

Міністерство освіти і науки України
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II
Кафедра математики та інформатики

Реєстраційний № _____

Магістерська робота
ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ПРОЦЕСУ ВИВЧЕННЯ РІВНЯНЬ
У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ
УГОРЩИНИ ТА УКРАЇНИ

Шіпош Марієтта Бейлівна

Студентка II-го курсу

Спеціальність 014 Середня освіта (Математика)

Освітній рівень: магістр

Тема затверджена на засіданні кафедри

Протокол №3 / 2019

Науковий керівник: **Кудлотяк Чаба Анталович**

ст. викладач

Завідувач кафедрою математики та інформатики: **Кучінка Каталін Йожефівна**

к. ф.-м. н

Робота захищена на оцінку _____, «__» _____ 2020 року

Протокол № _____ / 2020

**Міністерство освіти і науки України
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II**

Кафедра математики та інформатики

Магістерська робота
ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ПРОЦЕСУ ВИВЧЕННЯ РІВНЯНЬ
У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ
УГОРЩИНИ ТА УКРАЇНИ

Освітній рівень: магістр

Виконала: студентка II-го курсу
спеціальності 014 Середня освіта
(Математика)

Шіпош Марієтта Бейлівна

Науковий керівник: **Кудлотяк Чаба Анталович**

ст. викладач

Рецензент: **Поллої Дезидер Федорович**

ст. викладач

Берегове
2020

Зміст

Вступ	6
1. Поняття рівняння та методика його формування	7
2. Навчальні програми та підручники. Підручники та навчальні програми Угорщини	13
2.1 Перший цикл підручників для 5–8 класів	15
2.2 Другий цикл підручників для 5–8 класів	18
2.3 Третій цикл підручників для 5–8 класів	21
2.4 Порівняння навчальних програм Угорщини для 5–8 класів	23
2.5 Перший цикл підручників для 9–12 класів	28
2.6 Другий цикл підручників для 9–12 класів	31
2.7 Третій цикл підручників для 9–12 класів	34
2.8 Порівняння навчальних програм Угорщини для 9 – 12 класів.....	36
3. Українські підручники та навчальні програми	41
3.1 Навчальні програми для 5–6 класів	47
3.2 Навчальні програми для 7–9 класів	48
3.3 Навчальні програми для 10–11 класів	48
4. Порівняльний аналіз	50
5. Розробки уроків	63
Висновки	74
Список використаної літератури	76
Список додатків (малюнків, таблиць)	79
Резюме українською мовою	81

**Ukrajna Oktatási és Tudományügyi Minisztériuma
II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola**

Matematika és Informatika Tanszék

**AZ EGYENLETEK OKTATÁSÁNAK ÖSSZEHASONLÍTÁSA
A MAGYARORSZÁGI ÉS UKRAJNAI
KÖZÉPISKOLAI MATEMATIKA TANANYAGBAN**

Magiszteri dolgozat

Készítette: Sipos Marietta

II. évfolyamos matematika

szakos hallgató

Témavezető: Kudlotyák Csaba

adjunktus

Recenzens: Pallay Dezső

adjunktus

Tartalomjegyzék

Bevezetés	6
1. Az egyenlet fogalma és fogalmának kialakítása	7
2. Tantervek és tankönyvek. Magyarországi tankönyvek és tanmenetek	13
2.1 Első könyvcsomag, 5–8. osztály	15
2.2 Második könyvcsomag, 5–8. osztály	18
2.3 Harmadik könyvcsomag, 5–8. osztály	21
2.4 A Magyarországon használható tanmenetek összevetése az 5–8. osztályban	23
2.5 Első könyvcsomag, 9–12. osztály	28
2.6 Második könyvcsomag, 9–12. osztály	31
2.7 Harmadik könyvcsomag, 9–12. osztály	34
2.8 A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 9–12. osztályban	36
3. Ukrajnai tankönyvek és tanmenetek	41
3.1 Az 5–6. osztályos tanmenetek	47
3.2 A 7–9. osztályos tanmenetek	48
3.3 A 10–11. osztályos tanmenetek	48
4. Összehasonlítás	50
5. Óravázlatok	63
Összefoglalás	74
Irodalomjegyzék	76
Ábrák jegyzéke	79
Ukrán nyelvű összefoglalás	81

Bevezetés

Az ókori babilóniaiak idejében már jelen volt az algebra, akik kifejlesztettek és használtak egy algebrai módszereken alapuló aritmetikai rendszert. Már 4000 éve olyan problémákat oldottak meg, az említett módszer segítségével, amiket ma általában lineáris vagy kvadratikus egyenletekkel szoktak kezelni. A következő 2000 évben kínai, indiai, görög matematikusok lineáris, másod-, harmad- és negyedfokú és többismeretlenes egyenletek, lineáris egyenletrendszerek, diafantoszi egyenletek gyökeinek, megoldásainak meghatározásában dolgoztak ki módszereket és megoldásokat. Az alexandriai Hérón három kötetben foglalkozik az algebrai egyenletekkel i.sz. 150 tájékán. 200-ban pedig, az algebra atyjának tartott Diophantosz megírja az *Arithmetica* című könyvét, mely szintén algebrai egyenletekkel foglalkozik. Diophantosz műve nagy előre lépésnek számított a matematika területén.

Láthatjuk, hogy majd 2000 évvel ezelőtt is nagy figyelmet fordítottak az egyenletekre és annak megoldására. Napjainkban, az oktatásban nagy szerepet kap az egyenlet fogalma. Az egyenletek tanítása nagyon sok matematikai fogalmat érint. A téma oktatása, már kisiskolás korban elkezdődik, amikor a gyerekek még nem nevezik nevén, de már használják az egyenleteket. Az itt megalapozott fogalomra folyamatosan építünk. Az egyenletek tanításakor sok fontos matematikai fogalommal találkozunk, ismerkednek már kezdetektől fogva a gyerekek. A legfontosabb ezek közül: az egyenlőség, a változó, a műveletek, műveleti tulajdonságok, egyenletek ekvivalenciája, stb.

Diplomamunkám célja, hogy összehasonlítsam az egyenletek oktatását a magyarországi és ukrainai oktatási rendszerben. A dolgozat megírása során először áttekintem a magyarországi és ukrainai tanmeneteket, tankönyveket, különös figyelemmel kísérve az egyenletek oktatását, majd elemzem és összehasonlítom azokat, hogy rámutassak az azonosságokra és különbségekre.

1. fejezet

Az egyenlet fogalma és fogalmának kialakítása

Az egyenlet az algebra, sőt az egész matematika egyik legfontosabb fogalma. Sok forrásban olvasható is, hogy az algebra évszázadokon át egyenletekkel foglalkozó tudományként fejlődött.

Általánosan elterjedt egyszerű megfogalmazás, hogy az egyenlet a matematikában egyenlőségjellel összekapcsolt két kifejezés. A két kifejezést az egyenlet bal és jobb oldalának nevezzük. Az egyenletek is többnyire változókat vagy határozatlan mennyiségeket is tartalmaznak, melyeket ismeretleneknek nevezünk. Ez az egyszerű megfogalmazás bárki számára elérhető, ha egy internetes keresőprogramba beüti azt a szót, hogy egyenlet. Eredményül elsőként ezt a megfogalmazást fogja kapni, mely már egy gyerek számára is könnyen megérthető.

Tekintsük át, hogy alakulnak ki azok a matematikai ismeretek az alsó tagozattól a középiskola végéig, amelyek érintik az egyenlet fogalmát.

Az alsó tagozatban az egyenletekkel kapcsolatos fogalmak közül az egyenlőség, az ismeretlen meghatározása és az egész számokkal végzett műveletek azok, amiket elkezdünk megalapozni. Az egyenlőség jele első két osztályban már jelen van, hisz természetes számokat adnak össze és vonnak ki. A szorzás és osztás második és harmadik osztályban jelenik meg, ennek is nagy szerepe van. Második osztályban megjelenik a zárójel, s egy-két feladatban használják is, úgy, hogy fel nem bontják, csak elvégzik a benne található műveleteket. A következő osztályokban tudatosítják, az itt megszerzett ismereteket. A négy alpművelet egyre alaposabb megismerésével már, egyre összetettebbé válnak a szöveges feladatok. Ez azért nagyon fontos, mert tudjuk, hogy az egyenleteknek nagy szerepe van a szöveges feladatok megoldásában. Alsó osztályban megtanulják a műveletek helyes sorrendjét, mely a negyedik osztály végére válik tudatossá. Szintén itt épül be a megtanult ismeretek közé a felcserélhetőség és a csoportosíthatóság is.

Az általános iskola első éveiben egyre nagyobb szerepet kap a szöveges feladatok megoldása, illetve ebben a korosztályban már megtapasztalják, hogy egy feladatnak

lehet több megoldása, vagy az is előfordulhat, hogy egy feladatnak nincs megoldása az adott halmazon.

Az általános iskola első éveiben találkoznak a nem csak egyváltozós, hanem egyszerű kétváltozós egyenletekkel is. Bővülnek az egyenletekhez kapcsolódó fogalmak. Megismerkednek az egyenletmegoldás technikáival és az egyenletek ekvivalenciájáról szerzett tapasztalatok köre is bővül. Az ötödik osztályban a negatív számok elmélyítésével kezdődnek az algebrai ismeretek. Megismerkednek az abszolút érték és ellentett fogalmakkal is. Egyre jobban mélyül a tört fogalma és a törtekkel végzett műveletek is, többször előfordulnak. Megjelenik a tizedes tört. Az egyszerűsítés, bővítés, kerekítés fogalmakkal is itt ismerkednek meg. A következő évben kerül igazán elmélyítésre a törtekkel, tizedes törtekkel, egész számokkal és ezek kombinációival végzett műveletek használata. A természetes és egész számokon kívül ekkor már megjelennek a racionális számok.

Megtanulják a hatvány fogalmát, ez azért nagyon fontos, mert ezzel megalapozzák a későbbi másodfokú egyenletek megoldását. Az általános iskolás évek közepén definiálják a lineáris egyenletek fogalmát.

Nézzük meg először, hogyan vezetik be az egyenlet fogalmának alapjait.

„Az $a \cdot x = b$ alakú egyenleteket, ahol x változó, a és b tetszőleges számok, egyváltozós lineáris egyenleteknek nevezzük.”¹ Így definiálja a szerző az ukrainai 7. osztályosok számára ukrán nyelvből lefordított, magyar nyelvű Algebra (A. H. Merzljak: Algebra, 2015) tankönyvben, mely a mai magyar tannyelvű iskolák többségében használt tankönyv.

Az egyenlet olyan egyenlőség, amely egy (esetleg több) ismeretlent tartalmaz. Az egyenlet megoldása során az ismeretlen lehetséges értékei közül keressük azokat az értékeket, amelyek igazzá teszik az egyenlőséget, írja Gedeon Veronika a 7. osztályos Matematika című tankönyvben, mely egy a magyarországi 7-es tankönyvek közül.

Mindkét ország tankönyveiben szó van az egyenlet megoldásáról nagyon hasonlóan. Az egyenlet megoldásán az ismeretlen mindazon értékeinek meghatározását értjük, amelyeket behelyettesítve az egyenletbe, annak két oldala egyenlővé válik. Ezeket, az értékeket az egyenlet gyökeinek vagy megoldásainak nevezik.

Megoldjuk az $a \cdot x = b$ egyenletet az a és b különböző értékeire.

¹ A. H. Merzljak, V. B. Polonszkij, M. Sz. Jakir: Algebra 7.osztály. Львів Видавництво „Світ” 2015

- 1) Ha $a \neq 0$, akkor az $a \cdot x = b$ egyenlet mindkét oldalát elosztva a -val azt kapjuk, hogy $x = \frac{b}{a}$. Így tehát levonhatjuk a következtetést: ha $a \neq 0$, akkor az $a \cdot x = b$ egyenletnek egy gyöke van, mégpedig a $\frac{b}{a}$.
- 2) Ha $a = 0$, akkor a lineáris egyenletet $0 \cdot x = b$ alakban írhatjuk fel. Ekkor két eset lehetséges: $b = 0$ vagy $b \neq 0$. Az első esetben az egyenletnek számtalan gyöke van, vagyis bármely szám megoldása az egyenletnek. A második esetben az egyenletnek nincs gyöke.

Az egyenlet fogalmának elsajátítása után egyre nagyobb szerepet kapnak a szöveges feladatok. A diáknak egyedül kell lefordítani a szöveget a matematika nyelvére, majd ebből felállítani az egyenletet.

Az általános iskola megtanítja őket a gyökvonás rejtelmére. Fontos, hogy lássák a hatványozás és a négyzetgyökvonás fogalmak közötti kapcsolatokat is. Megjelennek az irracionális számok.

Az általános iskola utolsó éveiben és a középiskolában az egyenletekről szerzett ismeretek még inkább bővülnek. Nagyobb hangsúly kerül az egyenletek ekvivalens átalakítására. A diákok ismerete bővül a valós számokkal és azok tulajdonságaival, az algebrai átalításokkal, a közös tényező kiemelésével, a más szorzattá való alakítással. Már meg tudják különböztetni a kifejezéseket a benne található változók száma szerint. Egy fontos csoportosítási szempont az egész kifejezések körében a fokszám szerinti megkülönböztetés. Képesek megoldani algebrai törtkifejezést tartalmazó egyenleteket is. Megismerkednek az abszolút értéket tartalmazó egyenletekkel is, mely igen fontos része az egyenletek témakörének. Betekintést nyernek az egy- és többismeretlenes egyenletrendszerek világába is. Képesek kifejezni az egyik egyenlet ismeretlenét, majd ezt a másik egyenletbe behelyettesítve, megoldani az egyenletrendszert.

Megjelennek a másodfokú egyenletek, megtanulják a megoldóképletet. Az ennél magasabb fokú egyenleteket nem oktatják a középiskolákban Magyarországon, míg Ukrajnában igen, itt ugyanis helyett kaptak a bikvadratikus egyenletek. Az ukrain tankönyvekben vannak olyan példák, melyek magasabb fokú egyenletek, de ezek mindegyike másodfokúra visszavezethető. Az irracionális egyenletekkel is megismerkedhetnek a tanulók, illetve azzal, hogy a megoldás lépései során mindig arra törekszünk, hogy a gyököket tartalmazó kifejezéseket kiküszöböljük. Egy másik fontos egyenlettípussal is megismerkednek még, az pedig az exponenciális egyenletek, ahol

arra törekszünk, hogy az egyenlet mindkét oldalán azonos alapú hatványok álljanak. Kialakul az a következtetés a diákok tudástárában, hogy a logaritmus egy bizonyos értelemben a hatványozás inverz művelete. A logaritmikus egyenletek megoldása során alkalmazzuk a logaritmus azonosságait, így azonos alapú logaritmusokat hozunk létre mindkét oldalon.

E néhány gondolat leírásával átfogó képet kaphatunk arról, hogyan épül fel az az ismeret, mely alapja az egyenletek megoldásának.

Az egyenleteket osztályozhatjuk több módon.² Nézzük át ezt:

- az ismeretlenek száma szerint például: egyismeretlenes, kétismeretlenes, többismeretlenes egyenletek;
- az alaphalmaz szerint: az egyenleteknek sokszor alaphalmazt adunk meg, melyben a megoldásokat keressük (például a diofantoszi egyenletek, melyek megoldásai egész számok);
- a megoldhatóság szerint: a keresett alaphalmazon van megoldás vagy nincs;
- a műveletekkel való kifejezhetősége szerint:
 - lineáris egyenletek,
 - másodfokú egyenletek,
 - magasabb fokú egyenletek,
 - polinomegyenletek,
 - törtes egyenletek,
 - irracionális egyenletek,
 - exponenciális és logaritmikus egyenletek,
 - trigonometrikus egyenletek;
- paraméteres egyenletek: az egyenlet értéke a paramétertől függ;
- alak szerint (homogén egyenletek alakja).

Mielőtt megnéznénk néhány példát, fontos megemlíteni, hogy két egyenlet ekvivalens, ha megoldásaiknak a halmaza megegyezik, vagy, ha egyik egyenletet sem lehet megoldani. Az eredetivel ekvivalens egyenletet kapunk,³ ha:

- az egyenlet mindkét oldalához ugyanazt a számot hozzáadjuk,
- az egyenlet mindkét oldalából ugyanazt a számot kivonjuk,
- az egyenlet mindkét oldalát ugyanazzal a 0-tól különböző számmal szorozzuk,

² <https://prezi.com/jdjrlfd6e7ws/egyenletek/>

³ http://www.jgypk.hu/mentorhalo/tananyag/Matematika_mdszertan/92_egyenletek_egyenltlensgek.html

- az egyenlet mindkét oldalát ugyanazzal a 0-tól különböző számmal osztjuk.

Ha nem ekvivalens átalakítást végzünk, akkor hamis gyök, vagy gyökvesztés léphet fel.

Az első példa egy hetedikes tanuló számára könnyen megoldható. Az egyenletek témakör bevezetésénél ilyen példák találhatóak. Magyarországon az úgynevezett mérlegelvvel oldják meg, Ukrajnában azt mondják, hogy összevonják az egyenmű kifejezéseket, majd azonos átalakításokkal eljutunk a megoldáshoz. Ukrajnában is tanítják a mérlegelvet, de a fentebb megnevezett eljárás gyakoribb. Nézzük, hogyan oldanak meg Magyarországon:

- adott az: $5x + 3x - 7 = 20 + 2x - 9$,
- összevonjuk az egyenmű kifejezéseket: $8x - 7 = 2x + 11$,
- mindkét oldalból levonunk $2x$ -et: $6x - 7 = 11$,
- mindkét oldalt növeljük 7-tel: $6x = 18$,
- mindkét oldal hatodát vesszük: $x = 3$.

Most tekintsük át, hogyan oldjuk meg az ukrainai magyar iskolákban. A módszer ugyanaz, a különbség a megfogalmazásban rejlik:

- adott az: $5x + 3x - 7 = 20 + 2x - 9$,
- összevonjuk az egyenmű kifejezéseket: $8x - 7 = 2x + 11$,
- rendezzük egy oldalra az egyenmű tagokat: $6x - 7 = 11$,
- mindkét oldalhoz hozzá adunk 7-et: $6x = 18$,
- mindkét oldalt elosztjuk 6-tal: $x = 3$.

Nézzünk egy példát törtes egyenletre. Az ilyen típusú példák a kilencedik osztályban fordulnak elő.

Adott a $\frac{4x^2 - 16}{(x + 2)^2} = 3$ egyenlet. Fontos megállapítani, hogy az egyenlet bal oldala

nincs értelmezve, ha a tört nevezője 0, azaz ha a $x + 2 = 0$. Tehát a törtkifejezés nincs értelmezve az $x = -2$ esetén. Az egyenlet megoldásait az $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ halmazon keressük.

Azonos átalakítások után kapjuk, hogy:

$$\frac{4x^2 - 16}{(x + 2)^2} = \frac{4(x^2 - 4)}{(x + 2)^2} = \frac{4(x - 2)(x + 2)}{(x + 2)^2} = \frac{4(x - 2)}{(x + 2)^1} = \frac{4x - 8}{x + 2}.$$

Ez a tört az eredetivel ekvivalens, tehát $\frac{4x - 8}{x + 2} = 3$.

A következőkben miután mindkét oldalt megszoroztuk, $(x + 2)$ -vel, így kapjuk, hogy:

$$4x - 8 = 3(x + 2),$$

$$4x - 8 = 3x + 6,$$

$$x - 8 = 6,$$

$$x = 14.$$

Tehát az $x = 14$ az egyenlet megoldása.

