ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ

Кафедра математики та інформатики

Реєстраційний №___________

Кваліфікаційна робота

САМОСТІЙНА ДІЯЛЬНІСТЬ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ

КОРКУШКА КАТЕРИНА ЙОСИПІВНА

Студентка IV-го курсу

Освітня програма 014 «Середня освіта (Математика)»

Ступінь вищої освіти: бакалавр

Тема затверджена Вченою радою ЗУІ

Протокол **№ 3 від 17 жовтня 2022 року**

Науковий керівник: **ПЕТЕЧУК ЮЛІЯ ВАСИЛІВНА**

кандидат фізико-математичних наук,

доцент кафедри математики та інформатики

Завідувач кафедрою математики та інформатики: **Кучінка Каталін Йожефівна**

к. ф.-м. н

Робота захищена на оцінку _________, «___» ____________ 202_ року

Протокол № ______ / 202_

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ

Кафедра математики та інформатики

Кваліфікаційна робота

САМОСТІЙНА ДІЯЛЬНІСТЬ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ

Ступінь вищої освіти: бакалавр

Виконав: студентка IV-го курсу

КОРКУШКА КАТЕРИНА ЙОСИПІВНА

Освітня програма 014 «Середня освіта (Математика)»

Науковий керівник: **ПЕТЕЧУК ЮЛІЯ ВАСИЛІВНА**

кандидат фізико-математичних наук,

доцент кафедри математики та інформатики

Рецензент: **СТОЙКА МИРОСЛАВ ВІКТОРОВИЧ**

кандидат фізико-математичних наук,

доцент кафедри математики та інформатики

Берегове
2023

Зміст

1. ВСТУП 3

2. САМОСТІЙНЕ НАВЧАННЯ — КЛЮЧ ДО ЖИТТЯ, РОБОТИ, КУЛЬТУРИ...5

2.1. Самостійна робота за підручником, довідником, робочим зошитом..7

2.2. Тест, робочий аркуш, програмний лист..8

2.3. Метод «Forrainé» (навчання на основі завдань)...............................8

2.4. Програмоване навчання...10

2.5. Домашнє завдання...12

2.6. Організація самостійної роботи учнів...12

3. ТЕКСТОВІ ЗАВДАННЯ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ РОЗУМІННЯ ТЕКСТУ 14

3.1. Поняття та роль текстового завдання в навчанні...........................16

3.2. Методика розв'язування текстових задач.......................................16

3.3. Етапи уроку опрацювання текстових завдань 19

3.4. Розв'язування текстових задач за допомогою рівнянь, написання рівняння..22

3.5. «Загальні вказівки» до розв'язування текстових задач....................25

4. ДОСЛІДЖЕННЯ ТА РЕЗУЛЬТАТИ...27

4.1. Гіпотези дослідження...27

4.2. Завдання вступних випробувань та їх оцінювання..........................27

4.3. Очікуваний результат виконаного завдання...................................29

4.4. Результати досліджень...36

5. РЕЗЮМЕ...45

6. СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ...46

7. СПИСОК ІЛЮСТРАЦІЙ...48

8. ДОДАТКИ...49

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola

Matematika és Informatika Tanszék

A TANULÓK ÖNÁLLÓ TEVÉKENYSÉGE A MATEMATIKA TANULÁSÁBAN. SZÖVEGES FELADATOK MEGOLDÁSA

Szakdolgozat

Képzési szint: alapképzés

Készítette: KARKUSKA KATALIN

IV. évfolyamos hallgató

Képzési program: 014 „Középiskolai oktatás (Matematika)”

Témavezető: PETECSUK JÚLIA

a fizikai és matematikai tudományok kandidátusa,

a Matematika és Informatika Tanszék docense

Recenzens: SZTOJKA MIROSZLÁV

a fizikai és matematikai tudományok kandidátusa,

a Matematika és Informatika Tanszék docense

Beregszász – 2023

Tartalomjegyzék

1. BEVEZETÉS **3**

2. AZ ÖNÁLLÓ TANULÁS — KULCS AZ ÉLETHEZ, MUNKÁHOZ, MŰVELTSÉGHEZ **5**

2.1. Önálló tanulás tankönyvből, segédkönyvből, munkafüzetből 7

2.2. Feladatlap, munkalap, programlap 8

2.3. Forrainé-féle módszer (feladatrendszeres tanulás) 8

2.4. A programozott tanulás 10

2.5. Házi feladat 12

2.6. A tanulók önálló munkájának megszervezése 12

3. A SZÖVEGES FELADATOK, MINT A SZÖVEGÉRTÉS FEJLESZTÉSÉNEK ESZKÖZE **14**

3.1. A szöveges feladat fogalma és szerepe a tanításban 16

3.2. A szöveges feladatok megoldásának módszere 16

3.3. A szöveges feladatok órai feldolgozásának lépései 19

3.4. A szöveges feladatok megoldása egyenlettel; az egyenlet felírása 22

3.5. "Általános jellegű útmutatások" a szöveges feladatok megoldásához 25

4. KUTATÁS ÉS EREDMÉNYEK **27**

4.1. A vizsgálat hipotézisei 27

4.2. A bemeneti tesztben szereplő feladatok és pontozásuk 27

4.3. A feladatok várható megoldásai 29

4.4. Kutatási eredmények 36

5. ÖSSZEGZÉS **44**

6. IRODALOMJEGYZÉK **45**

7. ÁBRÁK JEGYZÉKE **47**

8. MELLÉKLETEK **51**

1. BEVEZETÉS

Az elmúlt évtizedekben sokat változott a tanulás fogalma, a tanuláshoz való viszonyunk, a megszerzett tudás értéke. Azoknak a generációknak, akik manapság szakmát vagy diplomát szereznek — a technológiák rohamos fejlődése miatt —, később egészen biztosan tovább kell képezniük magukat, esetleg átképzésre szorulnak. Folyamatos önfejlesztésre, a tudás megújítására nemcsak a munkaerőpiac elvárásai miatt van szükségünk, belső szükségletté kell válniuk, hogy haladni tudjunk a korral. Ehhez nem kell más, mint hogy a hatékony önálló tanulás kompetenciája már gyermekkorban kialakuljon, és biztos alapot teremtsen az élményszerű tanuláshoz, az élethez, a munkához. E kompetencia kialakításában pedig igen nagy szerepet játszanak a pedagógusok.

Nem tudjuk, hogy tíz-húsz év múlva melyek lesznek a "menő" szakmák, amelyekre viszont ma kell képeznünk a felnövekvő nemzedéket, a jövő munkaerejét. Csak sejtjük, hogy milyen kompetenciák kellenek majd ahhoz, hogy az emberek hatékonyabban dolgozzanak, megállják helyüket az élet minden területén. Egyértelmű, hogy ebben a helyzetben nem lehet kőbe vésett tananyagot, lezárt tudásdarabkákat átadni. Emellett az iskolai tananyag nem is tartalmazhat minden olyan ismeretet, amire szüksége van, lesz vagy lehet az embernek élete során. Ismereteink egy részét tehát önállóan kell megszereznünk. Ezért is vált olyan fontossá az oktatásban a hatékony önálló tanulás támogatása. Bizonyított tény ugyanis, hogy az emberek átlag 20

A matematika tanításának egyik legfontosabb feladata pedig pontosan az önálló, problémamegoldó gondolkodásra való nevelés. Ezt viszont csak úgy lehet megvalósítani, ha a tanulóknak elegendő alkalmat biztosítunk az önálló munkára, az önálló gondolkodásra, az önálló feladatmegoldásra. Erre viszont nem a frontális osztálymunka a legalkalmasabb. Csak néhány gyorsabban gondolkodó tanuló képes hamar megoldani a problémát, a többiek mindössze a helyes megoldás menetének ismertetéséből tanulhatnak, vagy csak az eredményt látják-hallják. Ez nagyon hasonlít ahhoz a naiv módszerhez, amikor valakit a stadion lelátóján ülve akarunk megtanítani kerékpározni vagy úszni. Hiába van ott a versenyzők között a világbajnok, hiába kifogástalan valamennyiük technikája, aki meg akar tanulni kerékpározni, annak fel kell ülnie a kerékpárra. Úszni is csak vízben lehet megtanulni, a medence széléről figyelve a versenyzők úszását, nem. Így van ez a matematikával is. Nem elég figyelni és nézni, hogy mások hogyan oldják meg a feladatokat, csinálni kell azokat! A legeredményesebb tanulási módszer, amikor a tanulók önállóan, tapasztalati úton, próbálgatással, korábbi ismereteik felhasználásával igyekeznek megtalálni a kitűzött probléma, problémák helyes megoldását, amelyhez a pedagógus folyamatos, személyre szóló segítséget nyújt.

Munkámban a tanulók önálló munkájának fontosságát, előnyeit, az e tevékenység segítésének lehetőségeit, módjait igyekszem bemutatni. Emellett nagy hangsúlyt fektetek a szöveges feladatok megoldásának kérdéskörére is, mint az önálló problémamegoldási képesség kialakításának, fejlesztésének eszközére. Igyekszem állításaimat saját kutatással is alátámasztani. Véleményem szerint ugyanis önálló tevékenység, önálló munka, önálló gondolkodás nélkül nem lehetséges elérni azt, hogy a tanulók hatékonyan tudjanak problémákat megoldani.

