásával, hozzárendelve nekik a transzfinit számokat. Ezzel a módszerrel ellentmondásokat fedezett fel a halmazelméletben. Így a 20. század elejéig a matematikusoknak meg kellett birkózniuk az ilyen megengedés problémájával, valamint más alapvető problémákkal is, mint például az ún. választási axióma rejtett alkalmazásával kapcsolatos problémákkal.

Mégsem volt semmi ahhoz képest, amit Gödelnek (1906-1978) a hiányosság tételének nevezett teorema okozott. Ez a tétel azt állítja, hogy bármely önmagában nem ellentmondásos formális rendszer, amely elég gazdag ahhoz, hogy tartalmazzon egy számelméletet, biztosan tartalmaz egy megoldhatatlan állítást, vagyis egy olyan állítást, amelyet sem bizonyítani, sem megcáfolni nem lehet azon belül. Most már általánosan elfogadott, hogy abszolút bizonyíték nem létezik a matematikában. Ami azt illeti, hogy mi számít ilyen bizonyításnak, erről eltérő nézetek vannak. Azonban a matematikusok többsége úgy véli, hogy a matematika alapjainak problémái filozófiaiak. És valóban, egyetlen tétel sem változott meg a logikai szigorú struktúrák újra felfedezése miatt; ez azt mutatja, hogy a matematika alapjai nem a logika, hanem a józan belátás [13].

A matematika világa gazdag kiemelkedő tudósokban, akik kutatásaikkal, felfedezéseikkel jelentős mértékben hozzájárultak a tudomány és a technológia fejlődéséhez. A világ leghíresebb matematikusai közé tartozik, akiknek a neve a tudományos közösségen kívül is ismert:

1 Archimedes (i.e. 287-212): ókori görög matematikus, fizikus, mérnök és csilla-

gász, aki jelentős mértékben hozzájárult a geometriához és a mechanikához. Művei számos modern matematikai fogalom alapját képezték [12].

2 Euklidész (i.e. 300): ókori görög matematikus, a híres "Elemek" szerzője - egy geometriai könyvkészlet, amely évszázadokon át a tudomány tanulmányozásának alapja lett.

3 Carl Friedrich Gauss (1777-1855): német matematikus, aki az algebra, a számelmélet, a geometria és a matematika egyéb területeihez való hozzájárulásáról ismert. Befolyása a tudomány fejlődésére rendkívül nagy volt [12].

4 Alexander Grothendieck (1799-1837): német matematikus, aki jelentős mértékben hozzájárult az algebrához, a számelmélethez és a geometriához. Kidolgozta az algebrai számok fogalmát, és felfedezte a Grothendieck-Leibnitz tételt [12].

5 Leonardo Euler (1707-1783): svájci matematikus, aki a topológia, a számelmélet, a matematikai elemzés és más területeken végzett munkájáról ismert.

6 Adrian Marie (1623-1662): geometriai és relativitáselméleti munkáiról ismert holland matematikus. Emellett jelentős mértékben hozzájárult a köbös görbék tanulmányozásához.

7 Kurt Gödel (1906-1978): osztrák logikus és matematikus, aki a matematikai logikával és a kiszámíthatóság elméletével kapcsolatos munkájáról ismert. Olyan fogalmakat alkotott, mint a „befejezetlenség” és az „ellentmondásmentesség” [12].

8 Shin-Shen Tomg (1938-2005): kínai származású amerikai matematikus, aki jelentős mértékben hozzájárult a geometriához, a topológiához és a halmazelmélethez.

9 Merim Mirzakhanli (1990-): iráni matematikus, aki a számelmélethez és az algebrához való hozzájárulásáról ismert.

10 Terence Tao (1975-): ausztrál matematikus, aki az elemzés, a kombinatorika és a harmonikus elemzés terén végzett munkájáról ismert [12].

Ez csak néhány példa a számos kiváló matematikustól, akiknek munkái jelentősen hozzájárultak a tudomány fejlődéséhez, és nagy hatással vannak a világról alkotott képünkre. E matematikusok életútjának tanulmányozása és kutatása inspirációt jelenthet a fiatal tudósok és hallgatók számára, akik életüket ennek a lenyűgöző tudománynak a tanulmányozására szeretnék szentelni [12].

A matematika alkalmazása: A modern matematika hatással van életünkre. A tudomány, a technológia és a mérnöki tudományok nélkülözhetetlen eszköze. Alkalmazása a következőket tartalmazza:

1 Kriptográfia: A matematikát titkosítások fejlesztésére és információk védelmére használják a kiberbiztonság területén [12].

2 Orvostudomány: A matematikai modellek segítenek a betegségek megoszlásának tanulmányozásában, a fertőzések terjedésének előrejelzésében és az optimális kezelési rendek kidolgozásában [12].

3 Pénzügy: A matematikát a pénzügyi piacokon használják adatok elemzésére, kockázatok előrejelzésére és az eszközárak változásainak tanulmányozására [12].

4 Mesterséges intelligencia: Matematikai algoritmusokat használnak a mesterséges intelligencia rendszerek fejlesztésében, a gépi tanulásban és a mintafelismerésben [12].

5 Kozmológia: A matematika segít a tudósoknak megérteni az univerzum eredetét, és elméleteket kidolgozni annak evolúciójáról és szerkezetéről [12].

A matematika hatása a modernitásra: Ma a matematika nemcsak a technológiát és a tudományt befolyásolja, hanem a közpolitikai és közgazdasági döntések alakításában is segít. Az adatelemzés, a modellezés és a statisztika kulcsfontosságú eszközzé válik a társadalom folyamatainak előrejelzésében és kezelésében [12].

A matematika az alapja az olyan új technológiák kifejlesztésének is, mint például a kvantumszámítás, amely végül megváltoztatja az információfeldolgozás megközelítését [12].

Mindez megerősíti azt a tényt, hogy a matematika már régóta nem a számok és képletek egyszerű tudománya, a modern világ fejlődésének alapjává vált. A matematika tanulása hozzájárul a logikus gondolkodás, az elemző készség és a problémamegoldás kreatív megközelítésének fejlesztéséhez. Így a matematikai ismeretek kulcsfontosságú összetevői a sikernek és a fejlődésnek egy olyan világban, ahol a technológia és a tudomány egyre fontosabbá válik [12].

2. Ismert matematikusok

Ismert matematikusok A matematika története számos korszakra osztható, amelyekben különböző matematikusok és matematikai felfedezések játszottak fontos szerepet. Íme néhány főbb korszak és azok legkiemelkedőbb matematikusai:

1 Ókori matematika (Kr.e. 3000 körül-Kr.u. 500):

- Thales
- Pitagorasz
- Eukleidész (Euclid)
- Arkhimédész

2 Középkori matematika (Kr. u. 500-1500):

- Fibonacci
- Regiomontanus, Johannes Müller

3 Reneszánsz matematika (14. század végétől a 17. századig): beginenumerate

- Cardano
- Johannes Kepler
- René Descartes

4.Újkori matematika (17. század közepe-19.század közepéig):

- Isaac Newton
- Gottfried Wilhelm Leibniz
- Leonhard Euler
- Carl Friedrich Gauss
- Pierre-Simon Laplace

5. Modern matematika (19. század közepétől napjainkig):
• Évariste Galois
• Bernhard Riemann
• Georg Cantor
• David Hilbert
• Henri Poincaré
• Emmy Noether
• Alan Turing

• John von Neumann

Ezek a matematikusok és korszakok csak néhány példát jelentenek a matematika hosszú történetéből. Mindannyian hozzájárultak a matematika fejlődéséhez és különféle területeinek megértéséhez.

*Thalész

Az ókori matematikában ő az első, aki felteszi a miért kérdést. Thalész volt az első, aki matematikai állításait logikai úton bebizonyította. A bizonyításnak deduktív módszerét neki tulajdonítjuk. Több elemi geometriai állítást fogalmazott meg. Lefektette a háromszögek és körök geometriájának alapjait. A szög fogalmának a tisztázása, és a csúcsszögek egyenlőségének a belátása is az ő nevéhez fűződik. Ő mondta ki először, hogy a kört az átmérője két egyenlő részre osztja, valamint azt is, hogy a háromszög szögeinek összege 180°. Thalész állapította meg, hogy az egyenlőszárú háromszögekben a szárakkal szemben egyenlő szögek vannak, és hogy a két háromszög egybevágó, ha egy oldalban és a rajta levő két szögben megegyeznek. Legnevezetesebb azonban a róla elnevezett tétel, amely a derékszögű háromszög és köré írt körének kapcsolatát adja [14].

A francia tankönyvek Thalésznek tulajdonítják azt a tételt, miszerint ha egy háromszög egyik oldalával párhuzamos egyenest húzunk, akkor ez a másik két oldal egyenesével az eredeti háromszöghöz hasonló háromszöget alkot [14].

*Pitagorasz

Latinosan Pythagoras, a matematikában meghonosodott, nem szabályos átírással Pitagorasz, (k.e.VI. sz.) a görög ókor egyik legnagyobb nevű matematikusa és filozófusa volt. A püthagoreus filozófiai iskola megalapítója. Széles látókörű, filozófia és matematika iránt szenvedélyesen érdeklődő személyiség volt. Kapcsolatban állt Thalesz-szel. „A számok atyja” néven is emlegették, mert a püthagoreusok számára a legfontosabb tudomány a matematika volt: azt tanították, hogy minden dolog kulcsa a számokban rejtezik [15].

A nevét viselő tétel nem tőle származik, hiszen már előtte nyomára akadtak a tudósok Egyiptomban vagy Babilóniában. A Pitagorasz-tételt általánosságban valószínűleg a krotóni iskolában mondták ki és próbálták igazolni. Ők találták meg a pitagóraszi számhármasok korlátlan mennyiségben való előállításának módját is [15].

Szinte bizonyosan ő ismerte fel, hogy a Phószphorosznak nevezett Hajnalcsillag és a Heszperosz, azaz Alkonycsillag ugyanaz az égitest: az Esthajnalcsillag, amit ma Vénusz néven ismerünk [15].

* Eukleidész

Eukleidész ókori görög matematikus és a matematika elismert megalapítója, akit általában a "geometria atyjának" neveznek [16].

Eukleidész ie 365 körül született , valószínűleg Alexandria városában. Eukleidész a mai napig fennmaradt legrégebbi matematikai értekezések szerzője. Eukleidész fő műve, az "Elemek", egy sor könyvből áll, melyekben a geometria rendszerezett leírása mellett néhány számelméleti kérdés is megtalálható [16].