Főiskolai tanulmányaim során megtanultam, hogy az egyenlet definíciója tudományosan is megadható. Az egyenlet az algebra egyik legfontosabb része. Legyen $f(x)$ egy polinom a T test fölött. Az $f(x) = 0$, alakú egyenletet T test fölötti algebrai egyenletnek nevezzük. Az olyan z elemet, melyre $f(z) = 0$, az egyenlet gyökének vagy megoldásának nevezzük. Az egyismeretlenes n -ed fokú egyenlet általánosan a következő alakban adható meg: $a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$, ahol $a_i \in T$.

Megadhatjuk, hogy az $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$ alakra hozható egyenletet, az x_1, x_2, \dots, x_n ismeretlenekben lineáris egyenletnek nevezzük, ahol a_1, a_2, \dots, a_n valamint b konstansok.

2. fejezet

Tantervek és tankönyvek. Magyarországi tankönyvek és tanmenetek

Diplomamunkám során elsősorban az 5–12. osztályos tankönyveket, tanmeneteket vettem vizsgálatom alapjául úgy Magyarországon, mint Ukrajnában. Az összehasonlítás első lépéseként vegyük szemügyre a Magyarországon ajánlott tankönyvekhez használható tanmeneteket, hogy hol hány óra adott az egyenletekre és tekintsük át a tankönyvek jellegzetességeit, adjunk rövid ismertetőt.

A tanmenetek, tantervek az ofi.hu weboldarról tölthetőek le. Ezen az oldalon a kiadók minden olyan kiadványához, amelyeket az iskolákban még használnak, továbbra is elérhetővé teszik az ingyenes tanári segédleteket: tanmeneteket, tanári kézikönyveket, megoldásokat, javítási útmutatókat.

A tankönyvek tankonyvkatatalogus.hu oldalon érhetőek el. A tankönyvek mellett megtalálhatóak munkafüzetek, gyakorlófüzetek, kompetenciafejlesztő füzetek is. Illetve egyes tankönyvekhez a tanmenetek itt is elérhetőek. Pár kattintás után megtalálhatjuk a tankönyvet, melyek többségénél elérhető a teljes tankönyv, a tartalomjegyzék, a részletes leírás, a hagyományos és rugalmas tanmenet, a pedagógusi kézikönyv és a megoldások is. Az említett oldalon kívül az NKP (portal.nkp.hu) oldalról is letölthetőek egyes tankönyvek, akárcsak a hozzájuk készült Tanári kézikönyvek és a Munkafüzetek is. Egyes tankönyvekhez beszerezhető Tanári kézikönyvek szintén tartalmazzák a tankönyvekhez javasolt tanmeneteket.

A 2012. NAT *A változatában* előírt irányelvek szerint, az 5. osztályban a heti 4 óra esetén, 36 tanítási hétre összesen 144 óra áll rendelkezésre. A tanmenetben beosztott órák száma 134, a szabadon hagyott 10 órát a tanulócsoport igényének megfelelően gyakorlásra, tehetséggondozásra, év végi összefoglalásra, illetve projektfeladatok, elvégzésére lehet fordítani.

A 6. és 7. osztályban heti 3 óra esetén, 36 tanítási hétre összesen 108 óra áll rendelkezésre. A tanmenetben beosztott órák száma a 6. osztályban 100, a 7.-ben 104, a

8.-ban 102, a szabadon hagyott 8 illetve 4 és 6 órát a tanulócsoport igényének megfelelően alakíthatják a pedagógusok.

Fontos megemlíteni, hogy minden tankönyvhöz elérhető egy úgynevezett hagyományos és egy rugalmas tanmenetjavaslat. Vizsgálatom alapjául a következőkben a hagyományos tanmenetjavaslatokat használtam fel.

2.1 Első könyvcsoomag, 5–8. osztály

A listából elsőként kiválasztva a Gedeon Veronika és szerzőtársai által összeállított 5–8. osztályos Matematika tankönyveket és a hozzá tartozó tanmenetjavaslatot vesszük szemügyre.

Az 5–8. osztályos Matematika tankönyveket és a hozzájuk tartozó tanmenetjavaslatokat áttekintve a következő megállapításokra jutottam.

A Felső tagozatos 5–8. osztályos tanulók számára írt úgynevezett újgenerációs tankönyvcsalád a Nemzeti alaptanterv, illetve a hatályos kerettantervek követelményrendszere alapján került megírásra, vagyis megfelel minden előírásnak.

Az 5. osztályban az Arányosság, egyenletek témakörében 19 óra adott. E témakör keretén belül sajátíthatják el a tanulók a nyitott mondatok fogalmát, az egyenletek megoldását próbálgatások által. Azaz, itt kerül megalapozásra a nyitott mondatok és az egyenlet fogalma.

A tankönyv központjában a gyermek áll. Játékos tevékenységekkel tanítja a gyerekeket. Nagy hangsúlyt fektet a matematikai kompetenciákra, többek között például a szövegértési képességre. A tankönyv érdekessége, hogy egy kerettörténet egy – egy részét a fejezetek elején találhatjuk meg. Ennek a célja szintén az, hogy barátságosan, játékosan vigyék közel a gyerekekhez a matematikát. Általánosan elmondhatjuk, hogy a fejezet elején a gyermek egy problémával találja magát szembe, melyet csak akkor tud megoldani, ha elsajátítja a fejezet tartalmát. A feladatoknak 3 nehézségi szintje van. A fontos fogalmak és új ismeretek piros betűkkel találhatóak. A következő képen megtekinthető Gedeon Veronika 5. osztályos Matematika című tankönyve.

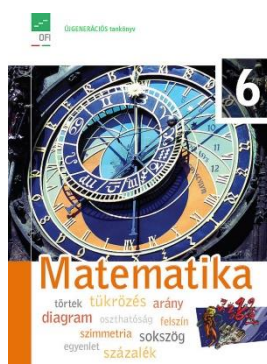


2.1.1. ábra. Gedeon Veronika: Matematika, 5. osztály, tankönyvborító ⁴

⁴ https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503010501_1

Az 6. osztályban az Egyenletek, függvények témakörében 35 óra adott a témakör megismeréséhez, mely részeként megtanulhatják az egyenletek megoldását lebontogatással és egyszerűbb szöveges feladatok megoldását egyenlettel.

A 6. osztályos Matematika tankönyv szintén arra törekszik, hogy a tanulókhöz színesebben, változatosabban, játékosabban vigye közelebb a matematikát. Gyermekközpontú, színes képi világgal, nem túl absztrakt szövegezéssel. A tanulóknak könnyen használható, szerkezete áttekinthető, fejezetekből és leckékből áll. A fejezetek elején a kerettörténet szintén jelen van. Több matematikai kompetenciát fejleszt. A következő képen megtekinthető Gedeon Veronika 6. osztályos Matematika című tankönyve.



2.1.2 ábra. Gedeon Veronika: Matematika, 6. osztály, tankönyvborító ⁵

Az 7. osztályban az Egyenletek, egyenlőtlenségek témakörében 16 órát ír elő a tanmenet. Itt elmélyül az egyenletek megoldása lebontogatással és próbálgatással. Megismerkednek a mérlegelv módszerrel, mellyel az a cél, hogy a következtetési kompetencia fejlődjön.

A 7. osztályos Matematika tankönyvben kisebb átalakítás, mondhatjuk szemléletváltás történt. Míg az 5. és 6-os tankönyvekben játékosan kerettörténet által juthattak közelebb a tanulók az elsajátítandó tananyaghoz, itt a könyv már komoly matematikatörténeti utalásokat tartalmaz, és az egyes fejezetekben a matematikai ismeretek is nagyobb teret kapnak. Ami nem változott, hogy a színes matematika oktatás elemei megmaradtak és központban még mindig a gyermek áll. Ebben az életkorban, a gyerekek fogékonyabbak az absztrakciókra, így több a gyakorlatiasabb feladat. A következő képen megtekinthető Gedeon Veronika 7. osztályos Matematika című tankönyve.

⁵ https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503010601_1



2.1.3 ábra. Gedeon Veronika: Matematika, 7. osztály, tankönyvborító ⁶

Az 8. osztályban az Egyenletek, egyenlőtlenségek témakörében 17 óra keretén belül alakíthatnak ki mélyebb ismereteket a tanulók. Itt a hangsúly az eddig tanult ismeretek elmélyítésén, összegzésén, ismétlésén van, ugyanis Magyarországon az általános iskola a 8. osztállyal véget ér és ezt felvételi követi középiskolákba, gimnáziumokba, szakiskolákba.

Gedeon Veronika az általános iskola utolsó osztályának szánt könyvében szintén helyet kap a változatosság, a játékoság. A fejezetek elején rövid képregények mutatják be a matematikai ismeretek hasznosságát. Több kitekintést és indoklást találhatunk a tankönyvben. Lényeges változás nem történik, ugyanaz a leírás adható, mint az előző könyvekénél.

A következő képen megtekinthető Gedeon Veronika 8. osztályos Matematika című tankönyve.



2.1.4 ábra. Gedeon Veronika: Matematika, 8. osztály, tankönyvborító ⁷

⁶ https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503010701_1

⁷ https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503010801_1

2.2 Második könyvesomag, 5–8. osztály

A másik könyvesomag a Csehóczy Erzsébet és szerzőtársai által jegyzett Matematika 5–8. tankönyvcsalád, mely mindegyikéhez megtalálható a hagyományos tanmenet.

Csehóczy Erzsébet 5–8. osztályos Matematika tankönyveinek leírását és a hozzájuk tartozó tanmenetjavaslatokat áttekintve a következő megállapításokra jutottam. Az 5–8. osztályos tanulók számára írt tankönyvek megfelelnek a Nemzeti alaptantervnek és a hatályos kerettantervek követelményrendszere alapján került megírásra.

Több forrásban olvastam, hogy a szerző 20 éve gyakorlott általános iskolai pedagógus, mely azért is érdekes számomra, mert a tankönyv megírásakor bizonyára a tapasztalatait felhasználva írhatta meg a tankönyveket.

Az 5–6. évfolyamon az integratív–képi gondolkodás fejlesztése a cél. A 7–8. évfolyamon elkezdődik az elvont fogalmi és elemző gondolkodás kialakítása is. A szerző fontosnak tartja, hogy a valóságban előforduló problémákra a tanulók meg tudják találni a megfelelő matematikai modellt, és helyesen tudják alkalmazni.

Csehóczy Erzsébet tankönyveiben a játékos tanítás az egyik fő szempont, úgy vélik ez a leghatékonyabb módszer, mellyel eredményre juthatunk. Nagy hangsúlyt fektetnek a gyerekek motiválására, hogy saját kis felfedezéseik útján tanulják meg a tananyagot. Helyet kapott több matematikatörténet, ezzel is a gyerekek figyelmét próbálják felkelteni a matematika színességeire. Másrészt a figyelemfelkeltés részét képezi az is, hogy internetes kutatásokra buzdítja a kisdíákokat. A matematikai fogalmak nagyon szemléletesen vannak ábrázolva.

Az 5. osztályos tankönyvhöz tartozó tanmenetben külön rész nincs az egyenleteknek, hanem az Egész számok témakörön belül, melyre összesen 14 óra áll rendelkezésre, találkozhatunk a nyitott mondatokkal, hiszen tudjuk, hogy a nyitott mondatok egy részhalmazát tartalmazzák az egyenletek. Itt mélyítik el a nyitott mondatok fogalmát és a tanult műveletek összefoglalását egyszerű nyitott mondatokon keresztül.

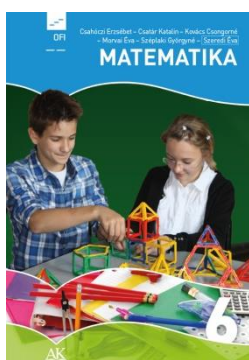
Az 6. osztályos tankönyvhöz tartozó tanmenetben a Nyitott mondatok, egyenletek, egyenlőtlenségek témakör keretein belül 9 óra adott e témakör megismeréséhez. Elsődleges cél a négy alapművelet és azok ellenőrzésének ismerete,

alkalmazása játékos feladatokban a nyitott mondatok segítségével. Majd megtalálhatjuk az egyenlet fogalmát, megoldását lebontogatással és egyszerűbb szöveges feladatok megoldását is egyenlet segítségével.

Az alábbi képeken láthatjuk Csehóczy Erzsébet 5–6. osztályos Matematika című tankönyveit. Itt szeretném megjegyezni, hogy többszöri keresés után sem tudtam letölteni ezeket a tankönyvet. Valószínűleg a szerzői jog védi, és csak megvásárolni lehet.



2.2.1 ábra. Csehóczy Erzsébet: Matematika, 5. osztály, tankönyvborító ⁸



2.2.2 ábra. Csehóczy Erzsébet: Matematika, 6. osztály, tankönyvborító ⁹

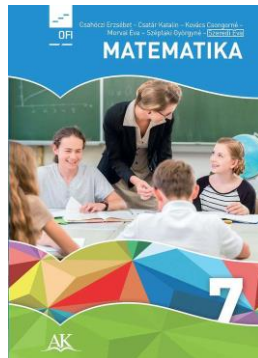
Az 7. osztályos tankönyvhöz tartozó tanmenetben az 5. osztályhoz hasonlóan, külön rész nincs az egyenleteknek, hanem az Algebra témakörön belül 14 óra adott és itt található az egyszerűbb egyenletek megoldását lebontogatással, mérlegelvel. Betekintést nyerhetnek az összetettebb egyenletek megoldásába és több szöveges feladatot is megoldanak már egyenlet segítségével.

Az 8. osztályos tankönyvhöz tartozó tanmenetben az Algebrai kifejezéseknél 18 óra alatt taníthatjuk az egyenleteket, a szöveges feladatok megoldását egyenletekkel, ahol a cél, hogy a szövegben megfogalmazott összefüggéseket fel tudják írni egyenlettel. Megtanulhatják az egyenletek grafikus megoldásának alapjait.

⁸ <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/AP-050809>

⁹ https://www.tankonyvaruhaz.hu/matematika/6_tankonyv_ap_060809_1583

Az alábbi képeken láthatjuk Csahóczy Erzsébet 7 – 8. osztályos Matematika című tankönyveit. Ezeket a tankönyveket szintén nem tudtam letölteni.



2.2.3 ábra. Csahóczy Erzsébet: Matematika, 7. osztály, tankönyvborító ¹⁰



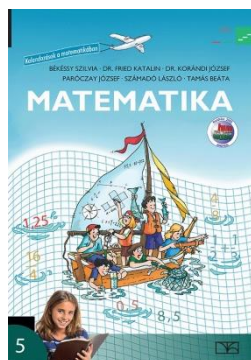
2.2.4 ábra. Csahóczy Erzsébet: Matematika, 8. osztály, tankönyvborító ¹¹

¹⁰ <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/AP-070807>

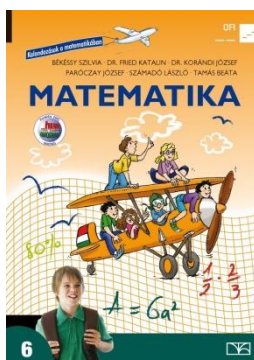
¹¹ <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/AP-080808>

2.3 Harmadik könyvsomag, 5–8. osztály

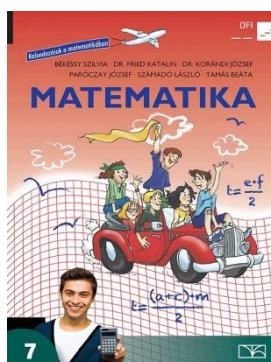
A harmadik könyvsomag a Békéssy Szilvia és szerzőtársai által írt Matematika 5–8. tankönyvsalád, mely a Kalandozások a matematikában alcímet viseli. A tankönyvsalád megfelel a Nemzeti alaptanterv és a hatályos kerettantervek követelményrendszerének. Az alábbiakban megtekinthetjük e tankönyvek borítójának képeit.



2.3.1.ábra. Békéssy Szilvia: Matematika, 5. osztály, tankönyvborító ¹²



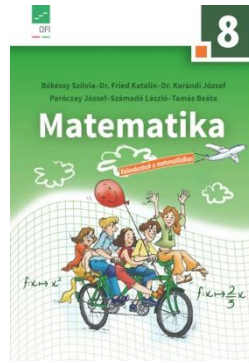
2.3.2 ábra. Békéssy Szilvia: Matematika, 6. osztály, ¹³



2.3.3 ábra. Békéssy Szilvia: Matematika, 7. osztály, ¹⁴

¹² <https://www.regikonyvek.hu/kiadas/matematika-5-evfolyam-1-2013-nemzedekek-tudasa-tankonyvkiado>

¹³ <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-11680>



2.3.4 ábra. Békéssy Szilvia: Matematika, 8. osztály, ¹⁵

A matematikában a tanulás három legalapvetőbb része a tapasztalás, az absztrakció, illetve a rögzítés vagy bevésés, ezért a szerző ezekben, a könyvekben erre szeretne nagy hangsúlyt fektetni. A gyerekeknek sok példát kell ahhoz látni, hogy egy képet alkothassanak magukban egy adott matematikai fogalomról, ezért úgy véli a szerző, hogy ehhez sok hasonlóság és különbözőség bemutatása szükséges.

A tananyagrészeket a fent említett hármasság jellemzi. A tankönyvben sok olyan feladat szerepel, amelyek megoldása nem csupán egyszerű rutinfeladat. A gyerekeknek tudatosítaniuk kell, hogy megoldhatatlan feladat nincs. A tankönyvek lényege, hogy a gyerekek a látott példákból tanulják a legtöbbet.

Békéssy Szilvia tankönyveit nem tudtam letölteni, csak a betekintő oldalak érhetőek el, valószínűleg e tankönyvcsalád is szerzői jog védelme alatt áll, így csak megvásárolható.

Az ofi.hu és a tankonykatalogus.hu oldalakon megtalálható tanmenetjavaslatokat áttekintve az 5. osztályban a Nyitott mondatokra 7 óra adott, ahol gyakorolhatjuk a gyerekekkel a négy alpműveletet a nyitott mondatok segítségével és az egyszerűbb egyenleteket a próbálgatás módszerével.

A 6. osztályban az Egyenletek, egyenlőtlenségek témakörön belül 12 óra használható fél. Az előző két tankönyvcsaládhoz hasonlóan itt is a lebontogatás módszerét alkalmazzák. Viszont érdekesség, hogy választható tananyagként tanítható már ebben az osztályban a mérlegelev. Különböző módszertani cikkekben olvastam, hogy jó tanács a pedagógusok felé, hogy 7. osztály alatt ne tanítsunk a mérlegelev módszerével.

A 7. osztályban az Egyenletek, egyenlőtlenségek témakörnél 12 óra használható fél az összóraszámából. Megismételik az egyenletek megoldását lebontogatással és

¹⁴ <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-11780>

¹⁵ <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-11880>

megtanulják a mérlegelv módszerét, ehhez alkalmazzák az egyenletek megoldását mindkét oldal azonos változtatásával. Mint ahogyan a tankönyv leírásánál is utaltam rá, ez a tankönyvcsalád gyakorlatias, erre jó példa az, hogy az egyik óra témája, mely megtalálható a tanmenetben, az hogy, „Készítsünk egyenleteket!”. Ez számomra nagyon érdekes és jól használható rész.

A 8. osztályos tanulók 18 óra keretein belül ismerkedhetnek az Algebra témakörnél az egyenletekkel, ahol elmélyíthetik az eddig tanult ismereteket, többek között a szöveges feladatok megoldását egyenlettel és a különböző egyenletmegoldási módszereket.