2. AZ ÖNÁLLÓ TANULÁS — KULCS AZ ÉLETHEZ, MUNKÁHOZ, MŰVELTSÉGHEZ

Korunk követelménye az iskolával szemben, hogy a tanulókat felkészítse az egész életükön át tartó permanens önképzésre. Tulajdonképpen saját tanulásuk irányításáról van itt szó: egyfajta önszabályozó tanulásról és annak a megszervezéséről. Ez már nem az a tanításközpontú paradigma, amelyben a pedagógus megmondta és megszervezte, hogy mit tanuljanak a diákok, és hogy hogyan tegyék azt. Ellenkezőleg: a tanulóknak kell motiváltnak lenniük arra, hogy egész életükben tanuljanak, tanulni akarjanak. Mindennek egyénileg kell kialakulnia, amelynek eredményeképpen a belső motivációk révén a diákok megszervezik a saját tanulásukat, és tanulási stratégiákat társítanak hozzá. Fontos része ennek a folyamatnak az önértékelés is. Pontosan tudniuk kell azt, hogy miben jók, miben kell fejlődniük, rendszeresen reflektálni a saját tanulásukra, mert csak így tudják nyomon követni a fejlődésüket. (Tier, 2012)

A hatékony, önálló tanulási kulcskompetencia fejlesztésének első lépése az információszerzés. A tanár már nem tudja átadni az összes tudást, hiszen ez lehetetlen az információ mennyisége és gyors elévülése miatt. De nem elég csak megtalálni az információt, válogatni is tudni kell. Abban, hogy milyen szempontok szerint válogatnak a tanulók, már szerepe van az osztálytermi folyamatoknak, a tanításnak is. Ha elég motiváltak, és akarat is van bennük, akkor, amit válogattak, azt elkezdik „beépíteni". Saját maguk konstruálják meg a tanulási folyamataikat. Ez a lépés döntő fontosságú, hiszen csak akkor lesz igazán személyre szabott a tanulási folyamat, ha a tanulók tevékenyen részt vesznek tanulásuk megszervezésében. Végül következik az alkalmazás, a megtanultak hasznosítása egy új helyzetben. (Tier, 2012)

A hatékony, önálló tanulás tehát azt jelenti, hogy az egyén képes kitartóan tanulni, saját tanulását megszervezni úgy egyénileg, mit csoportban, képes hatékonyan gazdálkodni az idővel és az információval. Felismeri szükségleteit és lehetőségeit, ismeri a tanulás folyamatát. Ez egyrészt új ismeretek szerzését, feldolgozását és beépülését, másrészt útmutatások keresését és alkalmazását jelenti. A hatékony és önálló tanulás arra készteti a tanulót, hogy tudását és képességeit felhasználja helyzetek sokaságában, otthon, a munkában, a tanulási és képzési folyamataiban egyaránt. Ennek elengedhetetlen eleme a motiváció és a magabiztosság. (Petecsuk, 2022)

Jellemvonásaiból adódóan a tanulók önálló tanulási tevékenységének két típusát különböztetjük meg: végrehajtó és alkotó. A két típus között van bizonyos kapcsolat: a végrehajtó önálló munka szinte mindig megelőzi az alkotó munkát, és a kreativitás elemei gyakran megtalálhatók a végrehajtó munkában is. Alkotó munka lehetetlen a végrehajtó munka elemei nélkül. Mindkettő a megszerzett tudásra és készségekre támaszkodik, hozzájárul ezek megszilárdításához és elmélyítéséhez. Mind a végrehajtó, mind az alkotó munka során a tanárnak biztosítania kell a tanulók önálló gondolkodásának és önálló tevékenységének egységét. (Petecsuk, 2022)

A modern információs technológiák használata — beleértve a különféle információforrásokhoz való hozzáférést, az online matematikai szolgáltatásokat: a számológépektől az olyan rendszerekig, amelyek lehetővé teszik egy sor meglehetősen bonyolult példa és probléma megoldását, a függvények grafikonjainak ábrázolását, bonyolult geometriai szerkesztések készítését, statisztikai kutatások végzését a változó mennyiségek felhasználásával —, jelentős hatással van az oktatási folyamatra. Ezért az oktatás alapvető célja, hogy megtanítsa a gyerekeket elemezni és gondolkodni, önállóan meghatározni egy adott probléma megoldásának módjait, megalapozott döntéseket hozni, helyesbítéseket tenni, ha a választott út megvalósítása során nehézségek merülnek fel.

Ugyanakkor a tanulók körében folyamatosan csökken a tanulás iránti érdeklődés, ami negatív érzelmi hozzáállást, a tudásszerzési vágy elutasítását eredményezi. Ebben az összefüggésben igencsak fontos szerepet játszik, hogy a pedagógus képes-e kiépíteni tanítványai önálló tevékenységének rendszerét, figyelembe véve az általános és matematikai képességeiket, szükségleteiket, készségeiket. A tanárnak meg kell teremtenie a feltételeket az iskolások kutatási tevékenységéhez, fel kell tárnia a környezet megismerésének lehetőségeit, fejlesztenie kell bennük az új ismeretek önálló elsajátításának képességét. (Petecsuk, 2022)

A nagy kínai filozófus, Konfucius jól ismert posztulátumát átfogalmazva a tanulási folyamatot a következő szavakkal jellemezhetjük: „Amikor hallom, látom, megbeszélem és önállóan csinálom, tudást és készségeket sajátítok el." A gyakorlatban az önálló tevékenység kérdéskörét tekintve ez azt jelenti, hogy a végrehajtó önálló tevékenység megköveteli a tanulóktól az ismeretek és készségek elsajátítását, megszilárdítását és alkalmazását a tanár utasításai vagy a tankönyvek, a vonatkozó szakirodalmak magyarázatai alapján. Ezért a tanárnak meg kell határoznia a tanulók önállóságának szintjét.

A diákok akkor cselekszenek kreatívan, ha a megszerzett tudás és készségek alapján valami újat, eredetit hoznak létre, nem csak a tanár által feladottak révén, de ők maguk is felfedeznek új kapcsolatokat, váratlan megoldásokat. Ami érdekes, az felkelti az ember figyelmét, s ezáltal növeli bizonyos ismeretek megszerzésének hatékonyságát. Felkelteni a tanulás iránti érdeklődést, a vágyat az új megismerésére — ez azt jelenti, hogy félig már meg is oldottuk a feladatot. De nem minden érdekes, különösen a matematika tanulása során, vannak igazán nehéz feladatok is, amihez kitartás, szorgalom, szívósság kell. (Petecsuk, 2022)

A hagyományos oktatási rendszerben a központi helyen a tanár szerepel. Ukrajna oktatási reformja a tanulót helyezi az oktatási folyamat középpontjába, akit meg kell tanítani tanulni. Ezt a célt szolgálja többek között az önálló tanulás módszere is.

Az önálló tanulási módszernél a tanulók segítség nélkül, tankönyvek, munkafüzetek, programok, internet felhasználásával szereznek új ismereteket, oldanak meg új problémákat.

Ma már a kész ismeretek közlését a minimálisra kell csökkenteni a matematikaórákon. A tanárnak csak olyan ismereteket kell közölnie a tanulókkal, amelyekre azok nem jöhetnek rá maguktól. Ilyenek többek között a matematikai szakkifejezések, szimbólumok, a matematika nyitott problémái, stb. A jó tanári munka nem az új ismeretek átadásában, hanem az értelmes tanulásra való nevelésben nyilvánul meg.(Pintér, 2010)

2.1. Önálló tanulás tankönyvből, segédkönyvből, munkafüzetből

A hagyományos matematikatanítás során egy "jóravaló" tanár tanítványainak nem volt szükségük tankönyvekre, munkafüzetekre, azokat tulajdonképpen csak példatárként használták a tanórákon. Akik nem tanultak tovább, azoknak nem is igazán kellett a matematikai tudás a továbbiakban. Napjainkban viszont már más a helyzet, a gazdasági, tudományos élet szinte minden területén szükség van matematikai ismertekre. Ebből kiindulva, a tanulókat hozzá kell szoktatnunk azok megszerzéséhez. Hogy mikor? A kérdésre igen egyszerű a válasz: minél hamarabb, annál jobb. Az önálló tanuláshoz pedig szükség van tankönyvekre, segédkönyvekre és munkafüzetekre. Nem véletlen tehát, hogy a pedagógusok ma már szorgalmazzák azok használatát.