Az "Elemek" nagyon fontos szerepet játszott a matematikai tudomány további fejlődésében. Ennek a munkának a történelmi jelentősége abban rejlik, hogy ez volt az első próbálkozás a geometria logikus felépítésére axiómák alapján. Az "Elemek" tartalma jelzi az író mély tiszteletét a hagyomány iránt, mivel megőrizte bennük néhány olyan fogalmat, amelyek korában nem voltak elterjedtek [16].

*Arkhimédész

Arkhimédész görög fizikust és matematikust ma is az ókor egyik legnagyobb tudósának tartjuk. Matematikában módszert dolgozott ki az ellipszis és a parabolaszelet területének a kiszámítására. Arkhimédész a értékét a körbe írt 96 oldalú szabályos sokszög területével közelítette meg. Ő a $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$ azaz a $3,1408 < \pi < 3,1429$ egyenlőtlenséget adta meg. Igen fejlett aritmetikai ismeretei lehettek, hiszen nagyon jól meg tudta közelíteni az irracionális számokat. A háromszög területének kiszámítása az oldalakból valószínűleg szintén az ő felfedezése. Ezt az összefüggést később Hérón bizonyította. Már nála is felmerült az a gondolat, hogy adott alap esetén a hatványkitevők számtani sorozatához hozzárendeljük (táblázat segítségével) a hatványértékek mértani sorozatát. Így a $a^k a^n = a^{k+n}$ azonosságnak megfelelően számok szorzását a hozzájuk rendelt kitevők összeadásával lehetne elvégezni. Ez később a XVI. században elvezetett a logaritmus fogalmához. A legegyszerűbb csigavonal (spirál) leírásával is találkozhatunk műveiben. Foglalkozott a szögharmadolás problémájával, meg is oldotta, de természetesen nem euklideszi szerkesztéssel.[17].

„A gömbről és hengerről” című munkájában meghatározta e testek felszínét és térfogatát. Azt, hogy a gömb felszíne egyenlő a köré írt henger palástjának területével és a gömb térfogata a köré írt henger térfogatának $\frac{2}{3}$-ad része, egyik legnagyobb felfedezésének tartotta. Ezért kérte, hogy halála után sírját egy hengerbe írt gömbbel jelöljék meg. Ő foglakozott elsőként a kúpszeletek forgatásaiból adódó testek térfogatának kiszámításával. Ő az un. kimerítés módszerét alkalmazta, amely lényegében a mai középiskolai kétoldalú közelítés módszeréhez hasonlít. Hosszú ideig ez helyettesítette az integrálszámítást, és egyben annak előfutárának is tekinthető [17].

„A gömbről és hengerről” című munkájában meghatározta e testek felszínét és térfogatát. Azt, hogy a gömb felszíne egyenlő a köré írt henger palástjának területével és a gömb térfogata a köré írt henger térfogatának 2/3-ad része, egyik legnagyobb felfedezésének tartotta. Ezért kérte, hogy halála után sírját egy hengerbe írt gömbbel jelöljék meg. Ő foglakozott elsőként a kúpszeletek forgatásaiból adódó testek térfogatának kiszámításával. Ő az un. kimerítés módszerét alkalmazta, amely lényegében a mai középiskolai kétoldalú közelítés módszeréhez hasonlít. Hosszú ideig ez helyettesítette az integrálszámítást, és egyben annak előfutárának is tekinthető [17].

Középkori matematika (Kr. u. 500-1500):

* Fibonacci

Középkori olasz matematikus. Eredeti neve Leonardo Pisano volt. Fibonacci édesapja, akit Bonaccinak hívtak, Pisának, a gazdag itáliai városnak a kereskedelmi képviselője volt Algírban. Fibonacci később ő is, mint kereskedő bejárta Észak-Afrikát, Szicíliát, és Hispániát. Ezek az utak lehetőséget adtak számára arra, hogy megismerje a keleti műveltséget, és így tanulmányozza a matematikát is. Bár Fibonacci nevét elsősorban a róla elnevezett Fibonacci sorozatról ismerjük [18].

A "Liber Abaci" (A számolás könyve) című művében, mely 1202-ben jelent meg, Fibonacci aritmetikai és algebrai ismereteket foglalt össze, míg a "Practica Geometriae" geometriai felfedezéseit írta le. Az "Liber Abaci" könyve nagyban hozzájárult az indoarab számjegyírás és a tízes számrendszer európai elterjedéséhez [18].

* Regiomontanus

Regiomontanus, középkori német matematikus, csillagász és könyvnyomdász volt. A Müller családi neve helyett szülőföldjének, Königsberg (ma Kalinyingrád) latin neve után nevezte el magát. 1467-től négy évig tanított a Magyarországon, Mátyás király által alapított pozsonyi egyetemen, ahová Vitéz János hívta meg. Ennek köszönhetően egyik műve Mátyás királynak szóló ajánlással jelent meg. 1475-ben a pápa meghívására Rómába ment, azonban hamarosan meghalt [19].

Regiomontanus nagy igyekezettel fordította le az általa elérhető görög matematikai és csillagászati tárgyú műveket. Mestere Peuerbach kezdte el fordítani Ptolemaiosz Almageszt (Nagy gyűjtemény) című művét, amit aztán ő fejezett be. Arkhimédész és Apollóniosz munkáit ő fordította le először görögről latinra. A fordításokon túl jelentős a munkássága elsősorban a trigonometria területén. Legfontosabb eredeti műve az Öt könyv mindenfajta háromszögekről címet viseli, és 1464-ben készült, bár csak halála után 1533-ban jelent meg. Ez az a mű, amelynek révén a trigonometria különvált a csillagászattól, és a matematikán belüli szakterületté vált. Ezt később Euler munkássága tetőzte be [19].

Reneszánsz matematika (14. század végétől a 17. századig):

*Kepler

Német csillagász, fizikus és matematikus. 1615-ben megjelent "Stereometria doliorum vinorum" (A boroshordók térgeometriája) című művében Kepler, hasonlóan Arkhimédészhez, továbbfejlesztette a kúpszeletek forgatásából adódó testek térfogatainak kiszámítását, ezzel jelentősen elősegítve az integrálszámítás fejlődését. A műben 92 különböző forgástest térfogatszámítását ismertette [20].

Egy másik, máig megoldatlan probléma, a Kepler gömbelhelyezési problémája is szerepel Kepler életművében. 1611-ben kiadott "Hatszögletű hópelyhekről" című tanulmányában Kepler leírja, hogy bár minden hópehely más, mindegyikük hatszögletű alapú. Ezt a jelenséget azon magyarázza, hogy minden hópehely élete egy hatszögletű szimmetrikus maggal kezdődik. Bár a körülöttünk lévő változatos időjárási körülmények teszik őket egyedivé, a hópehely magja olyan apró, hogy azonos körülmények határozzák meg mind a hat oldalon, így fenntartva a szimmetriát. Ebben a tanulmányban Kepler az alapokat fektette le a kristálytan területén [20].

Ezután Kepler azon kezdett el gondolkodni, hogy hogyan rendeződhetnek gömb alakú részecskék a lehető leggazdaságosabban, a lehető legkisebb területet elfoglalva. Álláspontja szerint az ún. lapcentrált kockarács a leggazdaságosabb elrendezés, amely 74%-os kihasználtságot biztosít. Napjainkban sem tudják matematikusok bizonyítani, hogy ez az elrendezés minden lehetséges elrendezés közül a legoptimálisabb. Fontos megjegyezni, hogy Kepler volt az első, aki tizedesvesszőt használt, míg Napier tizedespontot alkalmazott [20].

* Cardano

Olasz matematikus, fizikus, korának neves orvosa volt. Törvénytelen születésű gyermekként a nyomorból jutott el a világhírig. Az akkori kor szinte minden tudományával foglalkozott. Nevét őrzi az ismert gépkocsi alkatrész, a kardán-tengely is [21].

Cardano idejében a matematikusok különösen nagy erőfeszítést tettek, hogy a másodfokú egyenlet megoldóképletéhez hasonlóan megtalálják a harmadfokú egyenletek megoldó képletét is. Cardano 1545-ben jelentette meg a „Nagy művészet, vagy az algebra szabályairól" című művét, és ebben közölte a harmadfokú egyenletek megoldóképletét, ám elsőbbségét kortársai vitatták. Utólag kiderült, hogy a megoldóképletet a bolognai egyetem professzora Ferro találta meg elsőként, aki azonban ezt titokban tartotta, és csak halála előtt adta tovább egyik tanítványának, Fiore-nak. Ebben az időben azonban egy másik tehetséges olasz matematikus Tartaglia is megtalálta -önállóan- a megoldóképletet, és elmondta Cardano-nak.

Cardano ekkor már dolgozott a könyvén, és így került bele Tartaglia bizonyítása Cardano könyvébe. Cardano becsületére legyen mondva, a felfedezést soha nem tartotta magáénak. Az ő érdeme azonban, hogy Tartaglia képletét általánosította, illetve megmutatta, hogy minden általános harmadfokú egyenlet megoldása visszavezethető az $x^3 + bx = c$ alakúra. Ő sem boldogult azonban azzal az esettel, amikor a megoldó képlet négyzetgyökei alatt negatív számok álltak. Ennek megoldása érdekében sok értékes eredményt kapott a gyökök és együtthatók kapcsolatáról. Különösen a másodfokú egyenlet gyökeire vonatkozó kutatásai segítették elő a komplex számok elméletének későbbi kialakulását. Mindenesetre a harmadfokú egyenletek megoldó képletét Cardano-ról nevezték el [21].

* René Descartes

René Descartes francia filozófus, matematikus és természettudós katolikus nemesi családban született 1596. március 31-én [22].

René Descartes-t a matematika zsenijének kell tekinteni, mivel az algebrát a geometriával kapcsolta össze, ennek a tanulmánynak az eredménye a Descartes-sík megalkotása [23].

Arisztotelész nyomán Descartes is megpróbálkozott a matematikai logika megteremtésével, de kezdeti próbálkozásai nem jártak sikerrel. Descartes a geometria problémák megoldásához gyakran alkalmazott algebrai módszereket. Az 1637-ben megjelent Értekezések a módszerről című könyvének függeléke a Geometrie, amely lendületet adott az analitikus geometria fejlődésének. Ez a műve nagy hatással volt a fiatal Newtonra is. Műveiben azonban még nem szerepel a koordináta rendszer, amely ma az ő nevét viseli. Apollóniosz-hoz hasonlóan ő is még csak egyetlen tengellyel dolgozott, és ezen sem vette figyelembe a negatív számokat, bár már számolt is velük, de „hamis" számoknak nevezte őket. Igen fontos lépés volt a változó fogalmának a használata, amellyel a függvénytan fejlődését segítette elő [24].