2.4 A Magyarországon használható tanmenetek összevetése az

5–8. osztályban

A magyarországi tanmenetek tanulmányozásának következő lépése az, hogy összehasonlítjuk a különböző könyvcsomagokhoz ajánlott tanmenetek tartalmát. Tehát azt vizsgáljuk meg, hogy a különböző tanmenetek mennyiben térnek el egymástól. Ezeket táblázatban vetjük össze. Mivel a tankönyvcsoportokon belül nemcsak a témakörökön belüli óraszámok térnek el, hanem a témák egymásutáni sorrendje is, ezért az összehasonlításhoz átrendezzük a sorrendet.

<u>Gedeon Veronika</u>	<u>Csahóczy Erzsébet</u>	<u>Békéssy Szilvia</u>
<u>5. osztály</u>		
Az egész számok (36 óra)	Egész számok (14 óra)	
	Természetes számok (22 óra)	Természetes számok (29 óra)
		Nyitott mondatok (7 óra)
Törtek, tizedes törtek (27 óra)	Törtek (24 óra) Tizedes törtek (22 óra)	Törtek, tizedestörtek (21 óra)
Bevezetés a geometriába (30 óra)	Alakzatok (14 óra)	Bevezetés a geometriába (7 óra) Geometria (27 óra)

Mérés és mértékegységek (6 óra)		Mérések (7 óra)
Helymeghatározás, sorozatok (15 óra)	Helymeghatározás (8 óra)	
Arányosság, egyenletek (19 óra)		Arányosság (5 óra)
Adatgyűjtés, statisztika (10 óra)		Statisztika (12 óra)
Év végi értékelés (1 óra)	Évközi ismétlés (10 óra)	Évközi ismétlés (6 óra)
	Mennyiségek (20 óra)	
	Ponthalmazok (10 óra)	
		Összefüggések, sorozatok (13 óra)

2.4.1 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése az 5. osztályban

<u>Gedeon Veronika</u>	<u>Csahóczy Erzsébet</u>	<u>Békéssy Szilvia</u>
6. osztály		
Műveletek, oszthatóság (29 óra)	Műveletek egész számokkal (12 óra) Hány eset van? (2 óra) Műveletek törtekkel (17 óra)	Törtek (12 óra) Egész számok (9 óra)
Kerület, terület, felszín, térfogat (11 óra)		Kerület, terület, felszín, térfogat (10 óra)
	Háromszögek, négyzetek, sokszögek (18 óra)	
Egyenletek, függvények (35 óra)	Nyitott mondatok, egyenletek, egyenlőtlenségek (9 óra)	Egyenletek, egyenlőtlenségek (12 óra) Összefüggések, függvények (9 óra)
Statisztika (10 óra)	Arányos következtetések,	Kombinatorika,

	százalék (12 óra)	valószínűség (7 óra) Statisztika (4 óra) Arányosság, százalékszámítás (10 óra)
Év végi értékelés (4 óra)	Évközi ismétlés (16 óra)	Alakzatok, transzformációk (15 óra)
	Tengelyes tükrözés (11 óra)	
	Számelmélet (11 óra)	Számelmélet (16 óra)
		Mérések (7 óra)

2.4.2 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 6. osztályban

<u>Gedeon Veronika</u>	<u>Csahóczy Erzsébet</u>	<u>Békéssy Szilvia</u>
<u>7. osztály</u>		
Gondolkodjunk (8 óra)	Törd a fejed! (2 óra)	Játsszunk a matematikával! (6 óra)
Racionális számok és hatványozás (19 óra)	Számok és műveletek (11 óra)	A racionális számok (10 óra)
Geometriai transzformációk (24 óra)	Geometriai transz- formációk (12 óra)	Geometriai (5 óra) Transzformációk (5 óra)
Oszthatóság (10 óra)	Arány, százalék (12 óra)	Arányosság, százalékszámítás (11 óra)
Egyenletek, egyenlőtlenségek (16 óra)	Algebra (14 óra)	Algebra (6 óra) Egyenletek, egyenlőtlenségek (12 óra)
Geometria (21 óra)	A sokszögek és a kör (16 óra) Hasábok, hengerek (9 óra)	Négyszögek területe, szögpárok, a kör (8 óra) Testek (10 óra)
Függvények (9 óra)		Hozzárendelések, függvények (10 óra)
Év végi értékelés (1 óra)	Évközi ismétlés (12 óra)	
	Hozzárendelések, összefüggések (10 óra)	

	Számelmélet (10 óra)	
		A sorozatok (3 óra)
		Valószínűség-számítás (5 óra)
		Szerkesztések bizonyítások (9 óra)
		Nagy számok (12 óra)

2.4.3 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 7. osztályban

<u>Gedeon Veronika</u>	<u>Csahóczy Erzsébet</u>	<u>Békéssy Szilvia</u>
8. osztály		
Számok és betűk (15 óra)	Gondolkodjunk együtt (4 óra)	A számok világa (10 óra)
Geometriai transzformációk (11 óra)	Geometriai transzformációk (12 óra)	Transzformációk (14 óra)
A Pitagorasz-tétel (9 óra)	Pitagorasz tétel (10 óra)	A Pitagorasz-tétel (7 óra)
Készüljünk a felvétélre (9 óra)		
Egyenletek, egyenlőtlenségek (17 óra)	Algebrai kifejezések (18 óra)	Algebra (18 óra)
Függvények, valószínűségek, sorozatok (24 óra)	Hozzárendelés, függvény (15 óra) Statisztika, valószínűség- számítás (9 óra)	Statisztika (8 óra) Valószínűség-számítás (6 óra) Függvények (18 óra)
Felszín, térfogat (9 óra)	Térgeometria (12 óra)	A tér geometriája (9 óra)
Év végi ismétlés (14 óra)	Összefoglaló fejezet (14 óra) Évközi ismétlés (14 óra)	Tanév végi ismétlés (5 óra)
		Halmazok (4 óra)
		A számológép (8 óra)

2.4.4 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 8. osztályban

A tankönyvcsaládokhoz készült tanmenet óraszámai egy tanévre megegyeznek.

Az 5. osztályban a Gedeon Veronika által írt tankönyvhöz tartozó tanmenet lényegesen nagyobb hangsúlyt fektet az egyenletek gyakorlására, hisz itt 19 óra adott erre a témakörre és itt a tankönyvben külön fejezet foglalkozik vele. Ellentétben a másik két tanmenettel, ott az Egész számok, és Nyitott mondatok részeként van 14 és 7 óra adva. Az elvárt tananyagban nagy eltérés nincs. A műveletek helyes sorrendjének megtanulása a nyitott mondatok segítségével és egyenletek elemi úton való megoldása a cél.

A 6. osztályban az első, ami szembetűnt, hogy mindhárom tanmenet az egyenletek megoldását ebben a korosztályban csak a lebontogatás módszerével kéri tanítani. Kivétel a Békéssy Szilvia tankönyve, hisz itt, mint ahogyan már említettem választható tananyagként jelen van a mérleget. Szintén leírható az óraszámok közötti különbség. Az egyenletek oktatására fordított idő szempontjából az első helyen Gedeon Veronika tankönyvének tanmenete áll, ez a legtöbb órát adó a tanmenetek közül. Érdekesség, hogy mindhárom tanmenet nem egyedülálló részként tárja elénk az egyenleteket, hanem valamivel párosítva, ezek pedig mindhárom esetben eltérnek. A szóban forgó témák, a függvények, a nyitott mondatok és az egyenlőtlenségek.

Az 7. osztályban az egyenletek oktatásának következő lépcsőfoka az egyenletek megoldása mérleget. Ez mindhárom tanmenetben hasonló és az is, hogy nagy hangsúlyt fektet a szöveges feladatok megoldására egyenlet segítségével.

A 8. osztályos tanmenetek mindegyikének az alapját az ismeretek elmélyítése képezi és mindhárom tanmenetben majdnem teljesen, megegyeznek az erre bocsátott tanórák számai, mivel Magyarországon a 8. osztállyal véget ér az általános iskolai oktatás, így az év végére a tanulóknak átfogó, elmélyült ismeretnek kell kialakulnia, ugyanis a tanév végén a diákok készülnek a felvételire.

Saját véleményem szerint a Gedeon Veronika nevéhez köthető Matematika tankönyvcsaládhoz készült tanmenet a legpontosabb, legjobban kidolgozott. Ezt alátámasztja az is, hogy ezek az új generációs tankönyvek a leginkább használt tankönyvek Magyarország általános iskoláiban.

Mindhárom tanmenet a matematikai kompetenciák fejlesztésére törekszik. A tankönyvcsaládok közül Gedeon Veronika tankönyvei egy gyermekközpontú, játékos úton tanító sorozat. Csahóczi Erzsébet gyakorlott pedagógus inkább a gondolkodás és figyelemfelkeltés segítségével szeretné közelebb juttatni a gyerekekhez a matematikát.

Békéssy Szilvia tankönyvei által a gyerekek látott példák, vizualizálással tanulhatnak többet.

2.5 Első könyvcsomag, 9–12. osztály

A 9–12. osztályosok számára megírt tankönyvek mindegyike megfelel a Nemzeti alaptantervnek és a hatályos kerettantervek alapján került kidolgozásra.

A 9. osztályban és a 10. osztályban 108 – 108 óra, a 11. osztályban 101 és a 12. osztályban 86 tanóra jut egy tanévre a tankönyvekhez készült tanmenetek szerint.

A 11–12. osztály számára készített hagyományos tanmenet nem található meg a tankonyvkatalogus.hu oldalon, ezért azt a 11–12. osztályokban oktató pedagógusok számára kiadott Tanári kézikönyvből használtam fel, ugyanis egyes tankönyvekhez beszerezhető Tanári kézikönyvek szintén tartalmazzák a tankönyvekhez javasolt tanmeneteket.

Az első könyvcsomag Barcza István és társai nevéhez köthető 9–12. osztályos Matematika tankönyvek, amelyek a Gedeon Veronika és szerzőtársai nevéhez köthető 5–8. osztályos tankönyvekkel alkotnak egy családot.

A könyvek első kiadása 2016-ban jelent meg. A 9-es és 10-es tankönyvek két kötetből állnak, míg a 11. és 12. osztályok számára készített tankönyvek egy kötetből.

A tankönyvek gyakorlati úton a mindennapi élethelyzetek alapján közelítik meg a matematikát. A feladatok változatos módon jelennek meg, színies grafikai és módszertani háttérrel. A szerzők életszerű tudományként mutatják be a matematikát. Ez azért is nagyon fontos, mert így a tanulók számára kialakul egy olyan kép a matematikáról, melyhez hozzátartozik az, hogy a matematika felhasználható a mindennapi élet problémáira, illetve más tantárgyakhoz is szorosan kapcsolódó tudomány.

A leckék egyszerű hétköznapi problémából indulnak ki, ezek által juthatunk el a tananyaghoz, felhasználva különböző matematikai következtetéseket, gyakorlati példákat. A leckékhez tartoznak órai példák, csoportos feladatok, otthoni gyakorlatok. Helyenként találhatóak kiegészítő tananyagok is, melyek figyelemfelkeltést felhasználva, plusz tananyagok lehetnek az érdeklődő diákoknak. A fejezet végén találhatóak a tudáspróbák és a témazáró feladatgyűjtemény is, mely segíti a diákok

felkészülését a témazáró dolgozatokra. Újdonságnak számít, hogy a feladatok megoldásában különös hangsúlyt kap a táblázatos módszerek alkalmazása.

A tankönyvben egy lecke egy tanóra, ezáltal lényegében a tankönyv tartalomjegyzéke tanmenetet ad a pedagógus kezébe. Könnyen használható tankönyvek, ha a diák hiányzik, később önállóan is képes elsajátítani a tananyagot.

A 9. osztályban a tankönyv 91 leckéje befér egy tanévbe, amennyiben pedig van még idő, a feladatgyűjtemény bőségesen kínál feladatokat a gyakorlásra. A tankönyvhöz ajánlott tanmenet az egyenletek és egyenletrendszerek témakörre 20 órát ad. A 9-es tankönyv sokat gyakoroltatja a zárójelfelbontást, az összevonások alkalmazását. A fejezet célja az algebrai ismeretek, készségek és trükkök bemutatása és elsajátíttatása, valamint ezek alkalmazása a mindennapi életben. Ezen kívül a nevezetes szorzatok, szorzattá alakítási módszerek (kiemelés, nevezetes szorzatok) alkalmazása. Majd pedig az egyenleteket, azok megoldási módszereit, illetve felhasználásukat mutatja be, megtalálhatjuk az egyszerűbb egyenletek és abszolútértékes egyenletek megoldását grafikus módon. Kiemelt hangsúlyt kap a szöveges feladatok megoldása egyenlettel is.



2.5.1 ábra. Barcza István: Matematika, 9. osztály, 1–2. kötet, tankönyvborítók¹⁶

A 10. osztályban a fentebb leírtak szerint 108 óra adott egy tanévre, a tankönyv 89 leckét tartalmaz, így a pedagógus a maradék időt a saját belátása szerinti legjobb módon tudja kihasználni gyakorlásra, készségek fejlesztésére. Az összóraszámából a tanmenet alapján 16 óra jut a másodfokú egyenletekre. A tankönyvben összesen 15 lecke foglalkozik a másodfokú egyenletekkel, mely három részre tagolódik: az elsőben megtaláljuk a másodfokú egyenlet megoldóképletét, és alkalmazását. A másodikban

¹⁶ https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503010901_1,
https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503010902_1

szöveges feladatok megoldása egyenlettel és a harmadikban, pedig a gyökös egyenletek előkészítése és megoldása a főbb téma.



2.5.2 ábra. Barcza István: Matematika, 10. osztály, 1–2. kötet, tankönyvborítók¹⁷

A 11-es könyv 90 leckét tartalmaz. A hozzátartozó tanmenetet átolvasva a diákok a trigonometria rész (30 óra), illetve a hatvány, gyök, logaritmus fejezet (20 óra), keretein belül foglalkozhatnak egyenletekkel. A tankönyv első fejezete a Trigonometria, melynek harmadik része az algebra világába vezet, itt van szó a trigonometrikus egyenletekről. Ezen kívül az exponenciális és logaritmos egyenletekkel is foglalkoznak.



2.5.3 ábra. Barcza István: Matematika, 11. osztály, tankönyvborító¹⁸

¹⁷ https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503011001_1,
https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503011002_1

¹⁸ https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503011101_1

A 12-es Matematika tankönyv 78 leckét tartalmaz. A 4. fejezet a Készülünk az érettségire című fejezet, foglalkozik a másodfokú, az exponenciális egyenletek és egyenlőtlenségek, az egyenletrendszer új ismeretlen bevezetésével, és az abszolútértéket vagy négyzetgyököt tartalmazó egyenletek megoldásának az ismétlésével. Ez a fejezet a négyéves tanterv rendszerező átismétlése. A tanmenetben a Készülünk az érettségire fejezet részeként Számтан, algebra néven 10 óra adott erre.



2.5.4 ábra. Barcza István: Matematika, 12. osztály, tankönyvborító¹⁹

2.6 Második könyvcsoomag, 9–12. osztály

Az érthető matematika sorozat tankönyveit Juhász István, Orosz Gyula, Paróczay József, Szászné Simon Judit szaktanárok állították össze a 9–12. osztályok számára. A tankönyvcsoomag megfelel a Nemzeti alaptanterv és a hatályos kerettantervek követelményrendszerének. A tankönyveket többszöri keresésre sem tudtam letölteni. Az ofi.hu oldaláról letöltött hagyományos tanmeneteket tanulmányoztam. Az alábbiakban megtekinthetjük e tankönyvek borítóiról készített képeket.



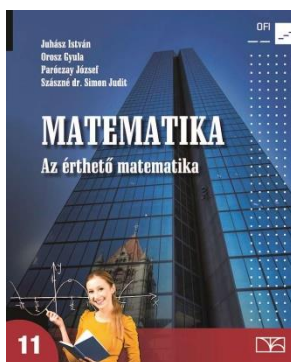
2.6.1 ábra. Juhász István: Matematika, 9. osztály, tankönyvborító²⁰

¹⁹ https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503011201_1

²⁰ <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17112>



2.6.2 ábra. Juhász István: Matematika, 10. osztály, tankönyvborító²¹



2.6.3 ábra. Juhász István: Matematika, 11. osztály, tankönyvborító²²



2.6.4 ábra. Juhász István: Matematika, 12. osztály, tankönyvborító²³

A tankönyvcsalád egyes kötetei a középszintű érettségire készítenek fel, de megtalálhatók bennük az emelt szintű kiegészítések is, így a tankönyvek illeszkednek az érettségi feladatgyűjteményekhez.

A tankönyv írói a matematika gyakorlati felhasználásán keresztül szeretnék közelebb vinni a matematikát a diákokhoz, tehát valóságközeli, gyakorlatias feladatokat találunk minden leckében. Illetve ezekben a könyvekben megtalálhatóak különböző matematikai történetek és matematikusok portréi is, mellyel a diákok figyelmét szeretnék felkelteni.

²¹ <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17212>

²² <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17312>

²³ <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17412>

A példák és feladatok többszintűek. A tankönyvek szerkezete áttekinthető, nincsenek túlszűfolt oldalak. A sorozat esztétikus külsővel, motiváló, figyelemfelkeltő fotókkal rendelkezik. A szerző arra törekedett, hogy a diákokat önálló ismeretszerzésre ösztönözze. Az egyes leckék végén fogalomtárakat találhatunk.

A tanmeneteket átvizsgálva a 9. osztályban az Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek témakörre 15 óra adott. A kilencedik osztályos tankönyvhöz készített tanmenet 108 órára (36 tanítási hét, heti 3 óra) készült. Ahol többek között a cél az algebrai ismeretek alkalmazása az egyenletek megoldása során, illetve itt jelennek meg az abszolútértéket tartalmazó egyenletek.

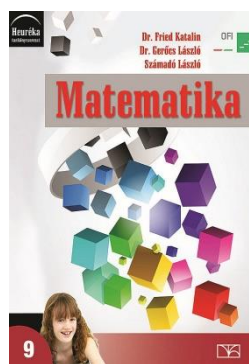
A 10. osztályban a Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek témakör által szerezhettek ismereteket a diákok, melyre 31 óra adott, itt gyakorolhatják az egyenletmegoldást és ismerkedhetnek a másodfokú függvények és egyenletek közötti kapcsolattal, illetve a paraméteres és négyzetgyökös egyenletek is itt jelennek meg. A tízedik osztályos tananyaghoz a tanmenet 108 órára (36 tanítási hét, heti 3 óra) készült.

A 11. osztályban három témakör egy – egy alrészben belül érinthetik az egyenleteket a diákok, melyek a következők: Hatvány, gyök, logaritmus (26 óra), Trigonometria (18 óra), Függvények (66 óra). Az első fejezetben ismerkedhetnek meg a tanulók az exponenciális egyenletekkel, ahol a cél új ismeretlen bevezetése és az azonosságok használata, illetve a logaritmikus egyenletekkel, ahol az egyenlet megoldási módszerének gyakorlását, az értelmezési tartomány szerepét, fontosságát és azonos átalakítások fontosságának a megértését tűzték ki célként. A Trigonometria fejezetben a diákok elmélyíthetik az ismereteiket a trigonometrikus egyenletekről, egyenletrendszerekről. A Függvények témakörnél 3 óra keretén belül megtanulhatják az egyenletek megoldását grafikus módon. A 11. osztályos tankönyv tanmenete 108 órára (36 tanítási hét, heti 3 óra) készült.