A tankönyvből való tanulásnak a matematikában más a módja, mint a többi tantárgy esetében. Itt a hangsúly a megértésen van. Ez azt jelenti, hogy a tanuló az új ismereteket folyamatosan kapcsolatba hozza a meglévő ismereteivel, és beépíti azt az ismeretrendszerébe. Ez tulajdonképpen egy folyamat, amelynek kezdetén a tanuló figyelmesen végigolvassa a megtanulandó szöveget, majd mondatonként megállapítja, hogy mi nem világos számára. A fogalmak, tényleírások, következtetések vagy összefüggések tisztázása érdekében tájékozódik a régebbi anyagban: gondolkodik, megkíséreli rajzban (sémában) ábrázolni a problémát. Ha nagyobb nehézségbe ütközik, igyekszik kiemelni és lejegyzetelni a lényeges részeket, gondolatmenetet. Ezekkel az eljárásokkal előbb-utóbb elérkezik a teljes megértéshez, ami az eredményes tanulás alapja. Megértés nélkül ugyanis a matematikatanulás csak időpocsékolás! (Vörös, 1992)

2.2. Feladatlap, munkalap, programlap

A feladatlapok, munkalapok, programlapok közös vonása, hogy magukon viselik a programozott oktatás didaktikai hatását. A tananyagot logikus szakaszokban, a tanulók saját képességeiknek megfelelően adagolják, s azon nyomban reális képet adnak annak értelmi feldolgozásáról, és arról, hogy mennyire sikerült azt elsajátítani.

Jellemzői:

- <u>előkészítés</u> — nem igényel komoly tudományos felkészültséget;
- <u>előállítás</u> — nem jelent jelentős anyagi megterhelést;
- <u>kidolgozás</u> — minden jó szaktanár el tudja végezni;
- <u>használat</u> — nem okoz nehézséget;
- <u>szerepe lehet</u> — az ismeretszerzésben, ellenőrzésben, alkalmazásban, rögzítésben, rendszerezésben egyaránt;
- <u>előnyei</u> — aktivizál, jó visszajelzést ad, motivál, önértékelésre nevel, fejleszti a képességeket, megszilárdítja az ismereteket, emeli a teljesítményszintet, lehetővé teszi a személyiség mélyebb megismerését. (Vörös, 1992)

A feladatlapok, munkalapok, programlapok nem helyettesítik a teljes oktatási folyamatot, inkább csak egy-egy részcél megvalósítását szolgálják. Egy tanítási órán általában egy feladatlappal foglalkoznak a tanulók, de a gyorsabbak, ügyesebbek több feladatlapot is kaphatnak.

2.3. Forrainé-féle módszer (feladatrendszeres tanulás)

Ez a matematikatanítási eljárás harmonikus egységben tartalmazza a korszerűsítés módszertani irányelveit. Művészien ötvözi az osztálykeretből származó nevelési értékeket, a munkára motiváló tényezőket és az individualizált munkából származó pszichológiai előnyöket.

Ennél a tanítási eljárásnál kétféle óratípus van: gyakorló óra és beszámoló óra. A tanulás közben ejtett hibákat — mint a tanulás természetes velejáróját — nem büntetik rossz osztályzattal, aminek köszönhetően a tanulók oldott, félelemmentes légkörben dolgozhatnak. Tevékenységüket a feladat iránti érdeklődés, a minél jobb teljesítményre való törekvés motiválja. (Vörös, 1992)

- **A gyakorló órák menete**

Amíg a tanár be nem megy az osztályba, egy kijelölt tanuló felírja a házi feladatot a táblára, a többiek pedig összehasonlítják a saját eredményüket a táblán láthatóval. A tanár csak abban az esetben foglalkozik a házi feladattal, ha a tanulók kérdést tesznek fel vele kapcsolatban: például nem tudják eldönteni, hogy a megoldások közül melyik a helyes, vagy jó-e egyáltalán valamelyik megoldás.

Ennél az óratípusnál nincs egyéni feleltetés, feladatmegoldás a táblánál vagy a padban. A táblát a tanár használja a feladatok ismertetésére, az eredmények rögzítésére (ma már ezt gyakran a kivetítő által teszi a tanár). Minden tanuló a saját füzetében dolgozik.

A munka azzal kezdődik, hogy a pedagógus ismerteti az első megoldandó feladatot és a megoldásért járó pontszámot. A tanulók csendben, önállóan megoldják azt, s ha készen vannak, kézfelemeléssel jelzik. Ha már szinte mindenki elkészült, az egyik tanuló ismerteti az eredményt, a tanár pedig felírja azt a táblára. Ha valaki nem ért egyet a kapott végeredménnyel, az osztály felülvizsgálja azt. Hasonlóan vitatnak meg minden másfajta elgondolást. A véleményeket röviden indokolni kell. Ezután minden tanuló piros színest vesz a kezébe, és a jó megoldást kipipálja, a rosszat aláhúzza, és feljegyzi a helyes eredményt. Végül felírja, hogy hány pontot szerzett. Ha az osztály teljesítménye nem volt kielégítő, azaz 60-70 százaléknál kevesebb volt a helyes megoldás, a tanár analógiás feladatot ad a tanulóknak. Ha az összkép megnyugtató volt, logikai nehézségi fokban előre lépő feladatot kapnak a diákok. A feladatokat egész évben számozzák, hogy bármikor hivatkozni lehessen rájuk. Az óra utolsó perceiben kiszámolják az osztály teljesítményét a szerzett pontszámok és a szerezhető pontszámok alapján. A pontszámok azonban nem járnak osztályzattal. Az a céljuk, hogy jelezzék a tanárnak és a tanulóknak a megszerzett tudás szintjét. (Vörös, 1992)

- **A beszámoló órák**

A gyakorló órákon megszokott munkarend valósul meg ezeken az órákon is, de elmarad a feladatok megbeszélése, a füzet helyett papírlapokon dolgoznak a diákok, amit beadnak a tanárnak, aki pontszámokkal értékeli a munkájukat. Általában 8-10 gyakorló óra után van egy-egy beszámoló óra.

A módszer értékei:

– figyelembe veszi, hogy a matematikai gondolkodás önálló feladatmegoldás útján fejlődik;

– jó, munkaközösség által összeállított feladatrendszer alapján dolgozik;

– maximálisan aktivizálja a tanulókat, önálló munkájukra épít;

– a tanár a tanulási folyamat irányítója, szervezője;

– felhasználja a közösség motiváló szerepét;

– központi szerepet kap a problémamegoldó gondolkodás;

– a tankönyvek és segédeszközök önálló használatára szoktat;

– lehetőséget teremt a tanulási folyamat optimális szabályozására;

– kritikus és önkritikus magatartásra, önismeretre, becsületességre nevel;

– rögtön objektív visszajelzést ad az elvégzett munkáról, a megértés szintjéről, a tanóra hatásfokáról;

– a fokozatos sikerélmény révén erősíti a motivációt, aminek köszönhetően a tanulók vállalják a feladatmegoldással járó nehézségeket;

– a pedagógus az órán is segítheti a gyengébb tanulókat;

– szorongásmentes légkört biztosít a munkára;

– nagy létszámú osztályban is alkalmazható;

– a módszer és az ilyen óravezetés könnyen elsajátítható, stb. (Vörös, 1992)

A fent felsorolt értékek mellett azonban van egy gyenge pontja a Forrainé-féle módszernek: akik nem dolgoznak eredményesen, osztálytársaik gondolatmenetének meghallgatásából táplálkoznak, merítik tudásukat. De olyan módszert, amely alkalmazásával mindenki mindent felfedez, mindent megtanul, még nem sikerült felfedeznie senkinek.

2.4. A programozott tanulás

A programozott oktatás Takács Etel: Programozott oktatás? című könyvében megfogalmazva "olyan egyéni oktatás, amelyben a tanuló aktívan részt vesz, saját ütemében halad előre, és elért eredményeiről azonnal értesül". "Írásbeli magánórának", "demokratizált Szokratész"-nek is nevezik.

Bár a programmal irányított egyéni tanulás sehol sem vált az iskolai munka kizárólagos formájává, az oktatás terén tapasztalható változások egy része a programozott oktatás hatására ment végbe.

Az oktatási forma a tanulási tevékenység maximális irányítását kívánja megvalósítani, a tanulás folyamatában a legrövidebb, a leghatékonyabb, a legtartósabb ismeretszerzés útjának a megkeresésére hivatott.

- Lehetővé teszi a differenciált oktatás megvalósítását, figyelembe veszi a tanulók egyéniségét, adottságait, tanulási ütemét. A tehetséges tanulók számára lehetőséget ad a legrövidebb úton való tanulásra, de a lassúbb ütemben haladó tanulók számára is biztosítja a tudás megszerzését: több lépéssel, több idő felhasználásával ezek a tanulók is eljutnak a végső célhoz.

- Minden tanulótól aktív munkát, a tanulás folyamatába való teljes bekapcsolódást kíván. Ezzel a tanulási folyamat ideje csaknem kizárólag az órára összpontosul. Otthoni munkára nagyrészt a jártasság, a készség elsajátításához szükséges feladatok elvégzése marad.

- Lehetővé teszi az oktatási folyamat pontosabb megtervezését, javítását, a programozásból származó hibák kiküszöbölését.

- A tesztek, illetőleg az oktatógép biztosítja a tanuló tudásának objektív felmérését.