A szakaszok közötti alapműveleteket úgy igyekezett definiálni, hogy az eredmény ismét szakasz legyen. Azért, hogy két szakasz szorzata és hányadosa is szakasz legyen, bevezette az egységszakasz fogalmát és a negyedik arányos szerkesztését. Descartes volt, aki elkezdte a hatványkitevők használatát, és aa helyett a2-t írt. Ő már ismerte a testekre (poliéderekre) vonatkozó un. Euler tételt, amit Euler tőle függetlenül újra felfedezett. Ő fedezte fel a (9363584; 9437056) barátságos számpárt. A halmazok direkt szorzata is Descartes nevét őrzi [24].

Újkori matematika (17. század közepe-19. század közepéig):

*Isaac Newton

Isaac Newton, minden idők egyik legnagyobb hatású természettudósa 1643. január 4-én született Woolsthorpe-ban. 1661-től a Cambridge Egyetemen tanult, 1667-től a Trinity College tanára lett, majd 1669-ben a matematika professzorává léptették elő, és e pozíciójában 1696-ig aktívan dolgozott [25].

Matematikai ismereteit úgy alapozta meg, hogy tanulmányokat olvasott, pl. William Oughtred, John Wallis, illetve René Descartes műveit. A matematika több területén ért el eredményeket, de különösen a differenciál- és integrálszámítás megalapozásában alkotott maradandót. 1669-ben tette közzé kutatásait „A végtelen sorok elemzéséről" címmel.

Az integrál- és differenciálszámítást Newtontól függetlenül Gottfried Wilhelm Leibniz is kidolgozta, eltérő módszerekkel. Ma már egyértelmű, hogy az analízis megalapozásához Newton és Leibniz hasonló mértékben járultak hozzá, egymástól függetlenül, ám az elsőségről Newton és Leibniz, illetve kortársaik között évtizedekig tartó vita alakult ki, nehezítve a brit és az európai kontinens tudósai közti kommunikációt is [25].

*Leibniz, Gottfried Wilhelm

Német matematikus és filozófus. Igazi polihisztor volt. Foglalkozott a matematikán kívül még biológiával, geológiával, nyelvészettel, teológiával és joggal. Lipcsei születésű, kezdetben itt, majd Jénában tanult. Teológusként a katolikus és a protestáns egyházak közötti ellentétet szerette volna megszüntetni. Politikusként Németország egységének megteremtésért küzdött. Jogtudományi munkásságára felfigyelt a mainzi választófejedelem és 1672-ben diplomáciai feladattal Párizsba küldte. Itt sok kiváló tudóssal ismerkedett meg, köztük Huygens holland matematikussal és fizikussal. Később Londonban felkereste Newton-t [26].

1671 és 1673 között Leibniz az addigi mechanikus számológépeket továbbfejlesztette. Ezt a gépet később Gauss tökéletesítette. Ez a gép Gauss idejében népszerű volt egész Németországban [26].

1711-ben az ő kezdeményezésére született meg a berlini akadémia. Levelezett Nagy Péter orosz cárral, és az ő tervei szerint alakult meg a szentpétervári akadémia [26].

A filozófus Leibniz kereste azt az általános módszert, a „scientia generalis”-t, amely lehetővé teszi a tudományos megismerést. Ebben Descartes nyomdokain járt, de működési területe szélesebb volt Descartes-énál. Mindenben az általánost kereste, a nagy összefüggéseket. Arisztotelész nyomán Descartes-hoz hasonlóan ő is megpróbálkozott a matematikai logika megteremtésével, de az ő próbálkozásai sem jártak sikerrel. Huygens hatására kezdett foglalkozni az infinitezimális (végtelen kicsi) számítás kérdéseivel. Newton ebben az időben szintén ezzel a kérdéssel foglalkozott. Az általános nyelv, a „lingua universalis” keresése elvezette a szimbolikus logikához [26].

Munkásságának egyik csúcspontja a differenciál és integrálszámítás területe volt. Az un. Newton-Leibniz tétel teremt kapcsolatot a differenciálszámítás és az integrál számítás között. Ez a tétel azt mondja ki, hogy ha egy függvény egy adott intervallum minden pontjában folytonos, az függvény integrálható és az integrálfüggvény derivált függvénye az eredeti függvénnyel egyenlő. Itt azonban az elsőség kérdésében sajnálatos módon vitába keveredett Newton-nal. A Bernoulli fivérek (Jacob és Johann) az ő tanítványai és támogatói voltak. Ők éppen Leibniz hatására lettek matematikusok [26].

Az integrálszámítás egyik leggyakrabban használt képlete (formulája) is az ő és Newton nevét viseli. Ez az un. Newton-Leibniz képlet (formula): $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, amely az integrálható függvények görbéi és az „x” tengely által maghatározott síkidomok területének kiszámítását teszi lehetővé [26].

Ő használta először többek között a függvény, a koordináta elnevezéseket, ő vezette be az egybevágóság ($\cong$)és az egyenlőség (=) jeleket is. A kombinatorika, mint önálló matematikai szakterület kialakulása elsősorban Fermat és Pascal munkássága réven kezdődik meg, de első módszeres felépítését Leibniz adta meg [26].

*Carl Friedrich Gauss

Az 1777 és 1855 között élt Carl Friedrich Gauss minden idők egyik legnagyobb matematikusa volt, a tudományág szinte minden területén jelentőset alkotott, de ez igaz a statisztikára és a csillagászatra is. Csodagyerekként indult, hihetetlen matematikai képességei már egészen kis korában megmutatkoztak [27].

Tanítója egyszer azt a feladatot adta a kis tanulóknak, hogy adják össze a számokat 1-től 40-ig, mivel a tanító úr addig egy másik évfolyammal akart foglalkozni, és így akarta addig a kicsiket lefoglalni. De a kis Gauss hamarosan jelentkezett a jó eredménnyel. Csodálkozó tanítójának el is magyarázta, hogyan csinálta. Párba állította a számokat 40+1=39+2=38+3 stb. Ezek a párok mindig 41-t adnak összegül, és mivel 20 ilyen pár van, az eredmény 820 [28].

Ez a gondolkozás megegyezik a számtani sorozat összegének meghatározásánál alkalmazottal [28].

Egyik legkedvesebb matematikai szakterülete a számelmélet volt. Tőle származik az a mondás, hogy: „A matematika a tudományok királynője, és a matematika királynője a számelmélet.” 1791-ben, 14 éves korában becslést adott a prímszámok eloszlására, miszerint ezres számkörben a prímszámok száma fordítottan arányos a számok természetes alapú logaritmusával. Ezt ugyan később többen is pontosították, de ez semmit nem von le a fiatal Gauss érdemeiből [28].

Ő volt az, aki felfedezte, hogy kapcsolat van a prímszámok és a szabályos sokszögek szerkeszthetősége között. Egy „n” oldalszámú szabályos sokszög csak akkor szerkeszthető euklideszi szerkesztéssel ha „n” prímtényezős felbontásában csak a 2 szerepel tetszőleges nem-neagatív egész kitevőjű hatványon, és az un. Fermat-féle prímek (3,5,17,65537) első kitevőjű hatványon [28].

Gauss foglalkozott a szakaszos tizedes törtekkel, és tisztázta mikor kapunk tiszta vagy vegyes szakaszos tizedes törtet, és mekkora lehet a szakasz hosszúsága. 1799-ben a doktori értekezésében az „algebra alaptételét” igazolta, amely szerint minden algebrai egyenletnek van gyöke. Ezek gyökök nem okvetlenül valósak, hanem lehetnek komplex számok is, és nem biztos, hogy ezek a gyökök mind különböznek egymástól. A gyökök száma (beleértve az azonosakat is) az egyenlet fokszámával egyenlő [28].

1827-ben jelent meg „A görbe felületekre vonatkozó általános vizsgálatok” című műve, amelynek eredményei geodéziai munkásságára vezethetők vissza. Gauss ötlete, hogy a komplex számokat a sík pontjaiként ábrázolhatjuk. 1837-ben megjelent értekezése a komplex számok algebráját és aritmetikáját tartalmazza. A nem euklideszi geometria megalkotásának területén végzett kutatásairól csak levelezéseiből tudunk és feltételezhető, hogy ezen a területen is messzire jutott [28].

Modern matematika (19. század közepétől napjainkig):

- Bernhard Riemann
- Georg Cantor
- David Hilbert
- Henri Poincaré
- Emmy Noether
- Alan Turing
- Neumann János

Bernhard Riemann

Riemann a XIX. század egyik jelentős német matematikusa volt. Egy falusi pap fia volt és kezdetben apja nyomdokait követve teológusnak készült. Később Göttingenben érdeklődése a matematika felé fordult. 1851-ben a göttingeni egyetemen doktorált, majd 1854-ben egyetemi magántanár lett. 33 éves korában Dirichlet utóda lett az egyetemi tanszéken. Sokat betegeskedett. Fiatalon, 40 éves korában Rómában halt meg [29].

1851-ben 25 éves korában doktorált. Doktori értekezésének címe a „A komplex változós függvények elmélete” volt [29]. Riemann neve összeforrt a határozott integrál fogalmával, amely fogalom már Leibniznél felmerült, szabatosabban Cauchy után Riemann fogalmazta meg az 1854-ben.

1859-ben kísérletet tett arra, hogy a Gauss által sejtett prímszámtételt bizonyítsa és szigorítsa. A függvényelmélet segítségével messzemenő kijelentéseket tett a prímszámok eloszlásáról [29].

* Neumann János

1903. december 28-án Budapesten, jómódú családban született. Apja Neumann Miksa bankár, anyja Kann Margit. Két öccse van: Mihály, aki chicagói orvos, és Miklós, philadelphiai jogász [30].

Iskolai éveit 1909 és 1913 között kezdte, majd a fasori főgimnáziumban folytatta, ami akkoriban Magyarország legjobb középiskolája volt. Kitűnő képzést kapott történelemből, jogtudományból és közgazdaságtanból. Az 1917/18-as tanévben az V. osztály legjobb matematikusa lett. Matematikai tehetségét Rátz László fedezte fel. Egyetemi évei alatt Kürschák József, Fekete Mihály és Szegő Gábor segítették matematikai tudásának fejlődését [30].