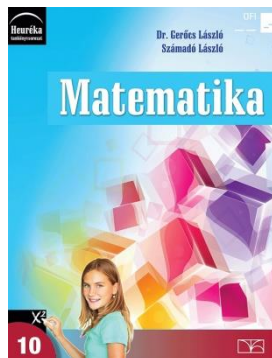
A 12. osztályban hasonlóan az előző tankönyvcsaládhoz, egy rendszerező, ismétlésként épül fel a tankönyv második része, melynek célja az érettségire való felkészítés. Rendszerező összefoglalás néven, az Algebra résznél 24 óra adott az egyenletekkel kapcsolatos ismeretek ismétlésére, rendszerezésére a kezdetektől a magasabb szintű matematikai ismeretekig. Többek között megemlíthetjük az egyenletek megoldása oszthatóság felhasználásával, az első- és másodfokú egyenletek, négyzetgyökös-, exponenciális-, logaritmikus- és trigonometrikus egyenletek összegző ismétlését. A tizenkettedik osztályos tananyaghoz 93 órára készült a tanmenet.

2.7 Harmadik könyvcsoomag, 9–12. osztály

Dr. Gerőcs László – Számadó László nevéhez köthető a Heuréka tankönyvcsoomag. Ez a tankönyvcsoomag megfelel a Nemzeti alaptanterv és a hatályos kerettantervek követelményrendszerének. Az ofi.hu oldaláról letöltött hagyományos tanmeneteket tanulmányoztam. A tankönyveket többszöri nekifutásra sem tudtam letölteni. Az alábbiakban megtekinthetjük e tankönyvek borítóiról készített képeket.



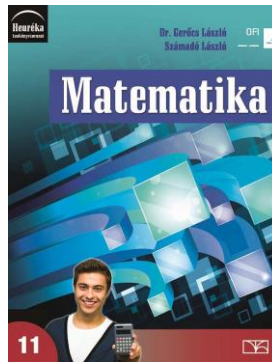
2.7.1 ábra. Dr. Gerőcs László: Matematika, 9. osztály, tankönyvborító²⁴



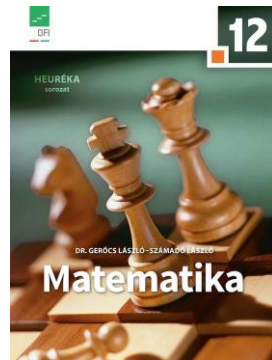
2.7.2 ábra. Dr. Gerőcs László: Matematika, 10. osztály, tankönyvborító²⁵

²⁴ <https://www.regikonyvek.hu/szerzo/dr-fried-katalin>

²⁵ <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17202>



2.7.3 ábra. Dr. Geröcs László: Matematika, 11. osztály, tankönyvborító²⁶



2.7.4 ábra. Dr. Geröcs László: Matematika, 12. osztály, tankönyvborító²⁷

Dr. Geröcs László és Számadó László sokéves tankönyvírói tapasztalattal rendelkező szaktanárok. Az előző tankönyvcsaládhoz hasonlóan ez a sorozat is a középszintű érettségire készít fel, de megtalálhatók az emelt szintű kiegészítések is, így az érettségi feladatgyűjteményekkel egyensúlyban állnak.

A diákok számára önállóan is felfedezhető összefüggések találhatóak és emellett a szerzők igyekeztek egyszerű megfogalmazásokat írni, a gondolatmenetek követhetőek, egy – egy feladatsor szinte pár lépés után elvezet az általános tételhez. A példák és feladatok többszintűek. A diákok önellenőrzését letölthető megoldások segítik.

A 9. osztályban a tanmenet tervezésénél heti 3 matematikaóra terveztek, ezért 108 órára lebontva látható a tananyag feldolgozása, melyben külön fejezet foglalkozik az egyenletekkel. Az Egyenletek, egyenletrendszerek témakörre 18 óra adott. A fejezet az elsőfokú egyenletekkel és szöveges feladatok megoldása egyenlettel, témákkal indít. Az előző tankönyvcsaládokhoz hasonlóan itt is megjelennek az abszolút értéket tartalmazó egyenletek. A fejezet egyik célja a változatos egyenlet megoldási módszerek begyakorlása.

²⁶ <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17302>

²⁷ <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17402>

A 10. osztályban az évi 108 órásszámból hetenként 3 órán foglalkozhatnak matematikával. A Másodfokú függvények, másodfokú egyenletek fejezetre 29 óra biztosított. Az előző két tankönyvcsaládhoz hasonlóan itt is a másodfokú egyenlet megoldóképletével ismerkedhetnek meg mélyebben a tanulók.

A 11. osztályban heti 3 óra adott a tankönyvhöz készült tanmenetben. Az évi órásszám 108. Külön fejezet nem tárgyalja az egyenleteket, így más fejezetek részeként jön elő. Az első ilyen fejezet a Hatványozás, logaritmus (27 óra) a második a Trigonometria (16 óra). Ezen belül a definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális és logaritmusos egyenleteket tanulhatják meg a diákok. A második résznél egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása a cél, illetve trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák megoldása.

A 12. osztályos tankönyv tanmenetét átolvasva elmondhatjuk, hogy heti 3 és évi 93 órára készült. A tankönyvcsalád utolsó kötete nagyrészt az érettségire készít fel. A középiskolai tananyag összefoglalása című fejezet részeként az elsőfokú egyenletek ismétlésével kezd, ahol az adott egyenlethez, egyenletrendszerhez, egyenlőtlenséghez illő megoldási módszer önálló kiválasztása a cél. A másodfokú-, exponenciális-, logaritmusos egyenletek átismétlésére, elmélyítése ad nagyobb hangsúlyt a tankönyv és a hozzá készült tanmenet.

2.8 A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 9–12. osztályban

A magyarországi középiskolai tanmenetek tanulmányozásának következő lépése az, hogy összehasonlítjuk a különböző könyvcsomagokhoz ajánlott tanmenetek tartalmát. Tehát azt vizsgáljuk meg, hogy a különböző tanmenetek mennyiben térnek el egymástól. Ezeket táblázatban vetjük össze. Az 5–8. osztályok tanmeneteihez hasonlóan, mivel a tankönyvcsoportokon belül nemcsak a témakörökön belüli órásszámok térnek el, hanem a témák egymás utáni sorrendje is, ezért az összehasonlításához átrendezzük a sorrendet.

<u>Heuréka tankönyvcsalád</u> <u>Gerőcs–Számadó</u>	<u>Az érthető matematika</u> <u>Juhász István</u>	<u>Újgenerációs</u> <u>Barcza István</u>
<u>9. osztály</u>		
Halmazok (8 óra)	Halmazok, kombinatorika (11 óra)	Kombinatorika, halmazok, (11 óra)
Algebra és számelmélet (21 óra)	Algebra (26 óra) Oszthatóság, a számelmélet alapjai (6 óra)	A számok világa (20 óra)
Függvények, sorozatok (13 óra)	Függvények (9 óra)	Adatok és függvények (20 óra)
Bevezetés a geometriába (17 óra)	Geometria, sokszögek (13 óra)	Hosszúság, terület, térfogat (12 óra)
Egyenletek, egyenletrendszerek (18 óra)	Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek (15 óra)	Egyenletek és egyenletrendszerek (20 óra)
Geometriai transzformációk (17 óra)	Geometria – tükrözések (10 óra) Geometria – további egybevágóságok (9 óra)	Egybevágóság és síkidomok (16 óra)
Kombinatorika (4 óra)		
Statisztika (5 óra)	Statisztika (6 óra)	
Összefoglalás (8 óra)	Év végi ismétlés (6 óra)	Év végi ismétlés (9 óra)

2.8.1 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 9. osztályban

<u>Heuréka tankönyvcsalád</u> <u>Gerőcs–Számadó</u>	<u>Az érthető matematika</u> <u>Juhász István</u>	<u>Újgenerációs</u> <u>Barcza István</u>
<u>10. osztály</u>		
Gondolkodási módszerek (12 óra)	Halmazok, kombinatorika (8 óra)	Logika (6 óra)
Gyökvonás (10 óra)	Algebra (12 óra)	Középértékek és a

		négyzetgyök (7 óra)
Másodfokú függvények, másodfokú egyenletek (29 óra)	Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek (31 óra)	Másodfokú egyenletek (16 óra) Másodfokú függvények (10 óra) Egyenlőtlenségek, egyenletek, egyenletrendszerek (14 óra)
Geometria (31 óra)	Hasonlóság (17 óra)	Geometriai mérések, számítások (10 óra)
Trigonometria (14 óra)	Trigonometria (11 óra)	
Statisztika és valószínűség (6 óra)	Valószínűség–számítás (12 óra)	
Év végi összefoglalás (9 óra)	Év végi ismétlés (4 óra)	8 óra szabadon tervezhető (év eleji bevezetés, év végi összefoglalás rendszerezés, további gyakorló órák)
	Függvények (6 óra)	Szögfüggvények (14 óra)
	A vektorokról (10 óra)	Vektorok és hasonlóság (23 óra)

2.8.2 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 10. osztályban

<u>Heuréka tankönyvcsalád</u> <u>Gerócs–Számadó</u>	<u>Az érthető matematika</u> <u>Juhász István</u>	<u>Újgenerációs</u> <u>Barcza István</u>
<u>11. osztály</u>		
Kombinatorika és gráfok (12 óra) Valószínűség–számítás (9 óra)	Kombinatorika, gráfok (13 óra) Valószínűség–számítás, statisztika (7 óra)	Kombinatorika, valószínűségszámítás (18 óra)
Hatványozás, logaritmus (27 óra)	Hatvány, gyök, logaritmus (26 óra)	Hatvány, gyök, logaritmus (20 óra)
Trigonometria (16 óra)	Trigonometria (18 óra)	Trigonometria (30 óra)

Koordináta–geometria (33 óra)	Koordináta–geometria (32 óra)	Koordináta geometria (31 óra)
Év végi összefoglalás (14 óra)	Év végi ismétlés (4 óra)	7 óra (szabadon tervezhető: Év eleji bevezetés, év végi összefoglalás, rendszerezés)
	Függvények (66 óra)	

2.8.3 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 11. osztályban

<u>Heuréka tankönyvcsalád</u> <u>Gerőcs–Számadó</u>	<u>Az érthető matematika</u> <u>Juhász István</u>	<u>Újgenerációs</u> <u>Barcza István</u>
<u>12. osztály</u>		
Matematikai logika (6 óra)	Matematikai logika (12 óra)	Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika (4 óra)
Számsorozatok (12 óra)	Sorozatok (14 óra)	Sorozatok (12 óra)
Kerület, terület, felszín, térfogat (17 óra)	Térgeometria (19 óra)	Térgeometria (24 óra)
		Statisztika (11 óra)
Rendszerező összefoglalás (40 óra)	Rendszerező összefoglalás	Készüljünk az érettségire!
1. Gondolkodási módszerek	1. Gondolkodási módszerek (4 óra)	
2. Algebra	2. Algebra (24 óra)	2. Számтан, algebra (10 óra)
3. Geometria	3. Geometria (10 óra)	3. Geometria (13 óra)
4. Trigonometria	4. Trigonometria (3 óra)	
5. Koordináta–geometria	5. Koordináta–geometria (6 óra)	
6. Függvények	6. Függvények (6 óra)	6. Függvények, sorozatok (8 óra)
7. Statisztika, valószínűség – számítás	7. Statisztika; valószínűség–számítás (7 óra)	7. Statisztika, valószínűség számítás (5 óra)

2.8.4 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 12. osztályban

A 9. osztályos tanmeneteket összevetve az egyenletekre fordított óraszámokban számottevő különbségre nem tudunk rámutatni. Mindhárom arányosan foglalkozik az említett témakörrel. A tanmenetek és tankönyvcsaládok mindegyikében a számonkérendő tananyag felépítése nagyon hasonló. Mindháromban megjelennek a változatos egyenletmegoldási módszerek, a szöveges feladatok megoldása egyenlettel és az abszolútértéket tartalmazó egyenletek is.

A 10. osztályban a tanmenetek mindegyike 108 órára készült. Az újgenerációs tankönyvcsalád és a hozzákészült tanmenet, egy kicsit nagyobb hangsúlyt fordít a másodfokú egyenletekre, míg a másik két tanmenet aránya megegyezik. Mindhárom tankönyvcsalád a másodfokú egyenlet megoldó képletének begyakorlását tartja fő szempontul.

A 11. osztályos tankönyvcsaládok és tanmeneteik mindegyike a trigonometria és a hatványozás, logaritmus témakörök részeként foglalkozik az egyenletekkel. A cél olyan tudást kialakítani, hogy a definíciók, és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával könnyen megoldhatóak legyen számukra az exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenletek. Az újgenerációs tankönyvcsaládhoz a tanmenet 101 órára, míg a másik két tanmenet 108 órára készült.

A 12. osztály számára készült tankönyvcsaládok tanmeneteinek elsődleges célja a középszintű érettségire való felkészítés, de mindhárom tankönyvben megtalálhatóak az emelt szintű kiegészítések. Így könnyen megállapítható, hogy a kombinatorikai, a térgeometriai ismeretek megtanítása mellett, a másik fő szempont mindhárom helyen: megszerezni, átismételni a tananyagot és maradandó tudást kialakítani, az első fokú egyenletektől a trigonometriai egyenletekig.

3. fejezet

Ukrajnai tankönyvek és tanmenetek

Míg Magyarországon több tankönyvesalád könyveiből válogathatnak a tanárok, addig Kárpátalján, a magyar tannyelvű iskolákban oktató pedagógusoknak nincs választási lehetőségük, mivel csak az az egy tankönyv áll rendelkezésükre osztályonként, amelyet lefordították.

A régi könyvek elérhetőek, de nem használhatóak, mivel nem felelnek meg a hatályban lévő új tanmenetnek, amit az Oktatási Minisztérium tesz közzé. Az említett ténynek tulajdonképpen anyagi vonzata van, mivel egy – egy osztályra több tankönyvet lefordítani és azokat a jelenleginél is kisebb példányszámban kinyomtatni horribilis összegbe kerülne. Így csak reménykedni lehet, hogy a döntéshozók a legjobb könyvet választották és az került lefordításra és a nyomdába.

Kárpátalján a magyar nyelvű tankönyvek – melyeket az iskolások ingyen kapnak meg kézzelfogható valójukban egy éves használatra az iskolájukban, – a KMKSZ honlapjáról tölthetőek le digitális formában. (<https://kmsz.com.ua/tankonyvtar/>)

Az ukrán nyelvű tankönyvek szinte mindegyike online megtekinthető a <https://pidruchnyk.com.ua/> ukrán weboldalon. Letölteni pedig a <https://portfel.info/> weboldalon lehet.

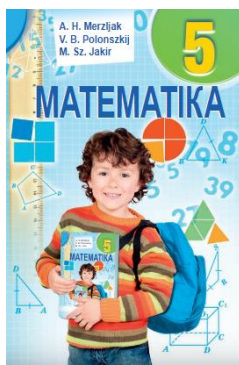
Amíg Magyarországon a korábban külön tárgyként oktatott algebra és mértan tárgyak már összevonva, matematika címszó alatt szerepelnek, addig Ukrajnában továbbra is szétválasztva, algebra és mértan néven oktatják, külön–külön határozva meg az óraszámokat, bár 5–6. és 10–11. osztályokban korábban is és most is matematika néven szerepelnek.

Ukrajnában egy tanmenet készül általánosan egy – egy osztályra és a pedagógus az alapján állítja össze a tantervet a tanév elején. Ukrajnában a tanmeneteket és a javasolt tankönyvek listáját az Oktatási Minisztérium honlapjáról az <https://mon.gov.ua/> oldalról lehet letölteni. Egy másik ilyen lehetőség lehet a <https://osvita.ua/> oldal. Ha mindkét oldalon csak egy kis időt töltünk, könnyen észrevehetjük, hogy ha a tanmeneteket keressük, az egyik oldalon a 2017–es, míg a másikon első nekifutásra a

2018-as évit találhatjuk meg. Ezek már az új program szerint készültek, melyeket jelenleg használnak, viszont ezek mégis már több évesek.

A magyar nyelvre lefordított ukrainai matematika tankönyvek A.H. Merzljak és szerzőtársai nevéhez köthetőek leginkább. Ezekből még nem sikerült kirakni a teljes sort. Az 5. 7. 8. és 9. osztályos könyvek már elkészültek, a hiányzó 6. osztályos valószínűleg most készül. A sorból hiányzó könyv helyett az iskolákban a 6. osztályban Taraszenkova N. A. 2014-es kiadású tankönyvét használják. A.H. Merzljak magyar nyelvre lefordított 5. osztályos tankönyv 2018-as kiadású, a 7–9. osztályosak 2015–2016–2017-ben jelentek meg. A következőkben majd e tankönyvek borítóiról készült képeket is megtekinthetjük. Többnyire az ukrán nyelvű könyvek borítóiról találtam csak képet, így ezeket mellékeltem.

Az 5. osztály számára készült tankönyv két fejezetből áll: az első rész a természetes számokkal (1-24. pont), a második pedig a törtszámokkal (25-38. pont) foglalkozik. Már ebben az osztályban megjelennek az egyenletek, ahol megtanulhatják mi az egyenlet gyöke és mit jelent megoldani az egyenletet. Fontos megjegyezni, hogy a tankönyv az ismeretlen összeadandók, vagy ismeretlen kisebbítendő, vagy kivonandók keresése szabályainak alapján tanítja megoldani az egyenleteket. A tanmenet az 5. osztályban 4 órát ad hetente, az összóraszám pedig 140 óra.

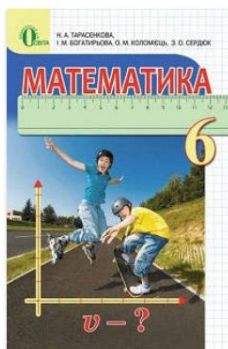


3.1 ábra. A.H. Merzljak: Matematika, 5. osztály, tankönyvborító²⁸

A 6. osztály számára készült tankönyv az egyetlen, mely nem A.H. Merzljak nevéhez köthető. A tankönyv 5 fejezetből, azon belül 35 pontból áll, melyek közül az utolsó fejezet foglalkozik az egyenletekkel, az egyenletek megoldása mérleg elvel, illetve, hogy hogyan kell a szóveges feladatokat egyenlettel megoldani. Érdekesség számomra, hogy ez az első általam ismert ukrainai tankönyv, melyben megtalálható a

²⁸ https://issuu.com/portfel_schoolbooks2/docs/5-klas-matematika-merzljak-2018-ugo

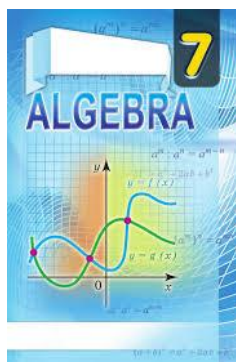
mérleg elv kifejezés és ennek tanítása. Az évi összóraszám 140 óra, melyből hetente 4 óra keretein belül találkozhatnak a matematikával a tanulók.



3.2 ábra. N. A. Taraszenkova: Matematika, 6. osztály, tankönyvborító²⁹

A 7. 8. és 9. osztályokban megegyeznek a tanmenetekben javasolt óraszámok. Az összóraszám 70, vagyis hetente 2 óra keretén belül taníthatóak a matematikai ismeretek az algebra órákon.

A 7. osztályos Algebra tankönyv már mélyebben ismereteket tár a diákok elé. Négy fejezetből áll, azon belül 29 pontból, melyek közül két fejezeten belül több óra keretein belül ismerkedhetnek a tanulók az egyváltozós lineáris és kétváltozós egyenletekkel. Egyre nagyobb hangsúlyt kap a szöveges feladatok megoldása egyetlen segítségével.