- Mivel elengedhetetlen a tanulási folyamatba való aktív bekapcsolódás, a programozott oktatás a tanuló teljes figyelmét igényli, nem ad lehetőséget tehát a kalandozásra. Ezáltal növekszik a tanulók önállósága, felelősségtudata a munkában.

- Az önellenőrzés keretében a kérdésekre adott feleletek azonnali megerősítése jó ösztönzője a tanulásnak.

Az eredmény:

- logikusan rendszerezett és átgondolt sorrendben tanított anyag;

- a beépített ellenőrző kérdések által a tanulók ellenőrizhetik és javíthatják tudásukat;

- a tanár felügyeletével dolgozó önálló munkára képesíti a tanulókat;

- magas fokú aktivitást vált ki a tanulókból;

- nagyobb tanulási kedv, eredményesebb tanulás, jobb tanulmányi átlag. (Veidner, 1965)

2.5. Házi feladat

A házi feladat a tanulók önálló, a tanítási órák között végzett tevékenységén alapuló módszer. A pedagógus szerepe ebben az esetben a házi feladat kijelölésére, a tanulóknak a házi feladat megoldására való felkészítésére és a házi feladatok értékelésére korlátozódik.

A házi feladat az oktatási tevékenységnek gyakorta vitatott mozzanata. Egyrészt van olyan álláspont, amely kétségbe vonja annak szükségességét, arra hivatkozva, hogy a jó iskolának a tanítási órák keretében kell biztosítania az ismeretek elsajátítását, nem szabad azt a tanulókra hárítani. Ezenkívül a házi feladat még jobban megnöveli a tanulók között lévő különbséget, ugyanis a jobb otthoni háttérrel rendelkezők több segítséget kapnak, többet profitálnak a házi feladatból. Másrészt viszont a házi feladat jelentősen megnöveli a tanulásra ténylegesen fordított időt, ami sokkal eredményesebbé teszi az tanulást.

A következőket azonban érdemes szem előtt tartani, hogy sikeresen megoldható legyen a házi feladat:

- már a tanórán is fejleszteni kell a tanulók önálló tanulási képességét;
- a házi feladatnak kapcsolódnia kell az órai munkához;
- a házi feladatnak nem a tanórán be nem fejezett ismeretelsajátítási folyamat folytatásának kell lennie, hanem vagy az elsajátítottak begyakorlását, vagy a következő órai anyag előkészítését kell szolgálnia;
- ne legyen mély szakadék a tanórai munka és a házi feladat között;
- a feladatok nehézsége feleljen meg a tanulók képességének (a túl nehéz feladat szorongást vált ki), azaz a jobbaknak a tananyagon túlmutató, a gyengébbeknek felzárkóztató jellegű feladatokat érdemes adni.

Fontos azt is betartani, hogy a tanulók rendszeresen kapjanak rövid feladatokat — de ne sokat egyszerre —, hogy a mindennapjaik részévé váljon az önálló tanulás.

A házi feladatot rendszeresen ellenőrizni, értékelni kell, különben a tanulók leszoknak azok megoldásáról.

2.6. A tanulók önálló munkájának megszervezése

1. Az oktatási folyamat minden szintjén önálló munkát kell szervezni, beleértve az új anyagok elsajátításának folyamatát is.

2. A tanulókat aktív pozícióba kell helyezni, a tanulási folyamat közvetlen résztvevőivé kell őket tenni.
3. Az önálló munkaszervezésnek hozzá kell járulnia a tanulók tanulási motivációjának kialakulásához.
4. Az önálló munkavégzés céltudatos és világosan megfogalmazott kell hogy legyen.
5. Az önálló munka során teljes és mélyreható feladatsort kell biztosítani a tanulók számára.
6. Az önálló munkavégzés során biztosítani kell a tanulók végrehajtói és alkotói tevékenységének összekapcsolását.
7. Az önálló munka megszervezésénél gondoskodni kell a megfelelő visszacsatolásról, pl. megfelelően megszervezni az irányítási rendszert.

3. A SZÖVEGES FELADATOK, MINT A SZÖVEGÉRTÉS FEJLESZTÉSÉNEK ESZKÖZE

Az olvasás-szövegértés, az értelmes tanulás elsajátítás, a megértés mindenfajta tanulásnak alapvető szempontja, a matematikatanulás esetén talán még nagyobb ennek a jelentősége. Elérésükhöz komoly segítséget nyújtanak a szöveges feladatok. Általuk hatékonyan fejleszthető a tanulók szövegértési, illetve problémamegoldó képessége.

Szöveges feladatokkal szinte napi szinten találkozunk a matematikaórákon. Tanításukat mind oktatási, mind nevelési, mind képzési szempontból fontosnak tartjuk. Hogy miért? A kérdésre számos válasz adható. A teljesség igénye nélkül most felsorolok néhányat közülük:

- Lehetőséget teremtenek a matematikai szabályok, tételek, ismeretek, eljárások rögzítésére, a gyakorlásra és a folyamatos ismétlésre.
- Lehetőséget teremtenek a matematikai fogalmak közti sokrétű kapcsolatrendszer feltárására.
- Biztosítják a matematikán belüli belső koncentrációt a különböző témakörök (mint például a számtan, az algebra, a geometria, a kombinatorika stb.), az egyes témák (például: az arány, százalékszámítás, számelmélet) között.
- Nagy szerepet játszanak a logikus, problémamegoldó gondolkodásra való nevelésben.
- Elősegítik a kreatív személyiségtulajdonságok — mint például a problémaérzékenység, az ötletgazdagság, a hajlékonyság, a rugalmasság, a megoldások kidolgozásának képessége — kialakítását.
- Reális "önkép" kialakítására, rendszerességre, önellenőrzésre nevelnek.
- A tanulók életkori sajátosságainak és ismereteinek függvényében sok jó példával szolgálnak a gyakorlati problémák megoldására.
- A feladatok szövegében nevelési lehetőségek is megfogalmazódhatnak. (Czeglédy, 1994)

E sokoldalú fejlesztés során a tanulókban valamilyen szintű gyakorlottság alakul ki a matematikai szövegértelmezés és szövegkészítés terén. Elsajátítják az adatok lejegyzésének, a matematika nyelvére való lefordításának menetét. Jártasságra tesznek szert a feladatok megoldásához vezető utak áttekintésében, megtervezésében, az eredmény ellenőrzésében, a diszkusszióban. Ez a folyamat persze nem megy végbe az egyik napról a másikra, mind a tanártól, mind a tanulótól nagy erőfeszítéseket igényel.

Miből következtethetünk arra, hogy a tanulók megértették egy matematikai feladat szövegét? Nincs olyan általánosan alkalmazható pedagógiai módszer, amely válaszolni tudna erre a kérdésre. Vannak viszont olyan tanulói visszajelzések, amelyekből következtetni lehet a megértésre, vagy éppen ellenkezőleg, a megértés hiányára. Ilyen lehet például:

- a feladattal összefüggő önálló, értelmes kérdésfelvetés képessége,
- a feladat saját szavakkal való elmondása, pontos visszaidézése,
- a feladat helyes megoldása,
- a megoldás önellenőrzésének képessége.

Nézzünk egy nagyon egyszerű példát!

Timi és Jani testvérek. Timinek 450 hrivnyája, Janinak 690 hrivnyája van.

Ha a feladat felolvasása közben itt megállunk és a feladat „befejezését” a tanulókra bízzuk, az alábbi kérdésfelvetések a szöveg értéséről tanúskodnak.

- Mennyi pénze van a két testvérnek összesen?
- Kinek van több pénze és mennyivel?
- Hány hrivnyát kell még gyűjteniük közösen, ha édesanyjuknak névnapjára egy 1750 hrivnyás robotgépet szeretnének ajándékozni?

Szintén a szövegértéssel függ össze a feladatban szereplő lényeges információk saját szavakkal való elmondásának vagy pontos visszaidézésének képessége.

Nehezítsük a feladatot az adatok és az ismeretlenek felcserélésével, illetve újabb adat közlésével!

Timinek és Janinak 1340 hrivnyája van összesen. Janinak 240 hrivnyával több pénze van, mint Timinek. Hány hrivnyája van Janinak? És Timinek?

Ha a feladatot a tanuló, például nyitott mondat segítségével, hibátlanul megoldja, biztosak lehetünk benne, hogy megértette a szövegösszefüggéseket.

A megértést nehezítő körülmények:

- terjedelmes a szöveg,
- bonyolult szövegezésű (összetett mondatokat tartalmaz),

- matematikai fogalmakat és/vagy összefüggéseket használ.