Már fiatalon érdeklődött a repülés és a technika más újdonságai iránt, és ekkoriban elkezdett gondolkodni egy kettes számrendszeren alapuló elektromos számítógép építésén. Két egyetemet is párhuzamosan végzett: 1921. szeptember 14-én beiratkozott a budapesti tudományegyetem bölcsészkarára, fő tárgya a matematika volt, melléktárgyai pedig a fizika és a kémia. Doktori disszertációjának címe: "Az általános halmazelmélet axiomatikus felépítése"[30].

1926. március 13-án szerzett doktori címet, és ugyanebben az évben kezdte tanulmányait a berlini egyetemen. 1924-ben a zürichi Eidgenössische Technische Hochschulén folytatta tanulmányait, majd Göttingembe ment, ahol David Hilberttel dolgozott együtt. Itt tartotta meg első előadását 1926. december 7-én a társasjátékok elméletéről. 1927 áprilisában kért tanítási engedélyt a Friedrich Wilhelm Egyetemen, és december 13-án elfoglalhatta helyét az egyetem tanárai között [30].

1929-ben a Princeton University meghívta vendégprofesszornak. 1930 és 1933 között félévenként Amerikában, félévenként Európában tanított. Németországban a fasizmus hatalomra jutása után letelepedett az Egyesült Államokban, ahol az Institute for Advanced Study tagja lett. 1937-ben amerikai állampolgár lett. Részt vett az atomenergia kutatásában és felhasználásában, valamint a békés energiatermelés szolgálatában is [30].

1945-től 1957-ig a princetoni Elektronikus Számítógép projekt igazgatója volt. Érdeklődése az emberi agy és az idegrendszer működése felé fordult. 1944-ben jelentős szerepet játszott az ENIAC, az első teljesen elektronikus, digitális számítógép megépítésében [30].

1945 júliusában írta meg azt a művet, amelyben a "Neumann-elvek"-ként ismert megállapításait, valamint a számítástechnika és a számítógépek általa elképzelt fejlődéséről olvashatott a világban. Utolsó művét 1956-ban írta, melyben a számítógépekről szólt [30]. 1957.február 8-án Washingtonban hunyt el súlyos rákbetegségben [30].

*David Hilbert

Világhírű német matematikus. Königsbergben (ma Kalinyingrád) született. Gimnáziumi és egyetemi tanulmányait is itt végezte. Könighberghez kötődik Goldbach, aki szintén itt született és Euler a königsbergi hidak problémája kapcsán. 1895-ben a göttingeni egyetemre kerül és működött egészen haláláig. Itt az egyetemen többek között Félix Klein is kollégája volt. Hilbert tagja volt a Magyar Tudományos Akadémiának is, és 1910-ben ő kapta a világ legjobb matematikusai számára alapított Bolyai díjat [31].

Munkássága kiterjedt az algebra, a számelmélet, a geometria, az analízis, a matematikai logika, a differenciálegyenletek, a variációszámítás és a topológia területeire. 1899-ben jelent meg híres könyve, a „Grundlagen der Geometrie” (A geometria alapja). Ebben általában is foglalkozik a matematika axiomatikus felépítésével. Ő fogalmazta meg, hogy melyek a helyes axióma-rendszer feltételei, és meg is adta a geometriának ma is használatos axiómarendszerét. Általánosította az euklideszi geometriát tetszőleges számú dimenzióra. Hilbert meg volt győződve arról, hogy a matematikában fellépő ellentmondások legyőzhetők. Egy ideig tanítványai közé tartozott a magyar származású nagy matematikus, Neumann János [31].

3. Tankönyvek elemzése

minőségi matematikai képzés és a megfelelő általános és szakmai kompetenciák kialakítása érdekében célszerű hatékony tényezőket bevonni, amelyek hozzájárulnak a szakmai szint emeléséhez. A cikk szerzői bemutatják a matematika történelmének szerepének egyes aspektusait a minőségi matematikai oktatásban. A klasszikus matematika és a matematika történelmének elemeinek tanulmányozása növeli a diákok érdeklődését az oktatási folyamatban, segít az analitikus gondolkodás, értékelés és folyamatok előrejelzésének képességének elsajátításában, valamint segít szakmai kutatások végzésében [32].

A tanulmányban javasolták azokat az ötleteket, amelyek a matematikai témák tanulmányozása során történelmi tények alkalmazását célozzák. Ez az egyik módja a matematikai fogalmak és állítások, hipotézisek és elméletek megértésének a gyakorlati alkalmazás és a teoretikus alapok kontextusában; valamint a különböző matematikai modellek állapotának, sürgős problémáinak és továbbfejlesztési kilátásainak megértése [32].

Az egyetemi oktatás előtt álló prioritások közül kiemelkedő fontosságú az elméleti ismeretek gyakorlati alkalmazására való képesség és a felsőoktatási intézmények végzettjeinek magas szintű szakmai felkészültsége. Nem túlzás kijelenteni, hogy a műszaki, informatikai, gazdasági szakemberek számára a minőségi matematikai oktatás kiemelkedő jelentőséggel bír a szakmai tudás megszerzése során. Az a tény, hogy a matematika mélyen behatol különböző szakmai készségek területére, abból adódik, hogy a matematikai diszciplínák pontos matematikai modelleket kínálnak folyamatok, törvényszerűségek és jelenségek elemzésére és vizsgálatára. Ezek a matematikai modellek segítik a szakmai kutatásokat alaposabb és tartalmasabb módon, elősegítve a különböző módszerek hatékonyabb felhasználását a termelési folyamatok hatékonyságának javítására és optimalizálására, valamint lehetővé téve az elemzést és a jövőbeli előrejelzéseket[32].

A matematika és a matematika történelmének elemeinek tanulmányozása növeli a diákok érdeklődését az oktatási folyamatban, segít az interdiszciplináris kapcsolatok mélyebb megértésében, rámutat a matematikai oktatás fontosságára, és lehetővé teszi az értékelés és előrejelzések készségének elsajátítását a modern tudományterületeken[32].

Ez a megközelítés a matematikai diszciplínák elméletének tanulmányozásához nem igényel jelentős változtatásokat a jelenlegi tantervekben, csak megfelelően kiválasztott és átgondolt történeti tények kiegészítését az alapvető tananyaghoz. Ugyanakkor fontos, hogy a tanárok továbbképzést kapjanak a ilyen formátumú tanításra. A hatékony tanulási folyamat érdekében a tanároknak olyan történeti anyagot kell kiválasztaniuk, amely potenciálisan előnyös és releváns a diákok számára, és át kell ültetniük azt a hallgatók nyelvére, valamint utalniuk kell annak alkalmazási módjaira. Nyilvánvaló, hogy a matematika történetének integrálásának lehetőségeit az oktatás folyamatában tovább lehet mélyíteni és kiterjeszteni. Természetesen a matematikai diszciplínák tanulmányozásában a matematika történetének bevonására irányuló, mélyrehatóbb és konkrétabb feladatok megvalósításához módosításokra van szükség a tantervekben[32].

A matematikai diszciplínák tanulmányozása során a matematika történetének különféle elemeinek szerepét, metodológiai elemzését és módszertani jelentőségét a XX. század ismert matematikusai és matematikatörténészei is vizsgálták: M. Ja. Vilenkin, I. Ja. Depman, J. Z. Shtokolo, V. M. Bradis, A. M. Kolmogorov, K. O. Ribnikov, A. S. Bugaj, A. G. Konforovics és mások [32].

A matematika történetének különféle elemek használata a matematikai tantárgyak elméleti tanulmányozásakor, valamint a matematika történetének szerepe a jövő tanárainak szakmai felkészítésében olyan tudományos és módszertani vizsgálatokban merült fel, mint amelyeket G. I. Gleyzer, V. G. Bevz és mások végeztek [33].

Ezeknek a kutatásoknak az tudományos állításai, következtetései és ajánlásai érdemlik a figyelmet, azonban főként a matematika történetének tanulmányozására, az iskolai tantervekbe való beépítésére és a matematikai tantárgyak oktatásában való alkalmazására összpontosítanak[34].

A matematika története mint a matematikai diszciplínák objektív fejlődési törvényeinek tudománya segít nyomon követni a matematika kapcsolatát a természettudományokkal, amely a matematikai elméletek gyakorlati alkalmazásával jár, és új módszereket, megoldásokat kínál a felmerülő problémákra és kihívásokra. Az említett tudományos megközelítés segít megérteni, hogy a matematika folyamatosan fejlődik, és miért jelennek meg bizonyos matematikai irányzatok, ötletek, módszerek, tények, míg mások eltűnnek[34].

Emellett napjainkban növekszik az érdeklődés a tudomány története iránt általában, valamint azok iránt a tudósok iránt, akik a múltban formálták ezt a tudományt. "A tudományos eredmények történetének tanulmányozása ma már az új hatalmas tudományos kutatási területek felfedezésének szükséges fegyvere" - mondta korábban Vladimir Vernadsky (1863–1945), amely különösen releváns az újabb tudományos fejlemények fényében. A matematika, mint tudomány egyik összetevője, történetében nem csak a matematikai fogalmak, állítások, ötletek megjelenését és fejlődését tükrözi, hanem az emberi tevékenység fejlődésének is részét képezi[34].

Minden történelmi korszakban a tudomány összegzi a sikereit, amelyek elengedhetetlen részei a tudományos örökségnek. A további kutatások és a valóság felfedezése révén elért további eredmények nemcsak hangsúlyozzák és értékelik a már meglévőt, hanem pontosítják, tökéletesítik és lehetővé teszik annak újragondolását is. Éppen a tudományos előrehaladás folytonossága biztosítja annak logikus fejlődését, és formálja rendszerszerű jellegét[34].

Az, hogy hogyan lehet bevezetni a matematika történetét az oktatási folyamatba, vitathatatlanul az a tény, hogy érdekes és eredeti történelmi tények segítenek összekapcsolni a matematika történelmi elemeit a matematikai tantárgyak tanulásával, és ezzel megalapozottan kialakul egy átfogó látásmód a tudományos elméletekről, ami növeli a diákok érdeklődését a tanulás iránt. A matematika története gazdag különféle módszerekben és megközelítésekben a problémamegoldásra. Néhány módszer még mindig releváns maradt, és ezeket lehet továbbfejleszteni és felhasználni a különböző területek problémáinak megoldására a modern tudományágakban [34].