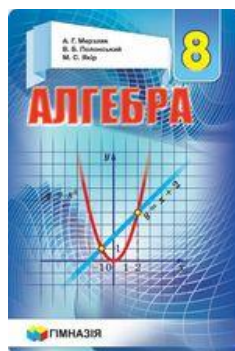


3.3 ábra. A.H. Merzljak: Algebra, 7. osztály, tankönyvborító³⁰

A 8. osztály során megtanulhatják az egyenletek átalakítását ekvivalens módszerekkel. Kiemelt figyelmet kapnak a másodfokú egyenletek. Több nagyon fontos témakör is megtalálható, mely hasznos ismereteket tár a diákok elé, például a nem teljes másodfokú egyenlet, a másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenletek, Vieté tétele, stb. Ez a tankönyv 3 fejezetből, azon belül 23 pontból áll.

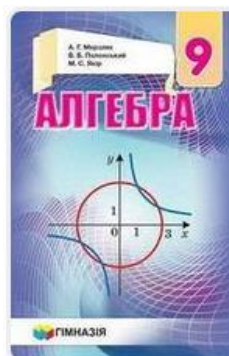
²⁹ <https://pidruchnyk.com.ua/525-matematika-tarasenkova-bogatirova-6-klas.html>

³⁰ [https://kmskz.com.ua/tankonyvek/7-oszt/Algebra%20\(2015.%20A.%20H.%20Merzljak\).pdf](https://kmskz.com.ua/tankonyvek/7-oszt/Algebra%20(2015.%20A.%20H.%20Merzljak).pdf)



3.4 ábra. A.H. Merzljak: Algebra, 8. osztály, tankönyvborító³¹

A 9. osztályos Algebra tankönyv 3 nagyobb fejezetet tárgyal, 24 ponton keresztül. Ezen évfolyamon inkább az egy- és két ismeretlenes lineáris egyenletrendszerek kerülnek középpontba.



3.5 ábra. A.H. Merzljak: Algebra, 9. osztály, tankönyvborító³²

A KMKSZ oldalán feltöltött tankönyvek között megtalálhatjuk a régebbi években kiadott magyar nyelvre lefordított tankönyveket is. Bár ezek jelenleg már nincsenek használatban. Többek között az 5. osztályos 2012-es kiadású matematika tankönyvet, mely Taraszenko N.A. nevéhez köthető; a 7. osztályos 2007-ben megjelent Bevz H.P. által írt Algebra tankönyv is megtalálható; a 2008-as 8. osztályos Algebra könyv, mely a jelenleg használthoz hasonlóan Merzljak A.H. nevéhez köthető. A 9. osztályos könyvek között feltöltésre került a 2009-es Bevz H.P.: Algebra könyve is.

A magyar nyelvre lefordított ukrainai 10.-es és 11.-es matematika tankönyv A.H. Merzljak és szerzőtársai nevéhez köthetőek. A.H. Merzljak 10. osztályos tankönyve 2018-as kiadású, míg a 11. osztályos 2019-es kiadású.

A 10. és 11. osztályos tanmenetekben megegyezően összesen 54 – 54 óra van, melyet az I. félévben 16 óra, heti 1 óra elosztásban és a II. félévben 38 óra, heti 2 óraelosztásban használhatunk fel.

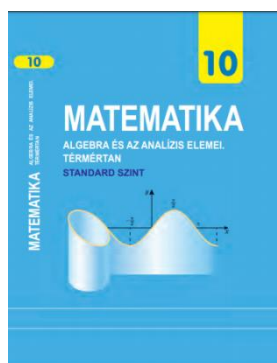
³¹ <https://pidruchnyk.com.ua/793-algebra-merzlyak-8-klas-2016.html>

³² <https://pidruchnyk.com.ua/982-algebra-merzlyak-9-klas-2017.html>

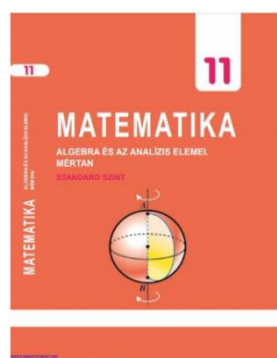
A 10. osztály számára készült tankönyv két fejezetből áll: az első rész az algebra és az analízis elemeivel (1-26. pont), a második pedig a mértannal (27-43. pont) foglalkozik. Az algebra és az analízis elemei részen belül megkezdődik a matematikai analízissel való megismerkedés, betekintést ad a függvények világába, megismerteti a diákokkal a függvények tulajdonságait és vizsgálatának módszereit. Az irracionális egyenletekkel is megismerkedhetnek a tanulók. A trigonometrikus függvények részen belül a trigonometrikus egyenletekkel foglalkozhatnak a diákok több óra keretén belül.

A 11. osztály számára készült tankönyv két fejezetből áll: az első rész az algebra és az analízis elemeivel (1-15. pont), a második pedig a mértannal (16-25. pont) foglalkozik. A tankönyv tanulmányozása során a diákok mélyebb ismeretekre tehetnek szert az exponenciális és logaritmusos egyenletek témakörében.

Az alábbiakban e tankönyvekről készült képeket tekinthetjük meg.



3.6 ábra. A.H. Merzljak: Matematika, 10. osztály, tankönyvborító³³



3.7 ábra. A.H. Merzljak: Matematika, 11. osztály, tankönyvborító³⁴

Sokáig volt használatban, Nelin J.P Algebra és analízis elemei című 2010–es 10. osztályos tankönyve, illetve Bevz H.P 2011–es kiadású 11. osztályos tankönyve, melyek mindegyike szintén fent van a KMKSZ oldalán.

³³ <https://kmksz.com.ua/wp-content/uploads/2018/09/Matematika-2018.-Merzljak-A.-H.-compressed.pdf>

³⁴ <https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/28-pidruchnyky-dlya-zakladiv-zagalnoi-serednoi-os-vity-z-navchannyam-ugorskoyu-movoyu-11-klas/matematyka-11-uhor.pdf>

A 10. és 11. osztályos tankönyvek tanulmányozásánál leírható néhány különbség. A magyarországi végzős diákok tankönyvei mindegyike úgy van felépítve, hogy az utolsó iskolai év nagy része már csak az ismétléssel és az érettségire való felkészüléssel foglalkozik. Míg Ukrajnában kőkemény új anyag halmaz borul a diákok nyakába a 11. osztály során. Ez a különbség belátható annak, hogy Magyarországon 12 osztály van, míg Ukrajnában csak 11 osztály van a diákok számára. Ez nem azt jelenti, hogy az ukrainai tankönyvben nincs ismétlés rész, ugyanis van. A különbség viszont az, hogy a magyarországi tankönyvekben az ismétlésnél a gyakorlati példák mellett elméleti rész is várja a diákokat, mely nagy segítség az ismétlés során, addig az ukrainai tankönyvekben csak gyakorlatok találhatóak minden témakörhöz. Mindkét ország tankönyveiben, találhatunk ismétlő példákat a legegyszerűbbektől a legbonyolultabbikig.

A következő megfigyelésem az lenne, hogy a magyarországi tankönyvben találhatunk néhány próba érettségi feladatsort, mely segítségével szolgálhat a diákoknak. Ilyen sajnos az ukrainaiiban nem található, viszont Ukrajnában van lehetőség a próba érettségire, az utolsó félév tavaszán, mely egy jó megmérettetés lehet a diákoknak.

A.H. Merzljak tankönyvei fejezetekre, azon belül paragrafusokra vannak felosztva. A szerző felhívja a figyelmet, hogy az elméleti tananyag elsajátítása során különös figyelmet kell fordítani a félkövérrel, a félkövér-dőlttel és a dőlttel szedett szövegrészeire, ugyanis így jelölik a könyvben a szabályokat és a legfontosabb matematikai állításokat. Az elméleti részt gyakorló feladatok követik. Az itt ismertetett módszerek nagyon hasznos mintául szolgálhatnak a feladatmegoldások során. A tankönyvek mindegyikében tantételek is találhatóak, melyek közül többnek a bizonyítását is olvashatjuk. A fejezetekben önálló munkára kijelölt feladatok vannak. A gyakorlatok között vannak könnyűek, közepesek és nehezek.

3.1 Az 5–6. osztályos tanmenetek

Első lépésként kiválasztjuk az 5–6. osztályokat, mivel itt – ahogy fentebb már említettük – még Matematika címen szerepel a tantárgy. Ukrajnában egy tanmenet készül általánosan egy – egy osztályra és a pedagógus az alapján állítja össze a tantervet a tanév elején. Ekkor lép fel egy olyan probléma, hogy a tankönyvek régebbi kiadásúak, mint a tanmenetek, így nem mindig egyeznek. Ezt a problémát a pedagógusnak önállóan kell megoldani. Mivel a tanmenetek csak ukrán nyelven érhetőek el, így a pedagógusoknak még nyelvi akadályokkal is meg kell birkóznia. A tanmenetek letölthetőek az Oktatási Minisztérium oldaláról.

A témákon belül az adott téma oktatásához meghatározott vagy javasolt óraszám mellett a tananyagot is megkapjuk, illetve a fontosabb témaköröket kiemelve tárja elénk a tanmenet, melyet a későbbiekben a tanárnak kell elosztania a rendelkezésre álló óraszámot használva.

<u>5. osztály</u>	<u>6. osztály</u>
I. fejezet. Természetes számok. Műveletek természetes számokkal (40 óra)	Természetes számok oszthatósága (12 óra)
Természetes számok.	Közönséges törtek és a velük végzett műveletek (28 óra)
A természetes számok összeadása és kivonása	Arányok és aránypárok (24 óra)
Természetes számok szorzása és osztása.	Racionális számok és a velük végzett műveletek (51 óra)
II. fejezet. Törtszámok és a velük való műveletek (60 óra)	
Közönséges törtek	
Tizedes törtek	

3.1.1 táblázat. Az ukránjai 5 – 6. osztályos tanmenetek

5. és 6. osztályban a 140 órából 40 tartaléknak van megadva, amit a tanár saját belátása szerint használ fél annál a tananyagnál, ami a tanulóknak nehezebben megy. De

ebből a tartalékból szokott rámenni néhány óra a járvány, illetve hideg miatti iskolai kényszerszünetek okán kieső tanítási napokon meg nem tartott órákra. A tanárok egy része e tartalék órákat év végén használja fel az évi anyag témakörönkénti átismétlésére vagy a nehezebben érthető témakörök kiegészítéseként.

3.2 A 7–9. osztályos tanmenetek

Második lépés a 7–9. osztályos tananyagok áttekintése. Az oktatási Minisztérium honlapjáról kiinduló útvonalról letöltött tanmenetjavaslatokban a következő témakörök szerepelnek, ám mivel itt külön szerepel az algebra és a mértan, mi csak az előbbit tekintjük át.

<u>7. osztály</u>	<u>8. osztály</u>	<u>9. osztály</u>
Egész kifejezések (30 óra)	Racionális kifejezések (24 óra)	Egyenlőtlenségek (14 óra)
Függvények (10 óra)	Négyzetgyök. Valós számok (10 óra)	Másodfokú függvény (20 óra)
Lineáris egyenletek és egyenletrendszerek (18 óra)	A másodfokú egyenlet (16 óra)	Számsorozatok (10 óra)
		A kombinatorika, a valószínűség-számítás és a statisztika alapjai (8 óra)

3.2.1 táblázat. Az ukrainai 7 – 9. osztályos tanmenetek

7. osztályban a 70 órából 12, a 8. osztályban 20, a 9. osztályban 18 tartaléknak van megadva, amit a tanár saját belátása szerint használ fel annál a tananyagnál, ami a tanulóknak nehezebben megy.

3.3 A 10–11. osztályos tanmenetek

A 10–11 osztályos tanmenetek esetén már választási lehetőségünk van, hogy a kisebb óraszámúknak megfelelő standart vagyis alapszintet, vagy az emelt óraszám mellett

működő profil vagyis szakosított, illetve az akadémiai szintet választjuk. Minden egyes tanmenet szintén letölthető az Oktatási Minisztérium honlapjáról. Mi az alapszintű tanmenet tekintjük, ugyanis a lefordított tankönyvek ennek felelnek meg.

A 2018-ban és 2019-ben kiadott tankönyvek már Matematika címen szerepelnek, ahogy ezt már említettem, a borítón kiemelve, megtalálható benne az Algebra és az analízis elemei, valamint a Térmértan is, melyek a tankönyvekben külön fejezetként szerepelnek. Viszont a jóváhagyott tanmenetben még külön adják meg a programot az algebra és a mértan tantárgyakhoz.

<u>10. osztály</u>	<u>11. osztály</u>
Függvények, ezek tulajdonságai és grafikonjaik (15 óra)	Exponenciális és logaritmusfüggvény (16 óra)
Trigonometrikus függvények (18 óra)	Az integrál és alkalmazása (10 óra)
A derivált és alkalmazása (14 óra)	A kombinatorika, a valószínűség-számítás és a statisztika alapjai (10 óra)

3.3.1 táblázat. Az ukrainai 10 – 11. osztályos tanmenetek

10. osztályban az 54 órából 7, a 11. osztályban 18 tartaléknak van megadva, amit a tanár saját belátása szerint használ fel annál a tananyagnál, ami a tanulóknak nehezebben megy, illetve az év végi ismétléshez és a vizsgára való felkészüléshez.

4. Összehasonlítás

A matematika megértése főként a fogalmak közti kapcsolat felismerésén múlik. A matematika bármely ágában az egyenletek segítségével jutunk el a legtöbb esetben a végeredményhez. Vagyis az egyenlet a matematika összes ágával kapcsolatban van, így rendkívül gyakori az előfordulása. Az egyenleteket a hétköznapi életben is alkalmazhatjuk, hisz nem csak a matematikán belül, hanem itt is előfordulhatnak. Például mennyi festékmennyiség kell adott területű fal lefestéséhez? Ez tipikusan a matematika alkalmazásának szituációja. Ilyenkor az egyenletek megoldásán van a hangsúly. Matematika nagyon szorosan kapcsolható más tudományágakhoz. Matematika nélkül nem megoldható a fizika, a kémia és még jónéhány egyéb tudományterület számos problémája. Például a mechanikai testek mozgása mozgásegyenletekkel, a hővezetés differenciálegyenletekkel stb. írható le a fizikában. Az egyenletek nélkül nehéz lenne a keverékes kémia feladatokat megoldani.

Az egyenlet az algebra, sőt az egész matematika egyik legfontosabb fogalma. Megtalálhatjuk a matematika tankönyvek mindegyikében egészen a kisiskoláskortól az érettségig. A matematikatanítás egyik legfontosabb része az egyenlet. A téma oktatása, már kisiskolás korban elkezdődik, amikor a gyerekek még nem nevezik nevén, de már használják az egyenleteket. Általánosan elterjedt egyszerű megfogalmazás, hogy az egyenlet a matematikában egyenlőségjellel összekapcsolt két kifejezés.

Az összehasonlításban a legnagyobb gondot az jelenteni, hogy míg Magyarországon a középiskolai oktatási rendszer 12 éves, addig Ukrajnában a sikertelen átállási kísérlet után továbbra is 11 éves. Ez azt jelenti, hogy nem tudjuk osztályonként összehasonlítani a tananyagot, csak a tanítandó témakörök oktatását és a tananyagrészeket.

Ezért megnevezzük az általános- és középiskolai oktatásban a valós számok körében gyakran előforduló egyenlet típusokat:

- lineáris egyenlet,
- másodfokú egyenlet,
- másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenletek,
- abszolútértékes egyenlet,
- exponenciális egyenlet,
- logaritmusos egyenlet,

- irracionális egyenlet,
- trigonometrikus egyenlet.

A fentebb megnevezett különbséghez szorosan kapcsolódik, hogy Magyarországon az általános iskolai oktatás a 8. osztállyal ér véget, míg Ukrajnában az általános iskola a 9. osztály végéig tart. Mindkét országban van lehetőség az általános iskolai oktatás után a középiskolát, gimnáziumot vagy valamilyen szakiskolát választani. Ugyanez érvényes az érettségi után a főiskolákra, egyetemekre.

A következő egyszerű tény, hogy Magyarországon az általános iskolától a középiskolai oktatás végéig a Matematika tantárgy nem szétválasztott. Ezzel ellentétben, Ukrajnában csak az 5. és 6. majd pedig a 10. és 11. osztályokban szerepel Matematika néven. A 7. 8. és 9. osztályokban két tantárgyként van jelen, azaz elkülönül algebrává és mértanná. Ezt szem előtt tartva az ukrainai résznél csak az Algebra tantárggyal foglalkoztam.

Magyarországon több tankönyvcsalád könyveiből válogathatnak a tanárok. Az 5–8. osztályoknak készített tankönyvek Gedeon Veronika, Békéssy Szilvia és Csahóczi Erzsébet nevéhez köthetőek. Az 5–8. osztályos tanulók számára írt tankönyvcsaládok mindegyike megfelel a Nemzeti alaptanterv, illetve a hatályos kerettantervek követelményrendszernek, azaz ezek alapján került megírásra. A Gedeon Veronika és szerzőtársai nevéhez köthető tankönyvcsalád az úgynevezett újgenerációs tankönyvek. Ma jelenleg Magyarországon ezek azok a tankönyvek, melyeket az általános iskolák legtöbbször használ. Így vizsgálatom alapjául én is ezt a tankönyvcsaládot választottam.

A 9–12. osztályos tankönyvcsaládok Barcza István, Dr. Geröcs László és Juhász István szerzőurak nevéhez köthetőek. Hasonlóan az előzőekhez mindegyik tankönyvcsalád megfelel a Nemzeti alaptanterv, illetve a hatályos kerettantervek követelményrendszernek. Teljes párhuzam állítható az 5–8. osztályos könyvekhez, azaz itt a Barcza István és szerzőtársai által írt tankönyvcsalád, a mai középiskolák által leginkább használt újgenerációs tankönyvcsalád. Így ez volt a vizsgálatom alapja.

Magyarországon minden tankönyvhöz külön tanmenet érhető el. A tanmenetek, tantervek az ofi.hu weboldaltól tölthető le. A tankönyvek tankonyvkatalogus.hu oldalon érhetőek el.

Kárpatalján, a magyar tannyelvű iskolákban oktató pedagógusoknak nincs választási lehetőségük, mivel csak az az egy tankönyv áll rendelkezésükre osztályonként, az amelyet lefordították. 5. osztálytól 11. osztályig. Ukrajnában egy tanmenet készül általánosan egy – egy osztályra és a pedagógus az alapján állítja össze

a tantervet a tanév elején. A magyar nyelvre lefordított ukrainai matematika tankönyvek A.H. Merzljak és szerzőtársai nevéhez köthetőek leginkább.

Ahhoz, hogy vizsgálni tudjuk, a különböző típusú egyenletek oktatásának tananyagát először nézzük át, hogy milyen fogalmaknak kell előzetesen beágyazódnia a fogalomtárba, az egyenletek megértéséhez. Többek között ilyen a halmaz, a halmaz elemei, a nevezetes azonosságok, különböző algebrai kifejezésekkel végzett műveletek (például: összevonás, szorzattá alakítás), abszolút érték, lineáris egyenlet, logaritmus, gyökvonás, hatványozás, trigonometriai kifejezések, ekvivalens átalakítások, zárójelfelbontás, lineáris egyenletrendszer, kiemelés, egyenlőtlenség, stb. A sort még sokáig lehetne folytatni, de igyekeztem a legfontosabbakat kiemelni.

A következőkben nézzük át, hogyan alakul ki az egyenlet fogalma.

Mindkét ország 5. osztályos tankönyvét átlapozva levonhatjuk azt az előzetes következtetést, hogy az egyenlet, mint fogalom teljes képe, itt még nincs kialakítva, viszont a fogalomalkotás elkezdődött és gyakorlatilag már sok alkalommal használják.

Egy bizonyára már mindenki által sokszor hallott példát szeretnék megemlíteni, amikor a kisiskolások úgy nevezett „*x-es példáról*” kezdenek beszélni, azaz használják, de nem nevezik nevén. Mindkét ország 5. osztályos tankönyvében már megjelennek az egyenletek, azaz innentől, ha a diák már találkozik egy egyenlettel a tankönyvben, nem *x-es példának*, hanem egyenletnek fogja nevezni.