A tankönyvszerzőktől, de a gyakorló tanítóktól is természetes elvárás, hogy törekedjenek minél rövidebb és egyszerűbb megfogalmazásokra. Ez viszont semmiképpen sem mehet a pontosság és a szakszerűség rovására. A pontatlanul megfogalmazott feladatok sokszor félreérthetőek, nem egyértelműek és nem nevelnek a köznyelv és a matematika szaknyelvének szabatos használatára. (Török, 2009)

3.1. A szöveges feladat fogalma és szerepe a tanításban

A szöveges feladatok olyan életszerű, gyakorlati problémafelvetések, amelyekben az ismert és az ismeretlen mennyiségek közötti összefüggést (összefüggéseket) szövegesen adják meg. (Török, 2009)

Ebből a meghatározásból következik, hogy a szöveges feladatok leginkább az alábbi témacsoportokhoz kapcsolódnak:

– számtan – algebra,

– halmaz – logika,

– nyitott mondatok,

– függvények,

– mérések.

A szöveges feladatok szerepe a tanításban:

- a szövegértés fejlesztése,
- a problémamegoldó gondolkodásra nevelés,
- az ítélő-, emlékező-, lényegkiemelő és önellenőrző képesség formálása,
- a modellalkotási képesség alapozása,
- a műveletfogalom kialakítása és a műveletvégzés közvetett gyakoroltatása. (Török, 2009)

3.2. A szöveges feladatok megoldásának módszere

Valamely szöveges feladatot megoldani annyit tesz, hogy megkeressük az összefüggéseket a feladat feltételében szereplő ismert adatok és az ismeretlen mennyiségek között, és az ismeretlen mennyiség(ek)et kifejezzük a felismert logikai összefüggés(ek) alapján. (Czeglédy, 1994)

A szöveges feladatok megoldásának alapvető módjai:

– *aritmetikai úton* (okoskodással) való megoldás,

– *algebrai módszerrel* (egyenlettel, egyenlőtlenséggel) történő megoldás.

Nézzünk egy-egy példát a két megoldási módra!

Tomi játékautókat és játékmotorokat gyűjt. 72 járművéhez 200 kerék tartozik. Hány autója és hány motorja van Tominak?

1. **Aritmetikai megoldás többféle okoskodással**

   * Ha csak motorjai lennének Tominak, akkor a kerekek száma

   $$2 \cdot 72 = 144$$

   lenne. A kerekek száma azonban 56-tal több. Ez a többlet 28 autónak felel meg, hiszen az autók 4 kerekéből már kettőt figyelembe vettünk, amikor a 72-t megszoroztuk kettővel. Tominak ebből kiindulva 28 autója, és $(72 - 28 = 44)$ 44 motorja van.

   * Ha csak autói lennének Tominak, akkor a kerekek száma

   $$4 \cdot 72 = 288$$

   lenne. A kerekek száma viszont 88-cal kevesebb. Ez pontosan 44 motornak felel meg. item[*] Ha a járművek fele motor, fele pedig autó lenne, akkor

   $$2 \cdot 36 + 4 \cdot 36 = 216$$

   kerék lenne.Ez azt jelenti, hogy autó kevesebb van 36-nál. A megoldás további lépéseit táblázatba foglaljuk:

Autó	36	35	34	33	32	31	30	29	28
Motor	36	37	38	39	40	41	42	43	44
Kerekek száma	216	214	212	210	208	206	204	202	200

2. **Algebrai megoldás**

Állítások	Összefüggések az algebra nyelvén	
	két ismeretlennel	egy ismeretlennel
Tominak van bizonyos számú motorja és bizonyos számú autója. Összesen 72 járműve van. A 72 járműnek 200 kereke van.	x y $x+y$ $2x+4y=200$	x $72-x$ $2x+4(72-x)=200$

Az egyenletrendszer és az egyenlet megoldásai a már jól ismert eredmények: 28 autó és 44 motor.

Az aritmetikai és az algebrai módszer között két lényeges különbség van. Az egyik: aritmetikai megoldáskor az ismeretlen és az adatok közti összefüggést közvetlenül az ismeretlenre fejezzük ki ($200 : 2 - 72$ autója van Tominak). Az algebrai megoldás során úgy kezeljük az ismeretlent, mintha az maga is ismert mennyiség lenne. A feladat megoldása elvileg két fő lépésből áll: az összefüggések megállapításából (az egyenlet, egyenlőtlenség felírásából) és az egyenlet, egyenlőtlenség megoldásából. (Czeglédy, 1994)

A másik lényeges különbség, hogy az algebrai módszer mindig általánosabb az aritmetikainál. Míg az utóbbival minden egyes feladatot külön-külön meg kell oldani, elölről kezdve mindent, addig például a fentebb bemutatott feladathoz nagyon sok hasonlót megfogalmazhatunk, amelynek megoldása aritmetikai módszerrel más és más gondolatmenetet igényel, algebrailag viszont bármelyik megoldását az

$$x + y = j$$
$$2x + 4y = k$$

elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer szolgáltatja. (Czeglédy, 1994)

A szöveges feladatok sokfélék, így nem nyújthatunk "általános receptet" a megoldásukhoz, mivel egy-egy feladatot többféleképpen is meg lehet oldani. A tanulók sem egyformák, más és más a gondolatmenetük. Arra kell ösztönöznünk őket, hogy a feladatokat ne csak egyféleképpen oldják meg, hanem alkalmazzák a különböző módszereket. Ehhez nekünk, tanároknak is többféle megoldást kell bemutatnunk a mintafeladatok megoldása során. Kettős feladat hárul tehát a tanárokra: egyrészt meg kell tanulniuk a tanulók fejével gondolkodni, okoskodni, másrészt olyan ismereteket, jártasságokat kell kialakítaniuk a tanulókban, amelyek birtokában képesek lesznek szöveges feladatokat megoldani a tanult módszerekkel.

3.3. A szöveges feladatok órai feldolgozásának lépései

Pólya György: A gondolkodás iskolája című könyvében egy probléma (szöveges feladat) megoldásának négy fázisát emelte ki:

A tanuló szempontjából:

1. A feladat értelmezése, megértése.
2. Cselekvési, tárgyi modell keresése (kísérletezés, játék szakasza), adatok közötti összefüggések felismerése (tervezés, tervkészítés, matematikai modell készítése), a számítás módjának leírása, egyenletfelírás.
3. A terv végrehajtása (számítások elvégzése; egyenletmegoldás).
4. A megoldások ellenőrzése, helyességének bizonyítása, diszkusszió.

A tanár szempontjából:

1. A feladat megértése, a megértés ellenőrzése.
2. Összefüggések kerestetése, megoldási terv készíttetése, a számítás módjainak rögzítése, az egyenlet felíratása (ha egyenlettel oldjuk meg a feladatot), az eredmény előzetes megbecsültetése.
3. A terv végrehajtatása.
4. Az eredmény ellenőriztetése, diszkusszió.

Úgy vélem, mindenki egyetért velem abban, hogy a **megértés** alapvető fontosságú. A diákoknak meg kell érteniük a feladatot, hogy hozzá tudjanak kezdeni annak megoldásához. A tanár többféleképpen is ismertetheti a feladatot velük, a lényeg, hogy az ismertetés érthető, egyértelmű, lejegyezhető legyen. "De nem elég a feladatot megérteni, fel kell ébredni a tanulóban annak a vágynak is, hogy megoldja" — mutatott rá Pólya György könyvében. Ha a tanulóknak nincs kellő motivációjuk, mert túl könnyűnek, vagy ellenkezőleg, túl nehéznek találják a feladatot, nem elég érdekes az számukra stb., minden további munka hiábavaló lehet.

A feladat megértésének képességét a tanár elemzéssel tudja kialakítani, fejleszteni. Ez lassú, időigényes folyamat, amely sok-sok türelmet és összpontosítást igényel. A tanulók többsége viszont türelmetlenné válik, ha a feladatot nem tudja rövid időn belül áttekinteni.

Az adatok kigyűjtése, rögzítése többféleképpen is megvalósulhat. A tanulók megtehetik ezt például rajzos, ábrás, grafikonos, táblázatos formában is. Az elemzéshez kapcsolódó további teendőik: a feladat kérdésének, feltételeinek a felismerése. Azzal, hogy a tanár elemzi/elemezteti a feladatot, kérdésekkel irányítja a elemző munkát, több nevelési célt is megvalósíthat: fejlesztheti a logikus gondolkodást, az emlékezetet, kitartásra, rendszerességre nevelhet stb. (Czeglédy, 1994)

A feladat megértését le kell ellenőriznie a tanárnak. A tanulók akkor értették meg azt, ha a lényegtelen elemeket kihagyva, a lényegeseket kiemelve el tudják mondani a konkrét összefüggéseket.

A megoldási folyamat egyik legfontosabb, ugyanakkor a legnehezebb lépése a **megoldási terv** elkészítése, amely megmutatja, hogy hogyan is szeretnék a tanulók megoldani a feladatot.

Alsóbb osztályokban a tervkészítést megelőzheti a játék, a kísérletezés. A megjelenítésnek ugyanis fontos szerepe van, mert a feladatban lévő összefüggéseket, állításokat csak fokozatosan ültethetjük át a matematika nyelvére.

Nem szabad megfeledkezni az eredmény előzetes becsléséről, ami szintén nehéz műveletnek számít, hiszen megköveteli a tanulóktól, hogy fejben össze tudják vetni egymással a lényegesebb adatokat. A becsült érték csak megközelíti az eredményt. A becslés viszont fejlesztheti a tanulók lényeglátását, ítélőképességét.