A matematika történetének tanítása az iskolákban fontos lehet, mivel segíthet a diákoknak abban, hogy mélyebben megértsék a matematika jelentőségét, fejlődését és alkalmazásait. Ez a tanítási módszer hozzájárulhat a diákok motivációjához és érdeklődéséhez, valamint segíthet az absztrakt matematikai fogalmak és módszerek megértésében.

Tanárok és tankönyvek által bemutathatják a legfontosabb matematikusok életét, munkásságát és felfedezéseit, és hogyan járultak hozzá a matematika fejlődéséhez. A táblázat a matematika tanításának történetéről szól az iskolákban. Különböző témákat és időszakokat tárgyal, kezdve az ókori időktől egészen a modern matematika felé.

Ez a táblázat segít áttekinteni a matematika oktatásának fejlődését az idők során, és bemutatja, hogyan alakultak ki és változtak a matematikai fogalmak és módszerek az idők folyamán.

Téma	Történelmi magyarázat	Osztály	Könyv
Természetes számok	Hogyan számoltak az ókorban? Az ősember által lakott helyeken a régészek olyan leleteket találtak, melyekre pontok, vonalak, mély barázdák vannak rávésve. Ezek a számrovásos emlékek arról tanúskodnak, hogy a kőkorszakban az emberek nem csak számolni tudtak, hanem már képesek voltak a számításaik eredményeinek rögzítésére is. Mivel az olyan primitív módszerek, mint a rovások számlálása a boton vagy a kavicsok megszámolása nem elégítette ki a kereskedelem és a termelés szükségleteit, ezért a társadalom fejlődésével a számolási módszerek is tökéletesedtek. Kr. e. 3000 körül már megtörtént a legfontosabb felfedezés: az emberek különleges jeleket találtak egy bizonyos számú tárgy megjelölésére.	5	[35]
Szakasz. A szakasz hossza	A szakasz hosszának meghatározására az osztály minden diákja a saját belátása szerint adhatja meg az egységnyi szakasz hosszát. Ebben az esetben viszont nagyon nehéz lenne közösen használni a mérések eredményét. Ezért célszerű előre egyeztetni, vagyis megadni azt a szakaszt, amellyel mindenki dolgozik majd. Hasonló meggondolásokból született a hosszúság mértékegysége. A kezdetekor az emberek a lépést használták a hosszúság mértékegységéül. De több nép is a nyílvessző repülési távolságát használta. A nagy távolságokat 1 napi járásban mérték. Azonkívül alkalmazták a kéznél lévő végtagokat is: arasz, könyök, lépés, tenyér, hüvelyk, ferdén mért öl stb. Ezek a hosszmértékegységek kényelmesek, viszont nagyon nem pontosak. Ráadásul a sokszínűségük és következetlenségük miatt a kereskedelem és a gazdaság akadályai lettek. A XVIII. században majdnem minden német város, a mai Olaszország területén lévő országok többsége saját mértéket vezetett be, melyeknek gyakran ugyanaz volt a nevük, de nem voltak egyenlők. Franciaországban már odáig mentek, hogy minden hűbérúr saját mértékegységet állapított meg.	5	[35]

Szakasz. A szakasz hossza	1790-ben a francia nemzetgyűlés javaslatot tett egy új mértékegységrendszer megalkotására, és 1791-ben bevezették a hosszúság mértékegységét, a métert. A méter a görög „metron” szóból ered, amely mérést jelent. 1799-ben elkészítették a méter szabványát, ami egy platina rúd volt. De csak 100 év elteltével terjedt el egész Európában a metrikus mértékegységrendszer.	5	[35]
Szakasz. A szakasz hossza	Eukleidész ógörög matematikus Elemek című nevezetes művében nagyon eredetin határozta meg a vonal jelentését: a vonal szélesség nélküli hosszúság. Az ukrán "лінія"a latin „linum” szóból ered, melynek jelentése len, lenfonal	5	[35]
A hatvanados törtektől a tizedes törtekig	Már az időszámításunk előtt a III. században a babiloniak olyan törteket használtak, melyeknek a nevezői 60 hatványai voltak. Később a hatvanas nevezőjű törteket (vagy hatvanados törteket) a görög és az arab matematikusok is használták. De számításokat végezni olyan természetes számokkal, melyek a tízes számrendszerben voltak felírva, a törtek pedig a hatvanasban, nagyon bonyolult volt. Először a tizedes törteket a XV. században alkalmazta Jamshid ibn Masud al-Kashi, szamarkandi matematikus és csillagász. A tizedesvessző helyett függőleges vonalat használt, vagy különböző színnel írta a szám egész, illetve törtrészét. 1585-ben Simon Stevin flamand tudós egy mindössze 7 oldalas, A tizedes egység című könyvében a tizedes törtek használatáról értekezett. 1592-től használják az egész és a törtrész elválasztására a tizedesvesszőt.	5	[35]
Pozítiv és negatív számok . A nulla	Az ókorban pálcikákat használtak a számoláshoz. Piros színű pálcikákkal ábrázolták a pozitív számokat, feketékkel pedig a negatívokat. Indiában a negatív számokkal az adósságot jelölték, a pozitív számokkal pedig a jövedelmet. Sok matematikus a negatív számokat hibás számoknak tartotta, mivel nem tudta elfogadni, hogy lehetséges a semminél" (a nullánál) kisebb szám. Csak a XVIII. században kezdték el a pozitív számokkal egyenrangú számoknak elfogadni a negatív számokat.	6	[36]

A szám abszolút értéke	1790-ben a francia nemzetgyűlés javaslatot tett egy új mértékegységrendszer megalkotására, és 1791-ben bevezették a hosszúság mértékegységét, a métert. A méter a görög „metron” szóból ered, amely mérést jelent. 1799-ben elkészítették a méter szabványát, ami egy platina rúd volt. De csak 100 év elteltével terjedt el egész Európában a metrikus mértékegységrendszer.	6	[36]
Racionális számok összehasonlítása	A legrégebbi matematikai tevékenység a számolás. Régen nem használták a nullát. Az ókori görögök és rómaiak semmit sem tudtak a nulláról. Kínában a nulla helyét üresen hagyták. Először a maja indiánok használtak külön jelet a nullára. A maják a kezdetet jelölték nullával. A nulla számjegy, ahogyan ma is használjuk, Indiából terjedt el. A nullát egy kis körrel jelölték. Az indiai matematikusok tették azt a forradalmi felfedezést, hogy a nullát nem úgy értelmezték, mint a szám hiányát, hanem, mint egy számot. Az első olyan feljegyzés, amiben már szerepel a nulla, a 876. évből származik.	6	[36]
Racionális számokkal végzett művelet	A természetes számok és a pozitív törtek az ókorban keletkeztek gyakorlati feladatok megoldásakor. A negatív számok bevezetését a matematika fejlődése tette elkerülhetetlenné, mégpedig az egyenletek megoldása. Mivel egy kivonást csak akkor lehetett elvégezni, ha a kisebbítendő nagyobb volt a kivonandónál, szükségessé vált a természetes számok bővítése. Ezt a bővítést jelentik az egész számok. Az egész számok körében mindig elvégezhető a kivonás. A negatív számok elméletét legrészletesebben Michael Stifel (1487-1567) német matematikus dolgozta ki. Elméletét a „Teljes aritmetika" című művében fejtette ki, ami 1544-ben látott napvilágot.	6	[36]
Szöveges feladatok megoldása egyenlettel	Az első olyan műnek, amiben algebrai kérdéseket vizsgál a szerző, az alexandriai Diophantos Aritmetika" (a IV. század közepe) című könyvét tekintjük. Diophantos hagyatéka 13 könyvből állt, ebből csak 6 kötet maradt az utókorra. Ezekben a kõtetekben összetett algebrai feladatok megoldásai is megtalálhatók. A teljes mű nagyobb részét a feladatgyűjtemény teszi ki megoldásokkal együtt, és a megoldásokat ügyesen szemléltető rajzokkal.	6	[36]

Párhuzamos és merőleges egyenesek	1. A perpendikuláris szó latin eredetű (perpendicularis), jelentése függőleges". A L jel használatát Pierre Hérigonius (1580-1643) francia matematikus és csillagász vetette fel. 2. A párhuzamos szó a görög paralelos" szóból ered, melynek jelentése egymás mellett halad". A ∥ jel használata az ókorba nyúlik vissza. Már Heron és Alexandriai Papposz is használta. Eredetileg a jel hasonlított az egyenlőség jelére, csak a félreértések elkerülése végett William Oughtred 1677-ben függőlegesre ajánlotta fordítani.	6	[36]
Egyenletek	Az egyiptomi tudósok 4000 évvel ezelőtt tudták, hogyan kell egyszerűbb egyenleteket megoldani. A keresett ismeretlen számot halomnak nevezték, és felkínálták például a következő problémát: "A kupac és a hetedik része összeadva 16. Keresse meg a kupacot." Most az egyenletet gyakran használják. Az algebra tudománya különféle egyenletek megoldásának módjait vizsgálja	5	[37]
Mennyiségek és jelentésük	A különböző korszakokban különböző mértékegységeket használtak. Például egészen a XX. Az ukránok a távolságokat mérföldben, verstában, ölben, arshinben, a tömeget poudában, fontban, tételben stb. Az arányok a következők voltak: 1 mérföld = 7 vert, 1 pud = 40 font, 1 vers = 500 öl, 1 font = 32 tétel, 1 köl = 3 arshini, 1 tétel = 3 orsó, 1 arshin = 16 krém, 1 orsó = 96 részecske, 1 vert = 1 km, 1 pud = 16 kg. Az ilyen mértékegységek közötti arányt nehéz volt megjegyezni és használni. Ráadásul ezek az arányok eltérőek voltak az egyes országokban. A 18. században Franciaországban kifejlesztett metrikus mérési rendszer sokkal kényelmesebbnek bizonyult. Hazánkban 1918-ban fogadták el. A metrikus mértékrendszer kényelmes, mert csak egy van benne a mértékegységek 10, 100 vagy 1000-szer nagyobbak vagy kisebbek, mint mások. És ezeknek a mértékegységeknek a nevei hasonlóak, mert ezekből állnak ugyanazok a szavak: deka, hekto, kilo, ami azt jelenti: tíz, száz, ezer és deci, santa, milli tized, század, ezred.	5	[37]