Magyarországon nagyon elterjedt fogalom a nyitott mondatok. Az egyenletek fogalma is, ennek a felhasználásával kerül kialakításra, bevezetésre. A nyitott mondatoknak egy részhalmazát alkotják az egyenletek. Az 5. osztályos Matematika tankönyvben, melyet Gedeon Veronika és szerzőtársai állítottak össze olvashatjuk: „*Az olyan állításokat, amelyek igazsága attól függött, hogy mit írtatok a hiányzó helyekre nyitott mondatoknak nevezük. A hiány pótlása az alaphalmazból történik. A nyitott mondat megoldásának nevezük azokat az elemeket, amelyek igazzá teszik a nyitott mondatokat. Mindig az alaphalmazból kell kiválasztanunk a lehetséges megoldásokat. Az így kapott elemek összességét nevezük a nyitott mondat igazsághalmazának.*”³⁵

Láthatjuk, hogy a fogalom megalapozásánál egyelőre nem használja fel a szerző az egyenlet szót. Bár elrejtve, burkoltan megtalálhatjuk, hogy mit nevezünk egyenletnek vagy az egyenlet megoldásának. Pár példa megoldása után említi először, hogy a már

³⁵ Gedeon Veronika, Korom Pál József, Számadó László, Tóthné Szalontay Anna, dr. Wintsche Gergely: Matematika 5. © Eszterházy Károly Egyetem (Oktatókutatató és Fejlesztő Intézet), 2016

előzően tanult ismeretekből tudjuk, hogy az egyenleteknek két oldala van és ezt a két oldalt az egyenlőségjellel, kötjük össze. Ekkor mutat rá arra, hogy $a + x = b$ alakú nyitott mondatokat nevezzük egyenletnek. Nagyon sok példával, színesen, gyakorlati úton vezet be az egyenlet fogalmának a kialakítását a nyitott mondatokon keresztül. Ezután példák segítségével eljutunk az egyenlet megoldásához.

A szerző a lebontogatás és a próbálgatás módszerét alkalmazza, itt 5. osztályban és ezekre a módszerekre nagyon sok példát találhatunk a tankönyvben. Egyszerűbb szöveges feladatok megoldását egyenlettel is tanítja a tankönyv.

Az ukrajnai tankönyvekben is találkozhatunk a nyitott mondatok típusú feladatokkal, példákkal, de itt nem nevezik így, egyszerűen csak alkalmazzák, használják. A.H. Merzljak ukrajnai 5. osztályos matematika tankönyvet átlapozva olvashatjuk, hogy itt a szerző az egyenlet megoldásán, konkrét példa felhasználásával, gyakorlati úton vezet be az egyenlet fogalmát. Megtalálhatjuk az egyenlet gyökének a definícióját: „Az egyenlet gyökének azt a számot nevezzük, melyet a változó helyére behelyettesítve az egyenlet igaz számegyenlőséggé alakul át”³⁶. A szerző arra is rámutat, hogy az egyenlet gyöke, maga az egyenlet megoldása.

Az egyenlet megoldásának módja az egyenletekben lévő ismeretlen tagok keresése által történik. Azaz, nagyon fontos tudni, hogy az ismert másik két taggal milyen műveletet végzünk el, hogy megkapjuk a harmadikat. A magyarországi tankönyvhöz hasonlóan itt is találhatunk egyszerűbb szöveges feladatok megoldását egyenlettel.

Az alábbi táblázatban röviden megtekinthetjük, hogy az egyenlet fogalmának kialakítása, hol kezdődik és milyen azonosságokat vagy különbségeket figyeltem meg:

Ország	Magyarország	Ukrajna
Osztály	5. osztály	
Megfigyelések	lebontogatás, próbálgatás módszere	ismeretlen tagok keresésének módszere
	egyszerűbb szöveges feladatok megoldása egyenlettel	
	a tanmenet alapján, legalább 8 órát érint	a tanmenet alapján, legalább 4 órát érint

4.1 táblázat. Az egyenlet fogalma kialakításának összehasonlítása

³⁶ A. H. Merzljak V. B. Polonszkij M. Sz. Jakir: Matematika 5.osztály. Львів Видавництво „Світ” 2018

Mindkét országban az egyenlet szót 6. osztályban már ismerik.

Magyarországon 6. osztályban, csak 2–3 lépésben megoldható, azonos átalakítást nem igénylő egyenleteket oldanak meg. Az 5. osztályhoz hasonlóan a próbálgatás és a lebontogatás módszerét alkalmazzák. Több tapasztalatot szereznek a szöveges feladatok megoldásában egyenlet segítségével. Táblázat vagy ábra felrajzolását ajánlja segítségül a tankönyv. Az egyenlet, az alaphalmaz, az igazsághalmaz és az egyenlet megoldása fogalmak beépülnek a már megszerzett ismeretek tárába.

Ukrajnában 6. osztályban egyszerűbb egyenleteket oldanak meg. Megtanulják, hogyan kell az egyenletet megoldani a mérleg elv módszerével. Elmélyül az egyenlet, az egyenlet megoldása és az egyenlet gyökének fogalma. Elkezdik használni az egyszerűbb ekvivalens átalakításokat. Tovább fejlődik a szöveges feladatok megoldása egyenlet segítségével. Az egyenlet felállításához táblázat felrajzolását ajánlja a tankönyv.

Az alábbi táblázatban megtekinthetjük, hogy az egyenlet fogalmának elmélyítésénél milyen azonosságokat vagy különbségeket figyeltem meg.

Ország	Magyarország	Ukrajna
Osztály	6. osztály	
Megfigyelések	lebontogatás, próbálgatás módszere	mérleg elv módszere
	szöveges feladatok megoldása egyenlettel (táblázat vagy ábra felrajzolásával)	
Fogalmak	egyenlet, igazsághalmaz, alaphalmaz, az egyenlet megoldása	az egyenlet, az egyenlet megoldása, az egyenlet gyöke

4.2 táblázat. Az egyenlet fogalma elmélyítésének összehasonlítása

A lebontást, a próbálgatást és a mérlegelvet is más–más szemlélet alapján magyarázzuk el a diákoknak, de ugyanazokat a műveleti lépéseket használjuk fel hozzá. Néha az egyik alkalmazhatóbb, néha a másik, néha több is egyformán. Egyenletmegoldás közben azonban nem segít, ha eláruljuk, milyen lépésekben jussanak el a tanulók az eredményhez. Törekedjünk arra, hogy megtanítsuk nekik mindegyik módszert és ők azt használják fel, amelyik számukra a legtermészetesebb, legkönnyebb.

6. osztály után kezd el igazán külön válni a két ország tananyaga. Mit is értek ez alatt? Eddig szoros párhuzamot lehetett látni a két tananyag rész között. De Magyarországon a 7. osztályos tananyag még visszafogottabban tárja a diákok elé az egyenlet fogalmát és e témakört. Míg Ukrajnában ezen az éven már az egyszerűbb kétváltozós egyenletek is megjelennek. A másik ilyen ok, amit már említettem, hogy Magyarországon az általános iskolai oktatás a 8. osztállyal véget ér, Ukrajnában pedig csak a 9. osztályban ér véget, illetve, hogy Magyarországon 12 osztály van, míg Ukrajnában csak 11. Azaz már nem nézhetjük együtt, párhuzamosan az osztályokat, hanem csak egy – egy témakör kiemelésével az összehasonlítást. Először nézzünk meg néhány osztály tananyagának rövid ismertetését, hogy hogyan is jutunk el az említett egyenletek témaköreire.

Magyarországon 7. osztályban az egyenleteket a mérlegelv módszerével kezdik megoldani és a szöveges feladatokat már egyenlettel írják fel és oldják meg. Viszont még találhatunk példákat az előző két módszer gyakorlására is.

Saját véleményem szerint Magyarországon a 7. osztályban az egyenletek témakörének az elmélyítése nagyon jól kidolgozott és célravezető lehet. Ugyanis nem lép komolyabb szintre, hanem csak a 3 említett módszert gyakoroltatja egész tanévben. A 8. év végére már elmélyült ismeretté válik a lineáris egyenletek megoldása és az ekvivalens tulajdonságok helyes alkalmazása. 8. osztályban jelenik meg az egyenletek megoldása grafikus módszer segítségével. Szintén 8. osztály végére nagyon színessé válik a szöveges feladatok típusai, ahol alkalmazni tudják az egyenleteket. A 8-os tankönyv végén találhatunk 4 gyakorló feladatsort az felvételre, mely nagy segítség lehet a diákoknak.

Ukrajnában a lineáris egyváltozós egyenletet 7. osztályban definiálják. Felállítják a szöveges feladatok megoldásának algoritmusát egyenlettel. A 7. osztály második félévében megjelennek az egyszerűbb kétváltozós lineáris egyenletek. Meghatározzák, hogy mit jelent megoldani egy kétváltozós lineáris egyenletet és megismerkednek a tulajdonságaival. Megtanulják ábrázolni a kétváltozós lineáris egyenlet grafikonját. 8. osztályban elmélyül az ekvivalens egyenletek fogalma, megismerkednek az azonos átalakításokkal. Megjelennek a racionális egyenletek, melyet a racionális kifejezéseken keresztül vezet be a szerző.

Néhány sorban, táblázat formájában összegezném a fentebb leírtak alapján a meglátásaimat.

Ország	Magyarország	Ukrajna
7. osztály	egyenletek megoldása a tanult három módszer segítségével	lineáris egyváltozós egyenletek megoldása, kétváltozós lineáris egyenletek és grafikonjaik
	szöveges feladatok megoldása egyenlettel	
8. osztály	lineáris egyenletek megoldása, ekvivalens átalakítások, grafikus módszer	ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások, racionális egyenletek

4.3 táblázat. A 7. és 8. osztályos ismeretek oktatásának összehasonlítása

Saját véleményem szerint egy magyarországi általános iskolás diák könnyebb helyzetben van, mivel hosszabb ideje van arra, hogy az egyenlettel kapcsolatos fogalmak elmélyüljenek és beágyazódjanak a már meglévő ismeretek tárába, mielőtt új ismeretek épülnének rá. Ugyanis Magyarországon 8. osztály végéig a hangsúly az eddig tanult ismeretek elmélyítésén, összegzésén, ismétlésén van, azaz elmondhatjuk, hogy 8. osztály végéig csak az említett 3 módszert gyakorolják, és majd csak később építkeznek erre.

Ezzel ellentétben, Ukrajnában már 7. osztályban sokkal magasabb lépcsőfokra lép az egyenletek oktatása. Például Magyarországon a grafikus módszer 8. osztály végén jelenik meg és csak az egyváltozós egyenletekkel gyakoroltatja a tankönyv. Ukrajnában pedig már 7. osztályban a kétváltozós lineáris egyenletekkel együtt meg kell tanulnia a diákoknak a grafikus módszer használatát.

Az első összehasonlítási szempont az egyenlet fogalmának a kialakítása és elmélyítése volt. Majd megnéztük, hogy jutunk el az egyenletekkel kapcsolatos bonyolultabb fogalmakig Magyarországon és Ukrajnában. A következő lépés a másodfokú egyenletek bevezetése lesz.

Legkönnyebben bemutatni néhány azonosságot vagy különbséget egy táblázat segítségével lehet. Miután részletesen átnéztem e témakör előfordulását az ukrainai és magyarországi tankönyvekben, a következő táblázatot állítottam össze:

Ország	Ukrajna	Magyarország
Osztály	8. osztály	10. osztály
Óraszám	16 óra	16 óra
Definíció	„Az $ax^2 + bx + c = 0$ alakú egyenleteket másodfokú egyenleteknek nevezzük, ahol x a változó, a , b és c bármely szám és $a \neq 0$.” ³⁷	„Ha a , b és c adott számok és $a \neq 0$, x pedig változó, akkor az $ax^2 + bx + c = 0$ egyenletet másodfokú egyenletnek nevezzük.” ³⁸
Megoldási mód	diszkrimináns és Viéte tétele	diszkrimináns és Viéte tétele
Magasabb fokú egyenletek	bikvadratikus egyenlet	nincs

4.4 táblázat. A másodfokú egyenletek oktatásának összehasonlítása

Az ukrainai tankönyvben a témakör szépen felépített, jól érthető, annak ellenére, hogy elég tömör elméleti anyagot tartalmaz. A témakör részeként minden esetet figyelem előtt tartva számos, különböző példát, gyakorlatot találhatunk. Bemutatásra kerülnek a nem teljes másodfokú egyenlet különböző esetei. A másodfokú egyenletek begyakorlása után, előkerülnek a magasabb fokú egyenletek, melyeket vissza lehet vezetni másodfokúra. Ezután az egyenletek megoldásának olyan új módszereivel ismerkedhetnek a tanulók, mint a változócsere, az új változó bevezetésének a módszere.

A magyarországi tankönyv e téma bevezetését a teljes négyzetté való kiegészítéssel adja a diákok elé és e példa megoldásával mutatja be a másodfokú egyenlet megoldóképletét. Mint sok témakör ez is nagyon gyakorlati úton van felépítve. Sok példát találhatunk a begyakorlásra. A tankönyvben összesen 15 lecke foglalkozik a másodfokú egyenletekkel, mely két részre tagolódik: az elsőben megtaláljuk a másodfokú egyenlet megoldóképletét, és alkalmazását. A másodikban szöveges feladatok megoldását egyenlettel.

Ukrajnában már 8. évfolyamon megjelennek a másodfokú egyenletek, míg Magyarországon csak két évvel később. Ekkor már diák érettebb és valószínűleg könnyebben el tudja sajátítani a tananyagot. Ahogyan, már fentebb írtam a magyarországi tankönyv nagyon gyakorlatiasan építi fel a témakört, ami egy hasznos módszer lehet, mert néhány példa begyakorlása után, szinte észrevétlenül elsajátítják az

³⁷ A. H. Merzljak: Algebra 8.osztály. Львів Видавництво „Світ” 2016

³⁸ Barcza István: Matematika, 10.osztály, 1.kötet, Eszterházy Károly Egyetem, 2017

anyagot. Ezzel ellentétben az ukrain tankönyvek legtöbbje száraz, elméleti ismeretet tár elénk és csak ezután mutatja be gyakorlatok által. A magyarországi tankönyvekben nem fordulnak elő magasabb fokú egyenletek, míg az ukrainban külön rész foglalkozik e témakörrel. Mindkét témakör elsajátítása alatt, megismerkednek a helyes megoldási algoritmussal és alapos tudásra tehetnek szert. A két ország tananyaga széles körű ismeretet ad a diákoknak.

A másodfokú egyenletek részletes oktatása azért nagyon fontos, mert sok más anyag épül rá és a későbbiekben még sokszor visszatérő feladattípus. Fontosnak tartom, hogy a diákok ne csak megtanulják a megoldó képletet, hanem tudják, hogy miből is kapták ezt végül eredményül. Ez hozzásegítheti őket a téma megértéséhez. A másodfokú egyenlet megoldó képletének a levezetése mindkét tankönyvben részletesen megtalálható. Így röviden bemutatom itt is:

Az $ax^2+bx+c=0$ másodfokú egyenlet, ahol a , b és c adott számok és $a \neq 0$. Szorozzuk meg az egyenletet $4a$ -val:

$$4a^2x^2+4abx+4ac=0;$$

$$4a^2x^2+4abx=-4ac.$$

A baloldal alakításához használjuk fel, hogy $(2ax+b)^2=4a^2x^2+4abx+b^2$. Ezt felhasználva: $(2ax+b)^2-b^2=-4ac$ majd pedig, $(2ax+b)^2=b^2-4ac$.

Innentől a gondolatmenetünk háromféle válik:

1. Ha $b^2-4ac < 0$, akkor nincs megoldása a valós számok körében.
2. Ha $b^2-4ac = 0$, akkor $(2ax+b)^2=0$ és ebből $x = -\frac{b}{2a}$., azaz az egyenletnek egy gyöke van.
3. Ha $b^2-4ac > 0$, akkor:

$$2ax+b = \sqrt{b^2-4ac} \text{ és } 2ax+b = -\sqrt{b^2-4ac};$$

$$2ax = -b + \sqrt{b^2-4ac} \text{ és } 2ax = -b - \sqrt{b^2-4ac}, \text{ tehát}$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ és } x = \frac{-b - \sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

Azaz az egyenletnek két gyöke van.

Ha az a , b és c betű egy – egy adott valós számot jelöl, ahol $a \neq 0$, akkor az $ax^2+bx+c=0$ egyenletnek 0, 1 vagy 2 gyöke van a valós számok körében. A fentebb levezetett példa, mely a másodfokú egyenlet megoldó képlete.

Az abszolút értéket tartalmazó egyenlet Magyarországon 9. osztályban jelenik meg. Ahol az egyszerűbb abszolút értéket tartalmazó egyenletek megoldásával ismerkedhetnek meg. Ezen kívül a diákok megtanulják az abszolút értéket tartalmazó egyenletek grafikus megoldását is. Kiemelt hangsúlyt kap a szöveges feladatok megoldása egyenlettel. A téma gyakorlatokkal felépített, az elméleti anyag a példa levezetése közben kerül bemutatásra.

Az abszolút érték fogalma már 6. osztályban bevezetésre kerül Ukrajnában. De ezen az éven az abszolút érték nem jelenik meg az egyenletekben. Ez az egyenlet típus volt az egyetlen olyan, az ukrainai tankönyvekben, amelyik, mint fogalom már megjelent hamarabb, de konkrét témakörként a tankönyvekben nem találtam meg, csak a későbbi tankönyvekben, például a 7-es Algebra tankönyv Egyenletek témakör részeként találkozhatnak a diákok az abszolút értéket tartalmazó egyenletekkel és a későbbiekben is előfordul. Véleményem szerint ezt a témakört ezen az évfolyamon, Ukrajnában még kicsit korai oktatni. A későbbi osztályokban a magyarországihoz hasonlóan, Ukrajnában is megtanulják az abszolút értékes egyenletek grafikus megoldását.

Az irracionális egyenletek megoldásának lépései során mindig arra törekszünk, hogy a gyököket tartalmazó kifejezések kiküszöböljünk. Magyarországon gyökös egyenleteknek, míg Ukrajnában irracionális egyenleteknek nevezik őket. Előzetesen mindkét ország tankönyvében e témakör elsajátítása előtt a tanulók megismerkednek az n -edik gyök meghatározásával és tulajdonságaival, a gyökvonás azonosságaival. Ukrajnában meghatározzák az irracionális egyenlet fogalmát és gyakorlati úton vezetnek be az irracionális egyenletek megoldását, a páratlan és páros kitevőjű hatványra emelés segítségével. Magyarországon néhány típusfeladat megoldása után, találhatunk elméleti anyagot és utána gyakorlatok segítségével válik érthetővé a tananyag. Ukrajnában és Magyarországon is ez a témakör a 10. osztályban jelenik meg, ahol az irracionális egyenletek bevezetése és megoldása a fő téma. Mindkét ország tankönyvében megtalálható, hogy az irracionális egyenlethez tartozó úgynevezett következményegyenlet, mely a belőle négyzetre emelés útján kapott új egyenlet. Megtanulják, hogy a következményegyenlet gyökei között az eredeti egyenlet minden gyöke megtalálható. Mindkét ország tankönyvében találhatunk megoldandó gyakorlatokat, melyeket vagy algebrai vagy pedig grafikus úton kell megoldani.