Milyen megoldási terve, matematikai modellje lehet például 5. osztályban a következő problémának?

<u>Feladat:</u> Kriszti, Móni és Nati almát szedtek a kertben. Mindegyikük szedett egy-egy zsákkal. Édesanyjuk arra kérte őket, hogy mérjék meg a zsákok tömegét, és aki a legtöbbet szedte, az — mint mondta — jutalmat kap. A lányok mindegyike saját magát tartotta a legügyesebbnek, s hogy megnehezítsék az édesanyjuk dolgát, nem külön-külön, hanem párosával rakták a zsákokat a mérlegre, hadd számolja ki az anyjuk maga, ha tudni akarja, hogy ki szedte a legtöbb almát. Mire juthatott az édesanyjuk?

<u>Cselekvési modell:</u>

A méréseket elvégezve a lányok a következő adatokat kapták:

- Kriszti és Móni együtt 84 kg almát szedett;
- Kriszti és Nati zsákjainak a tömege 92 kg volt;
- Móni és Nati zsákjában pedig 96 kg alma volt.

<u>Megoldási terv:</u>

1. A három mérésnél mindegyik zsák kétszer került a mérlegre. A mért adatok alapján megbecsülhető, hogy egy-egy zsák tömege 40-50 kg között van.
2. A három zsák együttes tömegének meghatározása.

3. A zsákok tömegének meghatározása külön-külön.

Matematikai modell keresése a tervnek megfelelően

- $(84 + 92 + 96) : 2$
- Nati zsákjának tömege: $(84 + 92 + 96) : 2 - 84$;
  Móni zsákjának tömege: $(84 + 92 + 96) : 2 - 92$;
  Kriszti zsákjának tömege: $(84 + 92 + 96) : 2 - 96$.

A feladat megoldható egyenlettel/egyenletrendszerrel is, de 5. osztályban még nem várhatjuk el a tanulóktól azok felírását.

A terv végrehajtása a számítások elvégzését jelenti.
Példánkban:

- $(84 + 92 + 96) : 2 = 136$
- $136 - 84 = 52$ (Nati tehát 52 kg almát szedett);
  $136 - 92 = 44$ (Móni zsákja 44 kg-t nyomott);
  $136 - 96 = 40$ (Kriszti zsákjában pedig 40 kg alma volt).

Itt jegyezném meg, hogy mind az összefüggések feltárásában, mind a terv végrehajtása során sokat segíthet a grafikus ábrázolás. Számos szöveges feladatnál igénybe vehetjük a megoldásnak ezt az úgymond harmadik módját.

Az eredmények ellenőrzése több irányú

– A szövegbe való behelyettesítéssel meg kell győződni a megoldás matematikai helyességéről.

– Az eredményt össze kell vetni a gyakorlati élettel és a becsült értékkel.

– A szöveges feladatok megoldásánál is fontos szerepet tölt be a diszkusszió. Meg kell vizsgálni:

  * Mely adatok szükségesek, melyek nem?
  * Van-e elegendő adat? A hiányzó adatok kifejezhetők-e a feladat adatai, feltételei alapján?
  * Van-e többféle megoldása a feladatnak?
  * A feltételek variálása milyen újabb feladatot eredményezhet? Stb. (Czeglédy, 1994)

A fentebbi példában a cselekvési modell szolgáltatta a még szükséges adatokat. Ezek ismeretében már könnyen ki lehetett számolni a zsákok tömegét külön-külön. A lányok nem igazán nehezítették meg az anyjuk dolgát.

A szöveg alapján ellenőrizve:

- a kapott eredmények megfeleltek a becslés értékének;
- a Móni és Nati által szedett almák tömege valóban 96 kg;
- Móni és Kriszti valóban 84 kg almát szedett;
- Nati és Kriszti zsákjában valóban 92 kg alma volt összesen.

3.4. A szöveges feladatok megoldása egyenlettel; az egyenlet felírása

"Egyenletet felállítani azt jelenti, hogy matematikai szimbólumokkal kell kifejezni egy szavakkal megadott kikötést; közönséges nyelvről le kell a szöveget fordítani a matematikai kifejezések nyelvére. Azok a nehézségek, amelyek az egyenletek felállításakor felmerülnek, fordítási nehézségek" — fogalmazott A gondolkodás iskolája című művében Pólya György.

Felmerül a kérdés, hogy mi okozza a fordítási nehézséget.

Egyrészt az ismeretlen mennyiséggel kapcsolatos műveletek absztrakt formában való végrehajtása. Az egyismeretlenes egyenlettel megoldható feladatok például több ismeretlent is tartalmazhatnak, s az ezek között lévő összefüggések feltárását a tanulóknak meg kell tanulniuk.Természetesen szem előtt kell tartani a fokozatosság elvét. Először az egyszerűbb problémák "lefordítását" kell jól megértetni és begyakoroltatni a diákokkal. Ennek keretében bizonyos aritmetikai feladatokat kell általános alakban (számokat és betűket tartalmazó egyszerű algebrai kifejezések formájában) felírniuk. (Czeglédy, 1994)

A leggyakrabban előforduló "elemi fordítási problémák" a következők:

– az összeadással és a szorzással való növelés algebrai kifejezése (például: édesanyám háromszor annyit keres, mint a szomszéd néni — a szomszéd néni keresete x, édesanyámé $3x$;

– két szám összegéből és az egyik összeadandóból a másik kifejezése (például: Pali és Dani együtt mentek horgászni, és 85 halat fogtak — Pali y halat, Dani $85 - y$ halat);

- két szám különbségéből és a kisebbítendőből a kivonandó, illetve két szám különbségéből és a kivonandóból a kisebbítendő kifejezése (például: két szám különbsége k, a kisebbítendő m, mennyi a kivonandó; $m - x = k$; $x = m - k$;
- algebrai kifejezések törtrészének és százalékértékének felírása (például: egy x szám $\frac{5}{6}$ része $\frac{5}{6}x$; 20 százaléka $0,20x$) ;
- tízes számrendszerben a többjegyű számok "lineáris kombinációként" való felírása (például: ha egy kétjegyű számban x db egyes és y db tízes van, akkor a szám $10y + x$ alakban írható fel);
- két ismeretlen mennyiség adott arányának ismeretében a két ismeretlen mennyiség felírása.

Ez utóbbi probléma felírására és megoldására nézzünk egy egyszerű példát!

Feladat: Egy dobozban 64 golyó található. A piros és a kék golyók számának aránya 6 : 10. Hány piros és hány kék golyó található a dobozban?

Megoldások:

1. Arányos osztással
   Számegyenesen ábrázolva a részeket, összesen 16 egységet kell felrajzolnunk. A 64-et tehát el kell osztani 16-tal: $64 : 16 = 4$. Tehát 4 golyó jelent egy egységet. Piros golyókból 6 egység van, tehát $6 \cdot 4 = 24$. Kék golyókból 10 egység van, így $10 \cdot 4 = 40$.

2. Törtrész kiszámításával
   A piros golyók száma $\frac{6}{16}$-od része az összes golyók számának, azaz
   $$64 \cdot \frac{6}{16} = 24$$
   .
   A kék golyók száma $\frac{10}{16}$-od része az összes golyók számának, azaz
   $$64 \cdot \frac{10}{16} = 40$$
   .

3. Az arány tagjainak bővítésével

Piros golyók	6	12	18	**24**	30	36
Kék golyók	10	20	30	**40**	50	60
Összesen	16	32	48	**64**	80	96

A feltételnek megfelelő táblázatbeli adathármas (24, 40, 64) szolgáltatja az eredményt.

4. Egyenlettel

 - A fentebbi táblázat gondolatmenete alapján a piros golyók számát $6z$-vel, a kék golyók számát $10z$-vel jelölve:

$$6z + 10z = 64; \quad z = 4.$$

 A piros golyók száma $6 \cdot 4 = 24$; a kék golyók száma $10 \cdot 4 = 40$.

 - A piros golyók száma legyen y; a kék golyók a piros golyóknak a $\frac{10}{6}$-szorosa:

$$y + y \cdot \frac{10}{6} = 64; \quad y = 24$$

 - A kék golyók száma legyen x; a piros golyók a kék golyóknak a $\frac{6}{10}$-szerese:

$$x + x \cdot \frac{6}{10} = 64; \quad x = 40$$

Másrészt "fordítási" nehézséget okozhatnak a feladatban szereplő explicit (nyílt), illetve implicit (rejtett) állítások.