Tizedestörtek	Korábban az 5,763 tört így írták: 5763, vagy 5/763, vagy 507(1)6(2)3(3). A 18. században az egész részt vesszővel vagy ponttal kell elválasztani a tört résztől. Angliában, az USA-ban és néhány más országban még most is a 2,3 és 0,5 tizedes törteket 2,3 10,5-nek (és így 5-nek) írják. A tizedes törtek elméletét először egy arab matematikus dolgozta ki a 15. században. al-Kashi. Műveit azonban sokáig nem ismerték Európában. Nem tudván al-Kashi kutatásairól, a 16. században újra felfedezte a tizedes törteket. S. Stevin flamand mérnök.	5	[37].
A körvonal hossza. A körlap területe	A matematikusok mindig próbálkoztak minél pontosabban megállapítani a π szám értékét. Már a régi $\pi = \frac{22}{7}$ Arkhimédész (i. e. III. sz.´) időkben tudták, hogy egy ismert ókori görög tudós, kimutatta, hogy $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$. A XVIII. században a matematikusok megállapitották, hogy a számot lehetetlen véges tizedes tört alakban vagy végtelen szakaszos tizedes tört alakban felírni.	6	[22]
Racionális számok szorzása	A XVII. században sok európai matematikus bizalmatlanul állt a negatív számokhoz vagy akár nem is ismerték őket el, hamisnak, abszurdnak és lehetetlennek nevezve őket. A negatív számok törvényesítésében egy komoly lépést tett René Descartes (1596-1650). Lakóhelyet osztott nekik a számegyenesen nullától balra, így ki- egyenlítve jogaikat a pozitív számokkal. Ez az értelmezés azonban nem magyarázta meg, hogyan lehet szorozni a negatív számokat, ezért az elismerésükkel kapcsolatos viták csaknem 200 évig tartottak.	6	[38].
Természetes számok oszthatósága	Eratoszthenész ókori görög matematikus nem sokkal Eukleidész után ajánlotta a maga módszerét a törzsszámok táblázatának összeállítátására. Ez a módszer az Eratoszthenész szitája el. nevezést kapta. Nagy érdemeket szereztek a törzsszámok az orosz és a szovjet matematikusok. P. L. Csebisev (1821-1894) bebizonyította, hogy bármely 1-nél nagyobb természetes szám és kétszerese között (például 2 és 4, 3 és 6. 10 és 20 és 1. t.) mindig található legalább egy törzsszám. I. M. Vinogradov (1891-1983) megállapította, hogy bármely vi- szonylag nagy páratlan számot el- képzelhetünk három törzsszám össze- geként	6	[39]

A körlap területe	Az ember ősidők óta számos mértani alakzatot ismer, többek között a körvonalat és a körlapot. Erről tanúskodnak azok az ásatások, amelyekből különböző ékszerek, edények, ókori épületek maradványai kerültek elő. Tehát már akkor szükség volt a kör- vonal hosszának és a körlap területének a kiszámítására. Manapság tudjuk, koronként más és más számot tartottak a n értékének. Így az ókori Egyiptomban (körülbelül 3500 évvel ezelőtt) 3,16 szolgált a n meghatározására, az ókori rómaiak pedig úgy tartották, hogy $\pi = 3,12$. Az ókori Görögország nagy tudósa, Arkhimédész (287-212 i.e.) meghatározta, hogy a π értéke $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$.között mozog vagy $3,1408... < \pi < 3,1428....$ Korszerű számító- 7 gépekkel a n több, mint egymillió tizedes jegyét számították ki. A körvonal hossza és átmérője hányadosának a jelölésére elsőként egy angol matematikus, Jones használta a n betűt 1706-ban, de általánosan elfogadottá ez a jelölés az ismert matematikus, a pétervári akadémia tagja, Leonhard Euler (1707-1783) munkái révén vált. Ő a π értékének 153 tizedes jegyét számítota ki.	6	[39]
Negatív számok	Negatív számokat először az Ökori Kínában alkalmaztak kö rülbelül 2100 évvel ezelőtt. Ok már tudtak pozitív és negativ számokat összeadni és kivonni. A negatív számokat adósságnak, a pozitív számokat jövedelemnek tekintették. Ugyanígy viszo- nyultak ezekhez a számokhoz Indiában is a VII. században, de ott már ismerték a szorzás és az osztás szabályait is .	6	[39]
Bevezetés az algebrába	A IX. században az ismert tudós, Muhammad ibn Músza al-Hvárizmi (Hvárizm városában született Perzsiában, Músza fiaként) írt egy értekezést az egyenletek megoldásának módszereiről. Ebben az időben a negatív számokat hamis, abszurd számoknak tartották. Ezért, amikor megoldásul hamis számot kaptak, akkor valós számokká alakították át őket úgy, hogy átvitték őket az egyenlet másik oldalára.	7	[40]

Bevezetés az algebrába	A IX. században az ismert tudós, Muhammad ibn Músza al-Hvárizmi (Hvárizm városában született Perzsiában, Músza fiaként) írt egy értekezést az egyenletek megoldásának módszereiről. Ebben az időben a negatív számokat hamis, abszurd számoknak tartották. Ezért, amikor megoldásul hamis számot kaptak, akkor valós számokká alakították át őket úgy, hogy átvitték őket az egyenlet másik oldalára. Az ilyen átalakításokat al-Hvárizmi helyrerakásnak nevezte (arabul al-dzsabr). Az egyenlet két oldalán lévő azonos tagok összevonását rövidítésnek (arabul al-mukabala). A tanulmány címe Rövid könyv a helyrerakásról és az összevonásról (arabul – Hiszáb al-dzsabr walmukába). Később az al-dzsabr szóból alakult ki az algebra kifejezés. A XII. században al-Hvárizmi műveit lefordították latinra. A középkori Európában al-Hvárizmi nevét Algorizmi-nek írták át. A tanulmányában előforduló szabály többsége Dixit Algorizmi (Algorizm mondta) szavakkal kezdődik. Fokozatosan megszokták, hogy ezekkel a szavakkal kezdődnek a szabályok, és az Algorizmi kifejezést már nem a szerző nevével kapcsolták össze. Így alakult ki az algoritmus kifejezés, amelyen azt az eljárást értjük, amikor véges számú lépések végrehajtása a feladat megoldásához vezet. Ezekkel az eljárásokkal részletesebben az informatikaórákon ismerkedtek meg.	7	[40]
Egész kifejezések	Mint minden nyelvnek, a matematikainak is megvan a saját ábécéje – a matematikai szimbólumok. Ezek számok, betűk, műveleti jelek stb. Ezekből állnak össze a matematikai nyelv szavai, például a kifejezések. A szavak mondatokat alkotnak, például a képleteket stb. Azt gondolhatnánk, nincs annál könnyebb, mint felírni a $2x = 4$ lineáris egyenletet. Viszont ezt még a nagy al-Hárizmi1 is jóval hosszabban írta fel: Két gyök 4 dirhammal 2 egyenlő. Ennek az az oka, hogy al-Hárezmi idejében még nem léteztek matematikai szimbólumok. Ez nem jelenti azt, hogy a IX. század előtt élt tudósok nem kísérelték meg a matematikai nyelv létrehozását.	7	[40]

Egész kifejezések	Még az I. században Alexandriai Héron görög matematikus az ismeretlent a σ (szigma) betűvel jelölte meg. A szimbólumok létrehozásában a következő lépést a III. században Alexandriai Diophantosz tette meg. Az Aritmetika című híres művében nemcsak az ismeretlen jelölését vezette be. Az algebrai szimbólumok létrehozása a tehetséges német tudós, Jordanus Nemorarius munkáinak köszönhetően a XIII. században újult meg. Ő élesztette újjá az európai matematikában a betűszimbólum ötletét. A XV. században a neves olasz matematikus, Luca Pacioli által használt szimbólumok terjedtek el széles körben. Sokat tettek a matematikai szimbólumok tökéletesítésében a XVI. században élt Johannes Widman és Adam Riese német matematikusok is. A betűszimbólumok megalkotójának joggal tekinthető az egyik leghíresebb francia matematikus, a XVI. században élt Francois Viéte. Ő elsőként nemcsak a változókat, hanem a mennyiségek értékét is betűkkel jelölte meg. Az ukrán matematikai szaknyelv fejlesztésében és rendszerezésében nagy szerepe volt Volodimir Levickijnek, a lvivi (lembergi) egyetem fizika-matematika szakos professzorának. Tudományos munkái nagy mértékben elősegítették az ukrán matematikai iskola létrejöttét és fejlődését. Az ukrán matematikai kultúra megalapítójának egyértelműen az európai hírű tudóst, a filozófia doktorát, Miron Zarickij professzort tekintik.	7	[40]
Kétváltozós lineáris egyenlet rendszerek	Az i. e. II. században Hipparkhosz görög csillagász elsőként használta a koordinátákat helymegállapításhoz a Föld felszínén. Nicole Oresme (ejtsd: Nikol Orem) (1323–1392) francia tudós a XIV. században alkalmazta először a matematikában Hipparkhosz ötletét: a síkot négyzetrácsokra osztotta (hasonlóan a kockás füzetlaphoz), majd a pontok helyzetét szélesség és hosszúság alapján adta meg. A koordinátákban rejlő nagy lehetőségeket viszont csak a XVII. században fedezte fel Pierre Fermat (ejtsd: Pier Fermá) és René Descartes (ejtsd: Röné Dékárt) francia matematikusok.	7	[40]

Kétváltozós lineáris egyenlet rendszerek	A tudósok munkáikban bemutatták, hogy a koordináta-rendszer segítségével hogyan juthatunk el a pontoktól a számokig, a vonalaktól az egyenletekig, az algebrától a mértanig. Noha Fermat a tanulmányát Descartesnél egy évvel korábban publikálta, a matematikában ma is használt koordinátarendszert mégis Descartes-féle koordinátarendszernek nevezik. Ez annak köszönhető, hogy Descartes az Értekezés a módszerről című munkájában bemutatott egy új, kisebb változtatásokkal ma is használatos betűs jelölési módszert. Ennek alapján jelöljük az ismeretleneket a latin ábécé utolsó betűivel: x, y, z, az együtthatókat pedig az elsőkkel: a, b, c, ... A már ismert x^2, x^3, y^5 stb. hatványjelöléseket szintén Descartesnak köszönhetjük.	7	[40]
Egyenértékű egyenletek	Az egyenletek második tulajdonságát először Muhammad ibn Musza al-Hvarizmi üzbég matematikus fogalmazta meg a IX. században. Könyvének címe „Hiszab al-dzsebr walmuqabala", amely magyarra így fordítható: „A rövidítés és a törlés tudo- mánya". A lineáris egyenletek megoldását írta le, de mivel a szerző nem ismerte a negatív számokat ezért az egyenlet megoldását úgy magyarázta, hogy ha az egyik oldalról „letörlünk" egy tagot, azt a másik oldalon pótolni kell. Ezt a folyamatot al-dzsebrnak nevezte. A másik szabály, amit leírt a könyvében az, hogy az egyenlet mindkét oldaláról le lehet „törölni" az egyenlő tagokat. Ezt a tulajdonságot walmuqabalának nevezte. A könyv címének második szavából lett az algebra szavunk. Később latinra is lefordították, és a címe Algebra lett. Az algebra fejlődésében fontos lépés volt az al-dzsebr féle átalakítás, mert ennek segítségével lényegesen egyszerűsödött az egyenletek megoldása.	7-8	[41]
A két változós lineáris egyenletek grafikonja	A pontok koordinátáit egy francia matematikus, René Descartes (1596- 1650), alkalmazta elsőként. Ezért Descares-féle koordinátáknak is szokták nevezni.	7-8	[41]