A trigonometrikus egyenletek a 11-es magyarországi tankönyvekben találhatóak, a trigonometria részen belül. Ukrajnában a 10. osztályban kerül sor a trigonometrikus

egyenletekre. Mindkét tananyagrészt előzetesen megismerkednek a trigonometrikus függvények előjeleivel, a trigonometrikus azonosságokkal és a trigonometrikus függvények közötti összefüggésekkel, a visszavezetési képletekkel. Az ukrain tankönyvben megvizsgálják a $\cos x = b$, a $\sin x = b$ és a $\operatorname{tg} x = b$ típusú egyenleteket a b különböző eseteire. Az említett témakörben nagyon sok begyakorló feladatot találhatunk a tankönyvben. Hasonló felépítésű feladatokat találhatunk a magyarországi tankönyvben is. A magyarországi tankönyvben az új témakör egy része a $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ azonosságra épül. Mindkét tankönyvben az alapononosságokat és az új változó bevezetését is használják a megoldáshoz.

Az exponenciális egyenleteknél, arra törekszünk, hogy az egyenlet mindkét oldalán azonos alapú hatványok álljanak. Magyarországon és Ukrajnában is a 11. osztályban tanulják a diákok e témakört. Az ukrain tankönyvet átlapozva az exponenciális függvény fogalmának a kialakítása után a tanulók szembe találkoznak az olyan egyenletekkel, ahol a változó a hatványkitevőben van és így megtanulják, hogy mi is az exponenciális egyenlet. Megismerkednek az $a^{x_1} = a^{x_2}$ esettel. Számos példát találhatunk az egyszerűbbektől a bonyolultabbig. A téma gyakorlatok segítségével mutatja be az elméleti anyagot. Magyarországon a hatványozás és az n -edik gyök fogalmak megtanulása után, megismerkednek az exponenciális függvényekkel, majd pedig az exponenciális egyenletekkel. Magyarországon először megtanulják a logaritmus fogalmát és csak ezután jelennek meg az exponenciális egyenletek, míg Ukrajnában fordítva van. Magyarországon a témát, az ukrainaihoz hasonlóan gyakorlatok részletes elmagyarázásával mutatja be a szerző. Találhatunk egyszerűbb és összetettebb példákat mindkét tankönyvben.

A logaritmosus egyenletek megoldása során alkalmazzuk a logaritmus azonosságait, így azonos alapú logaritmusokat hozunk létre mindkét oldalon. Magyarországon és Ukrajnában is a 11. osztály során ismerkednek meg a tanulók e témakörrel, a logaritmus fogalmának a kialakítása és tulajdonságainak az elsajátítása után, ahol felhasználhatják az előzőekben tanult tulajdonságokat az egyenletek megoldásakor. A témakör gyakorlatok általi bevezetése megkönnyíti mindkét tankönyvben a diákok számára az új anyag elsajátítását. Kialakul az a következtetés a diákok tudástárában, hogy a logaritmus egy bizonyos értelemben a hatványozás inverz művelete.

Ukrajnában a 11-es tankönyv végén összefoglaló rendszerezés van, ahol a lineáris egyenletek, a másodfokú, az irracionális, a trigonometrikus, az exponenciális és a logaritmusos egyenletekre is találhatunk ismétlő példákat, gyakorlatokat. Ez a rész segítség az érettségiző diákoknak.

Magyarországon a 12-es Matematika tankönyv 4. fejezetében, mely a Készüljünk az érettségire nevet kapta, foglalkozik a másodfokú, az exponenciális, az abszolút értéket tartalmazó, az irracionális egyenletek megoldásának az ismétlésével. Ez a fejezet a négyéves tanterv rendszerező átismétlése.

Mindkét ország figyelmet fordít arra, hogy az utolsó év végén adjon időt a diákoknak egy összefoglalásra, rendszerezésre, a matematika tantárgy lezárására. Véleményem szerint a Magyarországi tankönyvek felépítése azért egy kicsit lazább és szerintem ezzel érthetőbb, illetve gyakorlatiasabban tárja a diákok elé a tananyagot, mert egy évvel több idejük van az érettségiig. Egy másik meglátás, hogy szerintem az ukrainai tananyag mennyiség kicsivel több a magyarországinál vagy lehet, csak annak tűnik számomra, az egy év eltérés miatt.

Van egy olyan témakör, mely szinte kisiskolás kortól érettségiig végig kíséri a tanulókat, így érdemes kiemelni. Minden évfolyamon előfordul és mindkét ország tankönyveiben helyet kap. Ezek pedig a szöveges feladatok megoldása egyenlettel. Sokszor célba jutunk úgyis a szöveges feladatok megoldása során, hogy nem kell egyenletet használni, de az esetek nagy többségében szükséges az egyenlet használata. Általános szabály nincs, hogy hogyan tudunk egyenletet felállítani a szöveges feladathoz, viszont jó tanácsokat megjegyezhetünk:

„Tisztázzuk mindig, mit keresünk, és mi van adva. Állapítsuk meg, milyen összefüggések vannak az adott és a keresett mennyiségek közt. Sokszor érdemes felhasználni a keresetten kívül más ismeretlen mennyiségeket is, olyanokat, amelyek a keresett és az adott mennyiségekkel is kapcsolatban vannak, hidat teremtenek köztük. Az adott és az ismeretlen mennyiségek áttekintését gyakran megkönnyíti a táblázatos felírás. Hogy a talált összefüggések alapján egyenletet írassunk fel, jelöljük valamelyik ismeretlent betűvel. Nem mindig a keresett mennyiséget célszerű betűvel jelölni. Ha nem tudjuk azonnal felírni az ismert és az ismeretlen mennyiségek közti összefüggést, próbáljunk a betű helyébe konkrét számot írni, és kipróbálni, igazat állít-e ebben az esetben a feladat. Az egyenlet felállításakor ugyanazt kell csinálnunk általános formában, mint az adott szám helyett a betűvel. Készítsünk rajzot! A cél sohasem az,

hogyan egyenletet állítsunk fel, hanem az, hogy megoldjuk a feladatot. Ha egyenlet nélkül is meg tudjuk oldani, annál jobb!”³⁹

Mindkét ország oktatási rendszerében a diákok már több módszert alkalmaznak az egyenletek megoldásához, ilyenek például a behelyettesítéses-, az egyenlő együtthatók- és összehasonlító módszer, a grafikus módszer vagy a szorzattá alakítás. Fontos leszögezni, hogy olyan módszer nincs, mellyel minden egyenlettípust meg lehetne oldani. A tananyag lényegi része egyik ország oktatásában sem különbözik. Amiben különbség mutatható, az a téma bevezetése. Ahogyan többször már leírtam Magyarországon először mindig gyakorlatokkal közelítik meg az új anyagot és kevesebb elméleti rész van. Ukrajnában az új anyag átadásánál több esetben nagyobb figyelmet kap az elméleti rész és majd csak ezt követik a példák segítségével bemutatott új anyag. Az, hogy melyik a jobb, célravezetőbb módszer minden tanár egyedül eldöntheti az oktatási folyamat során.

Minden új fogalom kialakításánál törekednünk kell, hogy az új ismeret minél mélyebben ágyazódjon be a gyermek fogalomrendszerébe, úgy, hogy közben minél szélesebb rétegben fejlesszük a matematikai kompetenciákat is. Fontos, hogy ne csak száraz tudást adjunk át, hanem érdekes feladatokkal, különböző munkaformákkal és módszerekkel tegyük színesebbé a tanulást. Fontos, hogy tanárként figyelembe vegyük a gyerekek érdekeit és ennek megfelelően alkalmazzuk a különböző módszereket, hogy kiválasszassuk a legmegfelelőbbet, amellyel a legnagyobb sikert érhetjük el a gyerekeknél, hogy közelebb kerüljenek matematikához. Ilyen módszer lehet a szemléltetés, hisz ha egy jó eszköz, módszer segítségével a magasabb szintű matematikát is közérthetőbbé, a gyerekek számára izgalmasabbá tehetjük. Ahogyan már említettem az egyes egyenleteket grafikusán is meg tudjuk oldani, amellyel nem csak ellenőrizni tudjuk az algebrai megoldásunk helyességét, de azt is szemléltetheti, hogy egyes gyökök, miért esnek ki a jó megoldások közül. Ehhez ma már nagy segítség lehet egy ábrázoló program, ami azért is jó, mert összetettebb példákat is be tudunk mutatni, melyeket a középiskolában használt transzformációk által nem tudnánk.

³⁹ EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR; Varga Tamás: A MATEMATIKA TANÍTÁSA, Budapest, 1969

5. Óravázlatok

Diplomamunkám részeként csatoltam két általam összeállított óravázlatot, mely alkalmazható az 5. osztályban. Az óravázlat az ukrainai oktatási anyagnak felel meg. Az első óravázlat egy új ismeretet átadó óra anyaga és a második pedig egy azt követő begyakorló óra. Azért az 5. osztályt választottam, mert az egyenlet fogalmának mélyebb kialakítása itt kezdődik el. Jól látható, hogy az első óravázlatban az egyenlet megoldásának módja az egyenletekben lévő ismeretlen tagok keresése által történik. Azaz, nagyon fontos tudni, hogy az ismert másik két taggal milyen műveletet végzünk el, hogy megkapjuk a harmadikat. Ez a módszer az, amit sok ukrainai általános iskola 5. osztályában alkalmaznak. Magyarországon az ilyen típusú egyszerűbb egyenleteket a lebontogatás módszerével oldják meg.

Óravázlat 1.

Osztály: 5. osztály

Tanár: Sipos Marietta

Tantárgy: Matematika

Téma: Egyenletek

Тема: Рівняння

Az óra típusa: Új ismeretet átadó óra

Oktatási cél: Megismertetni és begyakorolni a tanulókkal az egyenletek megoldásának alapjait. Rávezetni őket arra, hogy milyen apró lépésekkel juthatunk el az egyenlet megoldásához.

Nevelési cél: A precizitás, pontosság igényének kialakítása, gondolkodási műveletek fejlesztése.

Képzési cél: Számolási készség és egyenletmegoldás fejlesztése.

Didaktikai módszerek: fogalmak, régi és új ismeret összekapcsolása, tanár–diák párbeszéd, ellenőrzés, megfelelő munkatempó.

Eszközök: Tankönyv (Matematika 5. osztály), tábla, kréta.

Az óra fő részei	Az óra menete	Idő
Szervezés	Köszönés. Az ügyeletes jelentése, a tanterem és a tábla tisztaságának ellenőrzése, a tanulók órához való elkészülésének ellenőrzése	2 perc
A házi feladat ellenőrzése és ismétlés	<ul style="list-style-type: none"> • Ki tudná megmondani mivel foglalkoztunk az elmúlt órákon? <p>A műveletek sorrendjével a kifejezésekben.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mely műveletek elsőrendűek? <p>Az összeadás és a kivonás.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mely műveletek másodrendűek? <p>A szorzás és az osztás.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Hogyan járunk el, ha mindkét rendű műveletek vannak a kifejezésekben? <p>Először mindig a másodrendű műveleteket végezzük el balról jobbra, majd ugyanígy az elsőrendű műveleteket.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mit végzünk el először, ha a kifejezésben van zárójel? <p>Akkor megváltozik a műveletek sorrendje, mert először mindig a zárójelet végezzük el, majd a többi a tanult sorrendben. Ha a zárójelben első és másodrendű művelet is van, akkor, először a másodrendű, majd pedig az elsőrendű műveleteket végezzük el.</p> <p>A házi feladat frontális szóbeli ellenőrzése.</p> <p>Szóban ellenőrizzük a feladatok végeredményeit, közben egyesével megnézem, hogy van-e mindenkinek házi feladata. Ha probléma volt valamelyik feladat megoldása közben, akkor azt közösen a táblánál megbeszéljük és megoldjuk.</p> <p>1.</p> $505 \cdot 22 - 10100 + 1336 : (128 + 7416 : 36) = 11044 - 10100 + 1336 : 334 = 948$	10 perc

	<p>2. $(20 + 16) : (4 + 5) \cdot 12 = 4 \cdot 12 = 48$</p> <p>3. $240 : (4 \cdot 15 + 20) = 240 : 80 = 3$</p> <p>Szóban értékelem a diákokat.</p>	
Motiváció	<p>Eddig a műveletek sorrendjével foglalkoztunk a kifejezésekben. A mai órán nem egy teljesen új témakört fogunk tanulni, hanem egy olyan témát, amelyet, már alsó osztályban tanultatok, csak sokan úgy neveztek, hogy x-es példák, de ma megtanuljuk, hogy ezek az egyenletek. A tanulók beírják a dátumot és a témát a füzetbe.</p>	2 perc
Az új anyag átadása	<p>Az új anyagot magyarázat közben folyamatosan felírom nekik a táblára, amelyet a diákok átmásolnak a füzetbe. Illetve a szükséges elméleti megjegyzéseket is beírják a füzetbe.</p> <p>Vizsgáljuk meg a következő feladatot. A megálló az autóbuszra felszállt 5 utas. Ezek után az autóbuszon 20 utas lett. Hány személy volt az autóbuszon a megálló előtt?</p> <p>Ha a keresett számot x-szel jelöljük, akkor a feladatunk a következő kérdésre redukálódik: milyen számmal kell helyettesíteni az x-et, hogy az $(x + 5)$ változót tartalmazó kifejezés értéke 20 legyen?</p> <p>Ilyen esetben azt mondjuk, hogy meg kell oldani az $(x + 5) = 20$ egyenletet.</p> <p>Egyenletnek nevezzük, az ismeretlen változót tartalmazó egyenlőséget, aminek értékét meg kell határozni.</p> <p>Az ismeretleneket jelölhetjük bármilyen betűvel. Például: x, y, stb.</p> <p>Oldjuk meg közösen az egyenletet:</p> $x + 5 = 20$ $x = 20 - 5$ $x = 15$ <p>Ebben az esetben az ismeretlen összeadandót kell meghatározni, mégpedig úgy, hogy az összegből kivonjuk</p>	17 perc

az ismert összeadandót.

A változónak azt az értékét, amely az egyenletet igaz egyenlőséggé teszi, az egyenlet gyökének nevezzük.

Ebben az esetben az $x = 15$ az egyenlet gyöke, azaz 15 személy volt az autóbuszon a megálló előtt.

Van olyan eset, hogy nincs az egyenletnek gyöke.

Például:

$$0 \cdot x = 10$$

Ennek az egyenletnek nincs megoldása.

Tehát levonhatjuk a következtetést: megoldani az egyenletet azt jelent, hogy meghatározzuk mindegyik gyökét, vagy megállapítjuk, hogy nincs megoldása.

Az egyenletekben az ismeretlen kifejezésénél nagyon fontos tudni, hogy az ismert másik két taggal milyen műveletet végzünk el. Ehhez szükséges tudni, hogy hogyan is nevezzük őket. Ismételjük meg, hogyan nevezzük a tagokat a kifejezésekben.

- 1) összeadandó + összeadandó = összeg
- 2) kisebbítendő – kivonandó = különbség
- 3) szorzandó · szorzó = szorzat
- 4) osztandó: osztó = hányados

A következőkben nézzünk meg néhány típusfeladatot.

1. példa

$$y + 7 = 9$$

a) $y = 9 - 7$

$$y = 2$$

$$7 + y = 9$$

b) $y = 9 - 7$

$$y = 2$$

Az ismeretlen összeadandót úgy határozzuk meg, hogy az összegből kivonjuk az ismert összeadandót.

2. példa

	$x - 5 = 3$ <p>a) $x = 3 + 5$ $x = 8$</p> <p>A kisebbítendőt úgy határozzuk meg, hogy különbséghez hozzáadjuk a kivonandót.</p> $8 - x = 3$ <p>b) $x = 8 - 3$ $x = 5$</p> <p>A kivonandót úgy határozzuk meg, hogy a kisebbítendőből kivonjuk a különbséget.</p>	
Begyakorlás	<p>Közösen megoldunk egy egyenletet. Én írom fel a táblára és elmagyarázom. Ezután egy diák jön a táblához, magyarázattal megoldjuk. Majd egyesével jönnek a táblához. Eközben a diákok önállóan dolgozhatnak előre. A szükséges magyarázatokat együtt a diákokkal megfogalmazzuk és elmondjuk az osztálynak is.</p> $x + 25 = 30$ <p>1.) $x = 30 - 25$ $x = 5$</p> $42 + x = 60$ <p>2.) $x = 60 - 42$ $x = 18$</p> $x - 14 = 32$ <p>3.) $x = 32 + 14$ $x = 46$</p> $72 - x = 41$ <p>4.) $x = 72 - 41$ $x = 31$</p>	10 perc
Összefoglalás és értékelés	<p>A mai órán megismerkedtünk az egyenletmegoldás alapjaival. Megismételtük, mit is jelent az egyenlet, mit jelent megoldani az egyenletet és azt, hogy mit nevezünk az egyenlet gyökének.</p> <p>Megismételtük, hogy hogyan nevezzük a kifejezésekben a tagokat, és átnéztünk néhány típuspéldát, hogy hogyan fejezzük ki az ismeretleneket.</p>	2 perc

	Szóban értékelem a tanulókat.	
Házi feladat	<p>A szabályok megtanulása.</p> <p>Néhány gyakorlati példa.</p> $15 + x = 55$ <p>1.) $x = 55 - 15$ $x = 40$</p> $x - 22 = 42$ <p>2.) $x = 42 + 22$ $x = 64$</p> $60 - y = 45$ <p>3.) $y = 60 - 45$ $y = 15$</p>	2 perc

Óravázlat 2.

Osztály: 5. osztály

Tanár: Sipos Marietta

Tantárgy: Matematika

Téma: Egyenletek

Тема: Рівняння

Az óra típusa: Begyakorló óra

Oktatási cél: Begyakorolni a tanulókkal az egyenletek megoldásának alapjait. Rávezetni őket arra, hogy milyen különbségek vannak a tényezők kifejezésében.

Nevelési cél: A precizitás, pontosság igényének kialakítása.

Képzési cél: Számolási készség fejlesztése.

Didaktikai módszerek: előző órai anyag ismétlése, fogalmak, régi és új ismeret összekapcsolása, tanár–diák párbeszéd, megfelelő munkatempó.