Az explicit állításokban konkrétan megnevezünk bizonyos mennyiségeket, műveleteket, utalunk az ismeretlenre. Ilyenek például:

– számadatokat közlő állítások, például: a háromszög kerülete 60 cm; a vonat 80 km/h sebességgel halad;

– az ismeretlen mennyiséggel kapcsolatban végrehajtandó műveletre utaló állítások, például: a háromszög ismeretlen oldalától 10 cm-vel nagyobb a másik, tehát 10-et hozzá kell adnunk az ismeretlen számhoz;

– olyan állítások, amelyek az ismeretlen mennyiségeknek a feladat adatai segítségével való kifejezését szolgálják, például: anya és lánya együtt 45 évesek;

– konkrét fizikai folyamatokat vagy tevékenységeket elénk vetítő állítások, például: a hajó árral szemben halad a folyón; a medencébe két csövön át folyik a víz;

– műveletek eredményére utaló, és közvetlenül az egyenlet felírására szolgáló állítások, például ha a gondolt számmal a feladatban előírt műveleteket végrehajtjuk, eredményül 20-at kapunk. (Czeglédy, 1994)

Az implicit állítások részben rejtett összefüggéseket, illetve ezek felírásához szükséges számadatokat tartalmaznak, részben pedig bizonyos konkrét tevékenységre utalnak. Ilyenek például:

- az egyszerű funkcionális összefüggések
  (Például: vételár = egységár * vásárolt mennyiség; egyenes vonalú egyenletes mozgás esetén a megtett út = sebesség * az út megtételéhe szükséges idő.)

- geometriai, fizikai, kémiai, biológiai stb. ismereteket feltételező állítások
  (Például: kerület-, terület-, térfogatszámítási képletek; a vízbe merített test "súlyvesztesége" megegyezik a kiszorított víz súlyával.)

- az előzőektől különböző, főleg az egyenlet felírásához használt állítások
  (Például: a két kerékpáros által megtett út a város és a falu távolságával egyenlő.) (Czeglédy, 1994)

Mivel az explicit állítások többsége konkrét vagy a szövegből közvetlenül megállapítható az összefüggés, így a szöveges feladatok nehézségét az implicit állítások okozzák.

3.5. "Általános jellegű útmutatások" a szöveges feladatok megoldásához

A matematika módszertanával foglalkozókat évszázadok óta foglalkoztatja a kérdés, hogy meg lehet-e állapítani általános módszert a szöveges feladatok megoldására.

A válasz: elvileg nem létezik ilyen módszer, ugyanis a szöveges feladatok nem bizonyos ismeretek mechanikus alkalmazásának begyakorlására szolgálnak, hanem önálló gondolkodást, alkotó munkát követelnek meg a tanulóktól.

Ha a megoldás menetére vonatkozóan vagy az egyenlet felírásához adhatunk is bizonyos útmutatásokat a tanulóknak, azok mindig csak általános jellegűek, és a konkrét feladatok konkrét megoldása során nem mentheti fel őket a gondolkodás alól. Ilyen általános útmutatások lehetnek a következők:

1. Igyekezzetek megérteni a feladatot!

2. Keressetek cselekvési, tárgyi modellt!

3. Készítsetek rajzot, táblázatot!

4. Keressetek összefüggéseket az adatok között!

5. Gyűjtsétek össze a feladatban szereplő állításokat!
6. Keressetek matematikai modellt!
7. Válasszátok meg a feladat ismeretlenét!
8. Készítsetek megoldási tervet!
9. Végezzetek becslést!
10. Írjátok fel a tervnek megfelelő nyitott mondatot!
11. Hajtsátok végre a tervet!
12. Ellenőrizzétek a megoldást!
    Stb.

Ne feledjük! Szöveges feladat minden témakörnél, témánál adható és adandó. A feladatok szövegével, az állítások elemeztetésével, a megoldási terv készítésével, a becslésre való ösztönzéssel, az ellenőrzéssel értékes személyiségtulajdonságokat alakíthatunk ki a tanulókban.

4. KUTATÁS ÉS EREDMÉNYEK

Mint tudjuk, az utóbbi évek történései nagyban átalakították vidékünkön az oktatást. Az elmúlt három – három és fél év alatt olyan oktatási és tanulási formákat, módszereket kellett elsajátítani és alkalmazni mind a tanároknak, mind a diákoknak, amelyek korábban ismeretlenek voltak számukra. Ugyanis a pandémia és a háború kitörése miatt számos tanintézmény online oktatásra tért át vagy teljesen vagy időszakonként, aminek következtében előtérbe került a diákok önálló ismeretszerzésének ösztönzése, lényegesen megnövelve a tanulókra háruló terheket.

Azzal is tisztában vagyunk, s napi szinten hangsúlyozzuk is, hogy a matematika olyan tantárgy, amelynek ismeretanyagát önállóan nem igazán tudják elsajátítani a gyerekek, vagy ha mégis, akkor is csak komoly erőfeszítések árán. A tanulók önálló munkájának a gyakorlásban, az elsajátított ismeretek felhasználásában, alkalmazásában van nagy szerepe.

Kutatásomat, amely a diákok önálló tevékenységének feltérképezésére irányult, a Beregszászi Opre Roma Gimnázium 8-9. osztályos tanulói körében folytattam. A két osztályban összesen 62 tanuló tanul, akik közül sokan távoktatásban részesülnek.

4.1. A vizsgálat hipotézisei

Vizsgálatomban a következő hipotéziseket állítottam fel:

1. Önálló tanulással, felkészüléssel sokkal kevesebben tudják megoldani a szöveges feladatokat, mint segítséggel.
2. A legtöbb tanulónak szüksége van a tanári magyarázatra, amelyre építve már önállóan is tudnak problémákat megoldani.
3. A hatékony önálló tanulásnál elengedhetetlen, hogy a tanulók motiváltak legyenek a feladat pontos és kitartó elvégzésére.

4.2. A bemeneti tesztben szereplő feladatok és pontozásuk

Kutatásomat azzal kezdtem, hogy a tanulóknak leírva, önálló feldolgozásra elküldtem a szöveges feladatok megoldásával kapcsolatos rövid ismeretanyagot, hogy azt másnapra tanulják meg. Másnap megírattam velük a bemeneti feladatsort, amelyben 6 feladat szerepelt. Megoldásukra 60 perc állt a tanulók rendelkezésére.

A következő feladatokat kapták meg a diákok:

1. Guszti milliomos volt, és kétszer annyi millió dollárja volt, mint Dávidnak. Közös vállalkozást hoztak létre, de balul sikerült. Guszti elvesztett 27 millió dollárt, Dávid pedig 18 -at. Gusztinak így háromszor annyi milliója maradt, mint társának. Mennyi milliója volt eredetileg Gusztinak és Dávidnak összesen?

2. Marika néninek és Tamás bácsinak ugyanolyan méretű kertje van. Elhatározták, hogy beültetik paradicsommal és paprikával. Meg is vették a palántákat. Marika néni azonnal hozzá is látott az elültetésükhöz. Soronként 6 palántát ültetett el, így 20 palántája megmaradt. Tamás bácsi okulva a szomszédja hibáján, soronként 8 palántát ültetett. Neki nem is maradt palántája, sőt kevés is lett: 6 hely üresen maradt. Hány palántát vettek összesen a szomszédok?

3. Egy kutya kerget egy nyulat a mezőn. A nyúl 160 nyúlugrással előrébb van kergetőjénél. Amíg a nyúl 10-et ugrik, a kutya 8-at, s a kutya 4 ugrásának hossza a nyúl 7 ugrása hosszának felel meg. Utoléri-e a kutya a nyulat 100 ugráson belül?

4. A nagyi 48×14 méteres kertjének egyik sarkában kiscsibék rúgják-kaparják a földet. Az egyikük összeveszett a többiekkel, és elhatározza, hogy elbujdokol a kert legtávolabbi pontjába. Neki is indul az útnak. Mennyi idő múlva érhet célba, ha a sebessége 5 méter percenként.

5. Aladár és Janika biciklitúrára indultak, egy kört akartak megtenni a Beregszászi Kistérségben. Reggel 8 órakor neki is láttak a távnak, ami az előzetes számításaik szerint 48 kilométert tett ki. De félreértették egymást, és ellenkező irányban indultak el. Aladár 17 km/h sebességgel haladt, Janika ennél lényegesen gyorsabban bicajozott: 23 kilométert tett meg óránként.

6. Nyári olvasmányként Móricz Zsigmond: Erdély című trilógiája volt feladva a 9. osztálynak. Kati és Levi elhatározták, hogy elolvassák a művet De mivel már csak 30 nap maradt hátra a szünidőből, elosztották az olvasnivalót, így sikerült elolvasniuk a művet. De Kati sokkal gyorsabban haladt az olvasással, így neki magának 25 nappal kevesebb idő kellett volna ahhoz, hogy elolvassa az egész trilógiát, mint ha Levi magában olvasta volna el azt. Hány nap alatt tudta volna Kati egyedül elolvasni az egész művet?

A feladatok megoldásával összesen 16 pontot szerezhettek a tanulók a következő elosztásban:

- Az első, második, harmadik és negyedik feladat helyes megoldásával 2-2 pontot kaphattak.

- *0 pont*, ha a feladat megoldásához hozzá sem kezdtek, vagy teljesen rosszul kezdtek hozzá;
- *1 pont* , ha a feladatot helyesen kezdték megoldani, de nem fejezték be, vagy jó megoldásmenet mellett rosszul számolták ki az eredményt;
- *2 pont*, ha a feladat teljes mértékben helyesen oldották meg.