Másodfok egyenletek	A matematikatanárok több nemzedéke és tanítványaik is Mikola Andrijovics Csajkovszkij (1887–1970) híres ukrán pedagógus és matematikus Másodfokú egyenletek című könyvéből merítették pedagógiai tapasztalataikat és bővítették tudásukat. M. A. Csajkovszkijnak óriási pedagógiai és tudományos hagyatéka van. Munkásságát Ukrajna határain túl is jól ismerik.	8	[42]
Viète tétele	1591-ben bevezette azt, hogy nemcsak az egyenletek változóit, hanem az együtthatóit is betűvel jelölte, ami lehetővé tette az egyenletek általános alakjának és gyökeinek vizsgálatát. Viète saját bevallása szerint különösen nagyra értékelte saját munkái közül az egyenlet gyökei és együtthatói közötti összefüggés felfedezését.	8	[42]
A racionális egyenlet, mint a reális problémák matematikai modellje	Tartaglia is felfedezte a harmadfokú egyenletek megoldásának eljárását és 1535. november 20-án. Először a titkos képletet Girolamo Cardano (1501–1576) ismert olasz matematikus jelentette meg a A nagy művészet, avagy az algebrai szabályokról című könyvében. Ebben a műben találkozunk először a negyedfokú egyenlet megoldási eljárásával is, melyet Ludoviko Ferrari (1522–1565) dolgozott ki.	8	[42]
Függvények	Európa első elektronikus számológépét Kijevben alkották meg. 1947 végén Szerhij Olekszijovics Lebegyev irányításával az Ukrán Tudományos Akadémia Elektrotechnikai Intézetének elektrotechnikai és speciális modellezés laboratóriumában megkezdődött az úgynevezett elektronikus számológépmodellek programja, az MESZM (malaja elektronnaja szcsotnaja masina).	8	[42]
Függvények és tulajdonságaik	Peter Gustav Dirichlet (1805-1859): német matematikus. Sok jelentős felfedezést tett a számelmélet területén. Kiemelkedő eredményeket ért el az algebra és a matematikai analízis terén. Komoly kutatásokat folytatott a mechanikában és a matematikai fizikában. Nyikolaj Ivanovics Lobacsevszkij (1792-1856): orosz matematikus, a nem euklidészi geometria megalkotója, amely megváltoztatta a matematika axiomatikájának szerepéről kialakult elképzeléseket és nagy jelentőséggel bírt a relativitáselmélet kidolgozásában.	9	[43]

Függvények és tulajdonságaik	Jelentős sikereket ért el a matematikai analízis és az algebra terén is. Kidolgozta a magas fokú algebrai egyenletek megközelítő megoldásának módszerét.	9	[43]
Egyváltozós egyenletek	Evariste Galois (1811-1832): francia tematikus. Lerakta a modern algebra ma- alapjait, megalkotott egy sor alapfogalmat. Meghatározta a gyökjel segítségével megoldható algebrai egyenlet szükséges és elégséges feltételét. Niels Henrik Abel (1802-1829): norvég matematikus. Az algebrai függvények általános elméletének a megalkotója, nagy munkát fejtett ki a matematikai analízis terén. Először bizonyította be, hogy nem lehet gyökjel segítségével megoldani az ötödfokú általános algebrai egyenletet.	9	[43]
Tetszőleges argumentumú trigonometrikus függvények	Klaudiosz Ptolemaiosz (i. sz. 90-160 körül): görög tudós, a geocentrikus világkép megalkotója. Kidolgozta a bolygók mozgásának ma- tematikai elméletét, amely lehetővé tette helyzetük kiszámítását az égbolton. Jelentősen hozzájárult a trigonometria fejlődéséhez. Leonardo Euler (1707-1783): svájci matematikus, gépész, fizikus, csillagász. Harminc évig dolgozott Oroszországban. A pétervári akadémia tagja. Rendkívül széles érdeklődésű tudós. A matematika, égi mechanika, fizika, hajóépítés terén írt számos munkája jelentősen hozzájárult a tudományok fejlődéséhez.	9	[43]
A függvényekről	A változó mennyiségeket és a függvényeket gyakorlatilag jóval korábban használták már a matematikában, semmint kialakult volna azok általános fogalma. E fogalmak létrejöttében jelentős szerepe volt a koordináták módszerének, amit két francia matematikus, Pierre Fermat (1601-1665) és René Descartes (1596- 1650) dolgozott ki. A koordináták módszerét széleskörűen kezdték alkalmazni a függvények grafikus elemzésénél és az egyen lettek grafikus megoldásánál. Ez volt annak a korszaknak a kezdete, amely nemcsak a matematika, hanem a természet tudományok nagymértékű fejlődését nyitotta meg. A függvény fogalmát Gottfried Wilhelm Leibnitz (1646- 1716) német matematikus vezette be. Nála a függvény összefüggött a grafikonnal.	9	[43]

A függvényekről	Leonhard Euler (1707-1783) és Johann Bernoulli (1667- 1748) nevéhez fűződik a függvénynek mint analitikus fogalomnak az értelmezése, vagyis olyan kifejezésnek, amely változókból és számokból jött létre különböző analitikus műveletek segítségével. Abban az időben fedezték fel a függvények olyan fontos fajtáit, amelyekkel a matematika egyik legfontosabb ága, a matematikai analízis foglalkozik. Euler általánosan értelmezte a függvényt, úgy mint két változó mennyiség közötti összefüggést. Ezt a szempontot fejlesztette tovább munkáiban Nyikolaj Lobacsevszkij (1792-1856), Peter Gustav Dirichlet (1805-1859) orosz, illetve német matematikus és számos más tudós. Ezután a függvényt már úgy kezdték kutatni, mint a számok halmaza közötti összefüggést: az y változó az x változó függvénye (az $a<x<b$ intervallumon), ha minden x értéknek egy bizonyos y érték felel meg, miközben annak nincs jelentősége, hogy ezt az összefüggést képlet, grafikon, táblázat segítségével vagy szavakban határozzuk meg.	9	[43]
A hatvány	A természetes kitevőjű hatvány fogalma már az ókori népeknál kialakult. Terület- és térfogatszámításoknál használták négyzetét és köbét. Az Ökori Egyiptom és Babilonia tudósai egyes feladatok megoldásakor már használták Babilonia tu hatványát. A III. században jelent meg Diophantosz görög tudós Arithmetica című műve, amely a betűjelrendszer bevezetésének kezdetét jelentette. Diophantosz bevezette az ismeretlen első hatványának és fordítottjának jelét. Francois Viete a XVI. század végén bevezette már nemcsak az ismeretlen, hanem a hatványkitevő betűvel való jelölését is. A következő rövidítéseket alkalmazta: N (Numerus - szám) az első hatvány jelölésére, Q (Quadratus - négyzet) a második hatványra, C (Cubus -köb) a harmadik hatványra, QQ – a negyedik hatványra és í.t A mai napig használatos hatványjelölést (a^3, a4, a5 és í.t) Descartes vezette be, ellenben az a szám második hatványát, azaz az a^2-et úgy írta fel, mint aa.	9	[43]

A hatvány	A hatvány fogalmának általánosítását a nem természetes kitevőjű hatványra a matematikusok csak fokozatosan terjesztették ki. A negatív és tört kitevőjű hatványok a XIV-XV. századi európai matematikusok munkáiban jelennek meg (Oresme, Chuquet). A nulla, negatív és tört kitevőjű hatványok mostani meg. határozása és jelölése John Wallis (1616-1703) és Isaac New- ton (1643-1727) angol matematikusok munkáiban veszi kezdetét.	9	[43]

Az idő múlásával egyre gyakrabban alkalmazzák a matematika történeti elemeit az oktatási folyamatban. Megfigyelhető, hogy korábbi tankönyvekben, mint például az 1996-os és a 2001-es ötödik osztályos matematika tankönyvekben, vagy a Litvinenko G.M. és Voznyak G.M. által írt, 1997-ben kiadott hatodik osztályos matematika könyvben nem találhatók matematika történeti elemek. Azonban az idő előrehaladtával egyre gyakrabban jelennek meg ilyen elemek a matematika, algebra és mértan tankönyvekben. Ez a trend azért figyelhető meg, mert az ilyen megközelítés elősegíti a matematika összekapcsolását más tudományterületekkel és a valós élet problémáival, valamint érdekesebbé teszi a tanulást. A matematika történeti elemek integrálása hozzájárul a matematikai elvek és módszerek mélyebb megértéséhez. Emellett az idő múlásával egyre több kutatás és publikáció jelenik meg ebben a témában, ami növeli az érdeklődést és a tudatosságot a matematika történelmével kapcsolatban.

Összegzés

A matematika az emberiség egyik legrégebbi és legfontosabb tudománya, melynek fejlődése és alkalmazása szorosan összefügg az emberi kultúra és civilizáció történetével. A matematikatörténet elemzése és tanulmányozása nem csupán a matematikai elméleteket és módszereket tárgyalja, hanem mélyen megvizsgálja a társadalmi, kulturális és előtudományos kontextust is, amelyekben ezek a fejlemények zajlottak.

A mai oktatási rendszerünknek az a feladata, hogy elősegítse a gyermekek pozitív motivációjának kialakítását az iskolai tanulási tevékenység iránt. Sok tanár és oktatási szakember felismeri a történeti elemek használatának jelentőségét a tanulási folyamat gazdagításában és elmélyítésében. Az iskolai matematikaoktatásban a történeti elemek számának növekedése észrevehetővé válik, mivel ez az a megközelítés, ami lehetővé teszi a diákok motiválását az oktatásban.

Az első fejezetben áttekintésre és elemzésre került a tudományos irodalom, és tisztázódott a "Tudomány története" és a "Matematika története" fogalmak lényege.