Eszközök: Tankönyv (Matematika 5. osztály), tankönyv, kréta

Az óra fő részei	Az óra menete	Idő
Szervezés	Köszönés. Az ügyeletes jelentése, a tanterem és a tábla tisztaságának ellenőrzése, a tanulók órához való elkészülésének ellenőrzése	2 perc
A házi feladat	<ul style="list-style-type: none"> Ki tudná megmondani mivel foglalkoztunk az 	10

ellenőrzése és ismétlés	elmúlt órákon?	perc
	<p>Az egyenletekkel.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mit nevezünk egyenletnek? <p>Egyenletnek nevezük, az ismeretlen változót tartalmazó egyenlőséget, aminek értékét meg kell határozni.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mi az egyenlet gyöke? <p>A változónak azt az értékét, amely az egyenletet igaz egyenlőséggé teszi, az egyenlet gyökének nevezük.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Soroljátok fel a tényezőket a kifejezésekben! <p>1) összeadandó + összeadandó = összeg</p> <p>2) kisebbítendő – kivonandó = különbség</p> <p>3) szorzandó · szorzó = szorzat</p> <p>4) osztandó: osztó = hányados</p> <p>A házi feladat frontális szóbeli ellenőrzése.</p> <p>Szóban ellenőrizzük a feladatok végeredményeit, eközben egyesével megnézem, hogy van-e mindenkinek házi feladata. Ha probléma volt valamelyik feladat megoldása közben, akkor azt közösen a táblánál megbeszéljük és megoldjuk.</p> $15 + x = 55$ <p>1.) $x = 55 - 15$ $x = 40$</p> $x - 22 = 42$ <p>2.) $x = 42 + 22$ $x = 64$</p> $60 - y = 45$ <p>3.) $y = 60 - 45$ $y = 15$</p>	

Motiváció	<p>A mai órán folytatjuk az egyenletek megoldásának a begyakorlását, illetve tovább vizsgáljuk, hogy a tényezőket, hogyan kell helyesen kifejezni az egyenletből.</p> <p>A tanulók beírják a dátumot és a témát a füzetbe.</p>	2 perc
Begyakorlás	<p>Kezdjük a mai óra begyakorló részét azzal, hogy nézzünk meg még néhány típusfeladatot.</p> <p><u>1. példa</u></p> <p>$y \cdot 7 = 14$</p> <p>a) $y = 14 : 7$ $y = 2$</p> <p>$2 \cdot y = 14$</p> <p>b) $y = 14 : 2$ $y = 7$</p> <p>Az ismeretlen szorzó tényezőt úgy határozzuk meg, hogy az szorzatot elosztjuk az ismert szorzó tényezővel.</p> <p><u>2. példa</u></p> <p>$20 : x = 4$</p> <p>a) $x = 20 : 4$ $x = 5$</p> <p>Az osztót úgy határozzuk meg, hogy az osztandót elosztjuk a hányadossal.</p> <p>$x : 5 = 4$</p> <p>b) $x = 4 \cdot 5$ $x = 20$</p> <p>Az osztandót úgy határozzuk meg, hogy a hányadost megszorozzuk az osztóval.</p> <p>A diákok egyesével jönnek a táblához. Eközben a tanulók önállóan dolgozhatnak előre. A szükséges magyarázatokat</p>	27 perc

együtt a diákokkal megfogalmazzuk és elmondjuk az osztálynak is.

$$28 + (45 + x) = 100$$

1.) $(45 + x) = 100 - 28$

$$45 + x = 72$$

$$x = 27$$

$$(y - 25) + 18 = 40$$

2.) $(y - 25) = 40 - 18$

$$y - 25 = 22$$

$$y = 47$$

$$(70 - x) - 35 = 12$$

3.) $(70 - x) = 12 + 35$

$$70 - x = 47$$

$$x = 23$$

$$90 - y \cdot 12 = 78$$

4.) $y \cdot 12 = 90 - 78$

$$y \cdot 12 = 12$$

$$y = 1$$

$$121 : (x - 45) = 11$$

5.) $x - 45 = 121 : 11$

$$x - 45 = 11$$

$$x = 56$$

$$65 + (x + 23) = 105$$

6.) $x + 23 = 105 - 65$

$$x + 23 = 40$$

$$x = 17$$

$$(48 - x) + 35 = 82$$

7.) $48 - x = 82 - 35$

$$48 - x = 47$$

$$x = 1$$

	$9 \cdot x + 50 = 86$ <p>8.) $9x = 86 - 50$ $9x = 36$ $x = 4$</p> $120 : (x - 19) = 6$ <p>9.) $x - 19 = 120 : 6$ $x - 19 = 20$ $x = 39$</p> $(y + 50) : 14 = 4$ <p>10.) $y + 50 = 14 \cdot 4$ $y + 50 = 56$ $y = 6$</p> $x + 67 = 109$ <p>11.) $x = 109 - 67$ $x = 42$</p>	
Összefoglalás és értékelés	<p>A mai órán tovább gyakoroltuk az egyenletmegoldás alapjait. Megismételtük, mit is jelent az egyenlet, mit jelent megoldani az egyenletet és azt, hogy mit nevezünk az egyenlet gyökének.</p> <p>Megismételtük, hogy hogyan nevezzük a kifejezésekben a tagokat, és átnéztünk néhány típuspéldát, hogy hogyan fejezzük ki az ismeretleneket, és begyakoroltuk őket.</p> <p>Szóban értékelem a tanulókat.</p>	2 perc
Házi feladat	<p>A szabályok megtanulása.</p> <p>Néhány példa megoldása.</p> $52 - (19 + x) = 17$ <p>1.) $19 + x = 52 - 17$ $19 + x = 35$ $x = 16$</p>	2 perc

	$9 \cdot y - 18 = 72$ $2.) \quad 9 \cdot y = 72 + 18$ $9y = 90$ $y = 10$ $77 : (y + 10) = 7$ $3.) \quad y + 10 = 77 : 7$ $y + 10 = 11$ $y = 1$ $(x - 12) : 10 = 4$ $4.) \quad x - 12 = 10 \cdot 4$ $x - 12 = 40$ $x = 52$	
--	---	--

Összefoglalás

Az általános és a középiskolai matematika tananyag egyik legfontosabb eleme az egyenletek és azok megoldásainak oktatása. Ez az a témakör az, ami nemcsak a matematika oktatás minden évében megtalálható, hanem számos más tantárgyhoz kapcsolódva is felbukkan a diákok általános és középiskolás éveiben. Éppen ezért fontos, hogy megvizsgáljuk, hogy a matematikának ezt a témakörét, hogy oktatják Ukrajnában és a vele szomszédos Magyarországon.

A diplomamunkám célja, hogy összehasonlítsam az egyenletek oktatását a magyarországi és ukrajnai oktatási rendszerben. A dolgozat megírása során először áttekintem a magyarországi és ukrajnai tanmeneteket, tankönyveket, különös figyelemmel kísérve az egyenletek oktatását, majd elemeztem és összehasonlítottam azokat, rámutatva az azonosságokra és különbségekre. A továbbiakban az adott témakör oktatását bemutató két óravázlatot is elkészítettem, amelyek alkalmazhatók a gyakorlatban is.

A vizsgálati területem az 5. – 12. osztály volt. A magyarországi tanmenetek összehasonlításából számomra úgy tűnt, hogy e témakörrel az 5–8. osztályokban, legnagyobb terjedelemben Gedeon Veronika nevéhez köthető Matematika tankönyvcsalád és a hozzá készült tanmenete foglalkozik. A 9–12. osztályos tantervek között lényegi eltérés nem volt az egyenletek oktatása szempontjából, csak a 10. osztályban a másodfokú egyenletek oktatásánál fordít az újgenerációs tankönyvcsalád és a hozzákészült tanmenet kicsivel nagyobb hangsúlyt a másodfokú egyenletekre.

A magyarországi és az ukrajnai tanmenetek és tankönyvek összehasonlításából látszik, hogy az 5–6 osztályokban az egyenletek oktatása nem mutat lényegi eltérést, szinte ugyanazokat a fogalmakat és módszereket oktatják mindkét országban. A további tananyagokban már nagyobb eltérések mutatkoznak az egyenletek oktatásánál. A legszembetűnőbb talán, hogy a másodfokú egyenleteket Ukrajnában a 8. osztályban az általános iskola utolsó előtti évében, míg Magyarországon a 10. osztályban a középiskola 2. évében oktatják.

Az eltérések egyik lehetséges oka lehet, hogy míg Ukrajnában az általános iskola 5–9., a középiskola 10–11. osztályokból áll, addig Magyarországon az általános iskola 5–8., középiskola 9–12. osztályokból áll.

Az egyenletek oktatásánál megfigyelhető még, hogy Magyarországon általában az új ismereteket mindig gyakorlatokkal közelítik meg. Nagyobb hangsúlyt fektetve az gyakorlati és kisebbet az elméleti részre, míg Ukrajnában az új anyag átadásánál több esetben nagyobb figyelmet kap az elméleti rész és kevesebbet a gyakorlati.

Irodalomjegyzék

1. https://web.archive.org/web/20140413151956/http://www.mathematika.hu/view/page.php?page_id=11
2. http://www.jgypk.hu/mentorhalo/tananyag/Matematika_mdszertan/92_egyenletek_egyenltlensegek.html
3. <https://prezi.com/jdjrlfd6e7ws/egyenletek/>
4. http://real.mtak.hu/33169/7/kronosz_teljes_javitva_171018.pdf
5. <https://tudasbazis.sulinet.hu/hu/matematika/matematika/nincs-kiralyi-ut>
6. <https://docplayer.hu/20658770-Az-algebra-tanitasa-jatekokon-keresztul-altalanos-es-kozepiskolaban.html>
7. <https://www.tankonyvkatalogus.hu/>
8. https://math.bme.hu/algebra/a2/2009/2_LinearisEgyenletrndsizr.002.pdf
9. http://www.jgypk.hu/mentorhalo/tananyag/Matematika_tantrgyepedaggia/113_egyenletek.html
10. <https://ofi.hu/node/181447>
11. <https://portal.nkp.hu/>
12. <http://ofi.hu/node/174307>
13. <https://mon.gov.ua/ua>
14. <https://osvita.ua/>
15. <https://pidruchnyk.com.ua/>
16. <https://kmksz.com.ua/tankonyvtar/>
17. <https://portfel.info/>
18. <https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/28-pidruchnyky-dlya-zakladiv-zagalnoi-serednoi-osvity-z-navchannyam-ugorsko-yu-movoyu-11-klas/matematyka-11-uhor.pdf>
19. <https://kmksz.com.ua/wp-content/uploads/2018/09/Matematika-2018.-Merzljak-A.-H.-compressed.pdf>
20. <https://kmksz.com.ua/wp-content/uploads/2017/11/Algebra-A.-H.-Merzljak-2017.pdf>
21. [https://kmksz.com.ua/tankonyvek/8-oszt/Algebra%20\(2016,%20A.%20H.%20Merzljak\).pdf](https://kmksz.com.ua/tankonyvek/8-oszt/Algebra%20(2016,%20A.%20H.%20Merzljak).pdf)

22. [https://kmksz.com.ua/tankonyvek/7-oszt/Algebra%20\(2015,%20A.%20H.%20Merzljak\).pdf](https://kmksz.com.ua/tankonyvek/7-oszt/Algebra%20(2015,%20A.%20H.%20Merzljak).pdf)
23. [https://kmksz.com.ua/regi/tankonyvek/6.osztaly/Matematika%20\(Taraszenkova%20N.%20A.,%202014\).pdf](https://kmksz.com.ua/regi/tankonyvek/6.osztaly/Matematika%20(Taraszenkova%20N.%20A.,%202014).pdf)
24. <https://hu.wikipedia.org/wiki/Algebra>
25. https://kmksz.com.ua/wp-content/uploads/2018/09/Matematika_II_fejezet-2018.-Merzljak-A.-H..pdf
26. https://kmksz.com.ua/wp-content/uploads/2018/09/Matematika_I_fejezet-2018.-Merzljak-A.-H..pdf
27. https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503010501_1
28. https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503010601_1
29. https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503010701_1
30. https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503010801_1
31. <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/AP-050809>
32. <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/AP-080808>
33. <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/AP-060809>
34. <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/AP-070807>
35. https://ofi.oh.gov.hu/sites/default/files/attachments/nt-11580_matematika_5_tanmenet.pdf
36. <https://hu.wikipedia.org/wiki/Egyenlet>
37. <https://docplayer.hu/36927995-Tanmenetjavaslat-az-nt-raktari-szamu-matematika-6-tankonyvhoz-oktataskutato-es-fejleszto-intezet-budapest.html>
38. <https://ofi.oh.gov.hu/kiegeszito-anyagok-tankonyvjegyzeken-szereplo-kiadvanyainkhoz-0>
39. <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-11880>
40. https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503010901_1
41. https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503010902_1
42. <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17112>
43. https://ofi.oh.gov.hu/sites/default/files/attachments/nt-17102_1_heureka_9_tanmenet.pdf
44. https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503011001_1
45. https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503011002_1
46. <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17212>
47. <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17202>

48. <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17302>
49. <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17312>
50. https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503011101_1
51. https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/FI-503011201_1
52. <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17402>
53. <https://www.tankonyvkatalogus.hu/site/kiadvany/NT-17412>
54. http://old.tok.elte.hu/matek/mat_tan.pdf
55. https://ofi.oh.gov.hu/sites/default/files/060834_matematika_6_kk_1.pdf
56. <https://doksi.hu/get.php?lid=14231&order=DisplayPreview>
57. https://web.cs.elte.hu/blobs/diplomamunkak/bsc_mattan/2010/barta_anita.pdf
58. https://web.cs.elte.hu/blobs/diplomamunkak/bsc_mattan/2011/sara_csenge.pdf
59. https://regi.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0038_matematika_Cegledi3/c_h01s19.html

Ábrák jegyzéke

2.1.1. ábra. Gedeon Veronika: Matematika, 5. osztály, tankönyvborító	15
2.1.2 ábra. Gedeon Veronika: Matematika, 6. osztály, tankönyvborító	16
2.1.3 ábra. Gedeon Veronika: Matematika, 7. osztály, tankönyvborító	17
2.1.4 ábra. Gedeon Veronika: Matematika, 8. osztály, tankönyvborító	17
2.2.1 ábra. Csehóczy Erzsébet: Matematika, 5. osztály, tankönyvborító	19
2.2.2 ábra. Csehóczy Erzsébet: Matematika, 6. osztály, tankönyvborító	19
2.2.3 ábra. Csehóczy Erzsébet: Matematika, 7. osztály, tankönyvborító	20
2.2.4 ábra. Csehóczy Erzsébet: Matematika, 8. osztály, tankönyvborító	20
2.3.1.ábra. Békéssy Szilvia: Matematika, 5. osztály, tankönyvborító.....	21
2.3.2.ábra. Békéssy Szilvia: Matematika, 6. osztály, tankönyvborító	21
2.3.3.ábra. Békéssy Szilvia: Matematika, 7. osztály, tankönyvborító	21
2.3.4.ábra. Békéssy Szilvia: Matematika, 8. osztály, tankönyvborító	22
2.4.1 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése az 5. osztályban	24
2.4.2 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 6. osztályban	25
2.4.3 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 7. osztályban.....	26
2.4.4 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 8. osztályban	26
2.5.1 ábra. Barcza István: Matematika, 9. osztály, 1–2.kötet, tankönyvborítók ...	29
2.5.2 ábra. Barcza István: Matematika, 10. osztály, 1–2. kötet, tankönyvborítók ..	30
2.5.3 ábra. Barcza István: Matematika, 11. osztály, tankönyvborító.....	30
2.5.4 ábra. Barcza István: Matematika, 12. osztály, tankönyvborító.....	31
2.6.1 ábra. Juhász István: Matematika, 9. osztály, tankönyvborító	31
2.6.2 ábra. Juhász István: Matematika, 10. osztály, tankönyvborító	32
2.6.3 ábra. Juhász István: Matematika, 11. osztály, tankönyvborító	32
2.6.4 ábra. Juhász István: Matematika, 12. osztály, tankönyvborító	32
2.7.1 ábra. Dr. Geröcs László: Matematika, 9. osztály, tankönyvborító	34
2.7.2 ábra. Dr. Geröcs László: Matematika, 10. osztály, tankönyvborító	34

2.7.3 ábra. Dr. Gerőcs László: Matematika, 11. osztály, tankönyvborító	35
2.7.4 ábra. Dr. Gerőcs László: Matematika, 12. osztály, tankönyvborító	35
2.8.1 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 9. osztályban	37
2.8.2 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 10. osztályban.....	38
2.8.3 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 11. osztályban	39
2.8.4 táblázat. A Magyarországon használható tanmenetek összevetése a 12. osztályban	39
3.1 ábra. A.H. Merzljak: Matematika, 5. osztály, tankönyvborító	42
3.2 ábra. N. A Taraszenkova: Matematika, 6. osztály, tankönyvborító	43
3.3 ábra. A.H. Merzljak: Algebra, 7. osztály, tankönyvborító	43
3.4 ábra. A.H. Merzljak: Algebra, 8. osztály, tankönyvborító	44
3.5 ábra. A.H. Merzljak: Algebra, 9. osztály, tankönyvborító	44
3.6 ábra. A.H. Merzljak: Matematika, 10. osztály, tankönyvborító	45
3.7 ábra. A.H. Merzljak: Matematika, 11. osztály, tankönyvborító	45
3.1.1 táblázat. Az ukrajnai 5 – 6. osztályos tanmenetek	47
3.2.1 táblázat. Az ukrajnai 7 – 9. osztályos tanmenetek	48
3.3.1 táblázat. Az ukrajnai 10 – 11. osztályos tanmenetek	49
4.1 táblázat. Az egyenlet fogalma kialakításának összehasonlítása	53
4.2 táblázat. Az egyenlet fogalma elmélyítésének összehasonlítása	54
4.3 táblázat. A 7. és 8. osztályos ismeretek oktatásának összehasonlítása	56
4.4 táblázat. A másodfokú egyenletek oktatásának összehasonlítása	57

Резюме

Одною з найважливішою складовою навчальної програми з математики у початковій та середній школі є викладання рівнянь та їх розв'язання. Ця тема зустрічається не тільки на кожному курсі математичної освіти, але і пов'язана з багатьма іншими предметами шкільної програми початкової та середньої школи. Тому важливо проаналізувати та вивчити, як викладається ця тема в Україні та сусідній Угорщині.

Метою моєї дипломної роботи є порівняти викладання теми рівнянь в угорській та українській системах освіти. Під час написання дипломної роботи я у першу чергу дослідила навчальні програми та підручники Угорщини та України, приділяючи особливу увагу викладанню рівнянь, а потім проаналізувала і порівняла їх, вказуючи на подібності та відмінності. Далі я підготувала розробки двох уроків даної тематики.

Дослід проводився на базі 5–12 класів. При аналізі навчальних програм Угорщини з'ясувалося, що тема рівнянь у 5–8 класах більш поширена у навчальних програмах з математики Вероніки Гедеон, Не було суттєвої різниці між навчальними програмами 9–12 класів з точки зору викладання рівнянь. Хоча можна зауважити, що викладанню квадратних рівнянь у 10 класі ряд підручників нового покоління та супровідні навчальні плани приділяють більше уваги.

Порівняння навчальних програм та підручників Угорщини та України показали, що викладання рівнянь у 5–6 класах не мають суттєвих відмінностей, в обох країнах майже однакова концепція та методика викладання цієї теми. Мабуть, найбільшою відмінністю є, що квадратні рівняння викладаються в Україні у 8–му класі, а в Угорщині – у 10–му класі. Загалом причиною відмінностей між навчальними програмами є різниця у структурі середньої освіти даних країн. В Україні школа II ступеня це 5–9 класи, а школа III ступеня – 10–11 класи, а в Угорщині школа II ступеня це 5–8 класи, а школа III ступеня – 9–12 класи.

Крім цього в Угорщині при викладанні нової теми завжди надається перевага практичному застосуванню нових знань, з більшим акцентом на практичні та меншим на теоретичні частини, тоді як в Україні при викладанні

нового матеріалу більша увага приділяється теоретичній частині, і менша – практичній частині теми.

Власник документу:
Моца Андрій Андрійович

ID перевірки:
1002667011

Дата перевірки:
04.05.2020 11:28:46 EEST

Тип перевірки:
Doc vs Internet + Library

Дата звіту:
04.05.2020 11:31:46 EEST

ID користувача:
92712

Назва документу: matematika_Sipos_Marietta

ID файлу: 1002679949 Кількість сторінок: 76 Кількість слів: 14969 Кількість символів: 110305 Розмір файлу: 1.64 MB

2.02% Схожість

Найбільша схожість: 0.69% з джерело <https://hu.wikipedia.org/wiki/Egyenlet>

2.02% Схожість з Інтернет джерелами 59 Page 78

0.09% Текстові збіги по Бібліотеці акаунту 1 Page 78

0% Цитат

Не знайдено жодних цитат

0% Вилучень

Вилучений текст відсутній

Підміна символів

Не знайдено заміненних символів

Nyilatkozat

Alulírott, Sipos Marietta 014. Középiskolai oktatás (Matematika) képzési program hallgatója, kijelentem, hogy a dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai magyar Főiskolán, a Matematikai és Informatika Tanszéken készítettem, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) MSc diploma megszerzése végett.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalmat, eszközöket stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatom a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai magyar Főiskola könyvtárában a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.