A második fejezet tartalmazza a híres matematikusok életrajzait, és megvizsgálja a matematikatörténetet több korszakra osztva, amelyekben a matematikai felfedezések fontos szerepet játszottak.

A harmadik fejezetben különböző évjáratú matematika tankönyveket hasonlítottam össze.

Az elért eredmények alapján a következő következtetések vonhatók le:

- A matematika történetének elemeinek oktatási folyamatban való használatának kutatása további fejlődést mutatott;

- Megállapítottam, hogy a modern tankönyvekben sokkal több matematikatörténeti elemet mutatnak be, mint a korábban kiadott tankönyvek.

- Az elemzés eredményei rámutattak arra, hogy az idő múlásával a matematika tankönyvek egyre inkább hangsúlyozzák a történeti kontextust, ezzel is gazdagítva a tanulási élményt.

Irodalomjegyzék

1. Tudománytörténet
   Interneten: *https : //mek.oszk.hu/*08100/08143/08143*.pdf*

2. A világ alaptörvény kutatásának új utjai
   Interneten: *https : //mek.oszk.hu/*08000/08068/08068*.pdf*

3. A tudománytörténet a képzeletünket túlhaladó fogalmak elfogadásáról szól.
   Interneten: *https : //www.idezzetek.hu/quote/*52794*/info*

4. George Sarton
   Interneten: $https : //todayinsci.com/S/Sarton_{G}eorge/SartonGeorge-Quotations.htmgoogle_{v}ignette$

5. Tudománytörténet
   Interneten: $5.http : //resource.history.org.ua/cgi-bin/eiu/history.exe?I21DBN = EIUP21DBN = EIUS21STN = 1S21REF = 10S21FMT = eiu_{a}llC21COM = SS21CNR = 20S21P01 = 0S21P02 = 0S21P03 = TRN = S21COLORTERMS = 0S21STR = Istorija_{n}auky$

6. Hartl Péter* A tudománytörténet szerepe Kuhn filozófiájában
   Interneten: $https : //real.mtak.hu/73589/1/EPA01148_{k}ellek_{4}7_{0}33_{0}49_{u}.pdf$

7. Михайличенко О.В. «Історія науки і техніки»

8. A matematika története
   Interneten: $https : //history-maps.com/hu/story/History-of-Mathematics$

9. George Sarton
   Interneten: $https : //todayinsci.com/S/Sarton_{G}eorge/SartonGeorge-Quotations.htm$

10. A matematikatortenet felhasznalasa a matematikaoktatasban
    Interneten:$https : //dspace.kmf.uz.ua/jspui/bitstream/123456789/1701/1/Kelemen_{DAm}atematikatortenet_{f}elhasznalasa_{am}atematikaoktatasban_{2}022.pdf$

11. Особлива привабливість історії математики
    Interneten: $https : //buki.com.ua/blogs/matematika - v - sviti - istoriya - zastosuvannya - ta - vpliv - na - sucasnist//$

12. Математика в світі: Історія, застосування та вплив на сучасність
    Interneten:$https : //www.oktatas.hu/pub_{b}in/dload/kozoktatas/pok/Budapest/szaktanacsadoi_{a}nyagok/informatika_{l}ms_{r}endszerek.pdf$

13. Історія математики
    Interneten : $https : //kolomoicevalena.wixsite.com/integrazia/blank - 14$

14. Thalesz
    Interneten:$https : //matekarcok.hu/thalesz/$

15. Pitagorasz
Internetn: *https : //www.nkp.hu/api/media/relpath/NKPiii*
Interneten :https://dovidka.biz.ua/evklid-biografiya-skorocheno

16. Arkhimédész
Interneten: *https : //matekarcok.hu/arkhimedesz/*

18. Fibonacci, Leonardo Pisano Interneten: *https : //matekarcok.hu/fibonacci−leonardo−pisano/*

19. Regiomontanus, Johannes Müller
Interneten:*https : //matekarcok.hu/regiomontanus − johannes − muller/*

20. Kepler, Johann
Interneten:*https : //matekarcok.hu/kepler − johann/*

21. Cardano, Girolamo
Interneten:*https : //matekarcok.hu/cardano − girolamo/*

22. René Descartes
Interneten:*https : //mult − kor.hu/cikk.php?id* = 9157

23. A Matemática de René Descartes (1596 – 1650)
Interneten:*https : //brasilescola.uol.com.br/matematica/a − matematica − rene − descartes* − 15961650*.htm*

24. Descartes, René
Interneten:*https : //matekarcok.hu/descartes − rene/*

25. 380 éve született Sir Isaac Newton
Interneten: *https : //svabhegyicsillagvizsgalo.hu/hirek/blog/*380*−eve−szuletett−sir − isaac − newton*

26. Leibniz, Gottfried Wilhelm
Interneten:*https : //matekarcok.hu/leibniz − gottfried − wilhelm/*

27. Gauss – a matematika fejedelme
Interneten: *https : //tudas.hu/gauss − a − matematika − fejedelme/*

28. Gauss, Carl Friedrich
Interneten: *https : //matekarcok.hu/gauss − carl − friedrich/*

29. Riemann, Bernhard
Interneten: *https : //matekarcok.hu/riemann − bernhard/*

30. Neumann János életrajza
Interneten: *https : //njszt.hu/hu/page/neumann − janos − eletrajza*

31. Hilbert, David
Interneten: *https : //matekarcok.hu/hilbert − david/*

32. А. Г. Конфорович і Г. М. Андрієвська. Історія розвитку математики. Київ, Україна: Вища школа, 1980.

33. В.Г. Бевз. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів. Монографія. Київ, Україна: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2005.

34. Лісковець С., Гуда О., Тимощук В. Історія математики в контексті вивчення математичних дисциплін у закладах вищої освіти Український педагогічний журнал. 2020. No4. 215–223

35. Arkagyij Merzljak,Vitalij Polonszkij,Mihajlo Jrlik, Matematika 5. osztáky: Tankönyv a magyar oktatási nyelvű általános középfokú tanintézmények számára, Київ «Атлант»,2023

36. N.A Taraszenkova,I.M.Bohatirjova, O. M. Kolomijec, Z.O. Szergyuk, Matematika, Tankönyv az általános iskolák 6. osztálya számára, Csernyivci „Bukrek",2014

37. Бевз Г.П., Бевз В. Г. Математика:Підруч. для 5кл. загальоосвіт.навч. закл.-К. : Зодіак-ЕКО, 2005-352 с. : іл

38. Arkagyij Merzljak,Vitalij Polonszkij,Mihajlo Jrlik, Matematika: Tankönyv az általános középfokú tanintézmények 6. osztálya számára Львів ,Видавництво «Світ»,2023

39. E. R. Nurk, A. E. Telgmaa, Matematika. Tankönу a közápiskolák 6. osztálya számára, Kijev-Uzsgorod, Ragyanszka Skola Kiadó.1991.-224 old.

40. A.H. Merzljak,V. B. Polonszkij, M. Sz. Jrlik, Algebra. Tankönyv az általános oktatási rendszerű tanintézetek 7. osztálya számára, Львів ,Видавництво «Світ»,2015

41. Bevz H. P., Algebra:Kísérleti tankönyv a középiskolák 7-9. osztálya számára.-Lviv:Szvit Kiadó,2001.-300 old.

42. A.H. Merzljak,V. B. Polonszkij, M. Sz. Jrlik, Algebra. Tankönyv az általános oktatási rendszerű tanintézetek 8. osztálya számára, Львів ,Видавництво «Світ»,2016

43. Algebra: Tankönyv a középiskolák 9. oszt. számára / J. Ny. Makaricsev, N. G. Mingyuk, K. I. Nyeskiv, Sz. B. Szuvorova; Szerk. Sz. A. Teljakovszkij.-K.-Uzsgorod, Ragyanszka Skola Kiadó. 1991.-272 old.

Резюме

Математика — одна з найдавніших і найважливіших наук людства, розвиток і застосування якої тісно пов'язане з історією людської культури та цивілізації.

Аналіз і вивчення історії математики - це не тільки математичні теорії і не лише обговорення та розробка математичних методів, але і глибоке вивчення соціального, культурного та донаукового контексту, в якому відбувалися ці розробки.

На сьогодні перед нашою системою освіти стоїть завдання розвинути в дитини позитивну мотивацію до навчальної діяльності. багато викладачів і освітян визнають значний потенціал використання елементів історії для збагачення та поглиблення процесу навчання. Збільшення кількості елементів історизму в навчальній практиці вчителя математики стає помітним, оскільки такий підхід може бути основою для заохочення школярів до навчання.

У першому розділі проведено огляд та аналіз наукової літератури, з'ясовано сутність понять «Історія науки» та «Історія математики».

Другий розділ містить біографії відомих математиків та розглядає умовний поділ історії математики на кілька епох, в яких важливу роль відіграли математичні відкриття.

У третьому розділі я порівняв підручники з математики різних років видання. На основі отриманих результатів можна зробити висновки:

- дістало подальший розвиток дослідження особливостей використання у навчальному процесі елементів історії математики;

- встановлено, що у сучасних підручниках представлено значно більше елементів з історії математики ніж у раніше виданих підручниках

- результати аналізу показали, що з часом підручники з математики все більше підкреслюють історичний контекст, збагачуючи тим самим навчальний досвід.

Nyilatkozat

Alulírott, Jánki Klaudia, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) képzési program hallgatója, kijelentem, hogy a dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskolán, a Matematika és Informatika Tanszéken készítettem, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) BSc diploma megszerzése végett.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola könyvtárában a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

Звіт про перевірку схожості тексту Oxsico

Назва документа:
Szakdolgozat_Janki_Klaudia.pdf

Ким подано: **Пап Габріелла**	Дата перевірки: **2024-05-27 10:14:49**	Дата звіту: **2024-05-27 11:14:56**
Ким перевірено: **I + U + DB + P + DOI**	Кількість сторінок: **45**	Кількість слів: **14246**

Схожість 20%	Збіг: **44 джерела**	Вилучено: **10 джерела**
Інтернет: **26 джерела**	DOI: **0 джерела**	База даних: **0 джерела**
Перефразовування 3%	Кількість: **39 джерела**	Перефразовано: **715 слова**
Цитування 10%	Цитування: **70**	Всього використано слів: **2568**
Включення 1%	Кількість: **5 включення**	Всього використано слів: **186**
Питання 1%	Замінені символи: **0**	Інший сценарій: **114 слова**