- Az ötödik és hatodik feladat megoldásával 4-4 pontot lehetett gyűjteni.
  - *0 pont*, ha a feladat megoldásához hozzá sem kezdtek, vagy teljesen rosszul kezdtek hozzá;
  - *1 pont* , ha helyesen el tudták kezdeni a feladatot;
  - *2 pont*, ha a legalább a felét helyesen meg tudták oldani a eladatnak;
  - *3 pont*, ha a feladat menete helyes volt, de valamilyen elszámolás történt benne;
  - *4 pont* , ha teljes egészében jó volt a feladat megoldása.

Miután a tanulók megírták a bemeneti tesztet, két tanórán, amelyre online bekapcsolódtak a távoktatásban lévő diákok is, gyakoroltuk a szöveges feladatok megoldását a tankönyvben, illetve az nkp.hu internetes oldalon szereplő feladatok által. Ezekhez az órákhoz csatolom mellékletként a két óravázlatot is.

Ezután írattam meg a zárótesztet, amelyen ugyanaz a feladatsor szerepelt, mint a bemenetin, de a diákok ekkorra már — attól függően, hogy mennyire figyeltek az előző órákon — kisebb-nagyobb gyakorlatra tettek szert a feladatok megoldásában.

4.3. A feladatok várható megoldásai

1. feladat

Guszti milliomos volt, és kétszer annyi millió dollárja volt, mint Dávidnak. Közös vállalkozást hoztak létre, de balul sikerült. Guszti elvesztett 27 millió dollárt, Dávid pedig 18 -at. Gusztinak így háromszor annyi milliója maradt, mint társának. Mennyi milliója volt eredetileg Gusztinak és Dávidnak összesen?

Megoldás:

Először is kigyűjtjük táblázatba az adatokat.

	Guszti	Dávid
Ennyi milliójuk volt kezdetben	$2x$	x
Ennyi milliót veszítettek	27	18
Ennyi lett a vagyonuk	$2x-27$	$x-18$

Mivel tudjuk, hogy Guszti megmaradt vagyona a háromszorosa a Dávid megmaradt vagyonának, felállíthatjuk az egyenletet:

$$2x - 27 = 3(x - 18)$$

Felbontva a zárójelet, majd rendezve a tagokat, kapjuk:

$$2x - 27 = 3x - 54$$

$$54 - 27 = 3x - 2x$$

$$27 = x$$

Megkaptuk tehát, hogy Dávidnak 27 millió dollárja volt eredetileg. Gusztinak kétszer ennyi, tehát 54 millió dollárja. Behelyettesítve az egyenletbe, **elvégezzük az ellenőrzést**.

$$2 \cdot 27 - 27 = 3 \cdot (27 - 18)$$

$$27 = 27$$

Nem maradt más hátra, mint összeadni a két kapott számot:

$$27 + 54 = 81$$

Gusztinak és Dávidnak tehát összesen 81 millió dollárja volt eredetileg.

2. feladat

Marika néninek és Tamás bácsinak ugyanolyan méretű kertje van. Elhatározták, hogy beültetik paradicsommal és paprikával. Meg is vették a palántákat. Marika néni azonnal hozzá is látott az elültetésükhöz. Soronként 6 palántát ültetett el, így 20 palántája megmaradt. Tamás bácsi okulva a szomszédja hibáján, soronként 8 palántát ültetett. Neki nem is maradt palántája, sőt kevés is lett: 6 hely üresen maradt. Hány palántát vettek összesen a szomszédok?

Megoldás:

Először is kigyűjtjük táblázatba az adatokat.

	Marika néni	Tamás bácsi
Sorok száma	x	x
Palánták száma soronként	6	8
Palánták száma összesen	$6x + 20$	$8(x - 6)$

Mivel mindketten ugyanannyi palántát vettek, felállíthatjuk az egyenletet:

$$6x + 20 = 8(x - 6)$$

Felbontva a zárójelet, majd rendezve a tagokat, kapjuk:

$$6x + 20 = 8x - 48$$

$$20 + 48 = 8x - 6x$$

$$68 = 2x$$

$$x = 34$$

Megkaptuk a sorok számát, ami 34. Behelyettesítve az egyenletbe, elvégezzük az ellenőrzést, és ugyanakkor kiszámoljuk a fejenként vásárolt palánták számát is.

$$6 \cdot 34 + 20 = 8 \cdot (34 - 6)$$

$$204 + 20 = 8 \cdot 28$$

$$224 = 224$$

Nem maradt más hátra, mint összeadni a két számot:

$$224 + 224 = 448$$

Marika néni és Tamás bácsi összesen 448 palántát vásárolt.

3. feladat

Egy kutya kerget egy nyulat a mezőn. A nyúl 160 nyúlugrással előrébb van kergetőjénél. Amíg a nyúl 10-et ugrik, a kutya 8-at, s a kutya 4 ugrásának hossza a nyúl 7 ugrása hosszának felel meg. Utoléri-e a kutya a nyulat 100 ugráson belül?

Megoldás:

Jelöljük a kutyaugrások számát x-szel. Mivel a kutya- és a nyúlugrások hossza és száma a két állat esetében arányos, a következő egyenletet állíthatjuk fel:

$$\frac{10}{8}x + 160 = \frac{7}{4}x$$

Megoldva az egyenletet, kapjuk:

$$160 = \frac{7}{4}x - \frac{10}{8}x$$

Közös nevezőre hozva a törteket:

$$160 = \frac{-10 + 14}{8}x$$

$$160 = \frac{4}{8}x$$
$$x = 320$$

Ellenőrizve az eredményt a 320-at behelyettesítjük az egyenletbe:

$$\frac{10}{8} \cdot 320 + 160 = \frac{7}{4} \cdot 320$$
$$560 = 560$$

Tehát a 320 jó megoldása az egyenletnek. Ez alapján megfogalmazhatjuk a választ a kérdésre: a kutya nem éri utol a nyulat 100 ugráson belül, hogy utolérje, 320 ugrásra van szüksége.

4. feladat

A nagyi 48×14 méteres kertjének egyik sarkában kiscsibék rúgják-kaparják a földet. Az egyikük összeveszett a többiekkel, és elhatározza, hogy elbujdokol a kert legtávolabbi pontjába. Neki is indul az útnak. Mennyi idő múlva érhet célba, ha a sebessége 5 méter percenként.

Megoldás:

A feladat szövegéből kiderül, hogy a kert téglalap alakú. Egyik sarkából kiindulva a kert legtávolabbi pontját az átlójának végpontja jelenti. Az átló pedig két derékszögű háromszögre osztja a téglalapot, amelyiknek mind a két befogóját ismerjük, így Pitagorasz tétele alapján ki is tudjuk számolni a hosszát.

Legyen az átló c, az egyik befogó a, a másik befogó pedig b.

$$a = 48m,\ b = 14m,\ c = x$$
$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$c = \sqrt{48^2 + 14^2}$$
$$c = \sqrt{2304 + 196} = \sqrt{2500}$$
$$c = 50$$

Ezzel megkaptuk, hogy a kert átlója 50 méter hosszú. A kiscsirkének tehát ennyi utat kell megtennie, hogy elbujdokoljon társai elől.

Tudjuk, hogy a sebessége 5 méter percenként, tehát az 50 métert $50m \div 5m/min = 10min$ teszi meg.

Ellenőrzés: a megtett út egyenlő a sebesség és az út megtételéhez szükséges idő szorzatával, vagyis: $50m = 5m/min \cdot 10min$. Mivel igaz egyenlőséget kapunk, így elmondhatjuk, hogy a számításunk jó. Tehát: a kiscsirkének 10 perc kell ahhoz, hogy elbujdokoljon a kert legtávolabbi sarkába.

5. feladat

Aladár és Janika biciklitúrára indultak, egy kört akartak megtenni a Beregszászi Kistérségben. Reggel 8 órakor neki is láttak a távnak, ami az előzetes számításaik szerint 48 kilométert tett ki. De félreértették egymást, és ellenkező irányban indultak el. Aladár 17 km/h sebességgel haladt, Janika ennél lényegesen gyorsabban bicajozott: 23 kilométert tett meg óránként.

1. Mikor találkozott a két fiú?
2. A kiindulási ponttól milyen messze találkoztak?

1. Mivel a fiúk egyszerre indultak el, ezért mindketten ugyanannyi ideig kerékpároztak a találkozásig. Jelöljük ezt x-szel. Foglaljuk táblázatba az adatokat, használjuk a megtett út felírásához az $s = v \cdot t$ képletet!

	v – sebesség (km/h)	t – eltelt idő (h)	s – megtett út (km)
Aladár	17	x	$17x$
Janika	23	x	$23x$

Az egyenlet felírásához felhasználjuk, hogy a két fiú által együttesen megtett út 48 km:

$$17x + 23x = 48$$

$$40x = 48$$

$$x = 1,2$$

Tehát a találkozásig eltelt idő 1,2 óra, azaz a fiúk 9:12-kor találkoztak.

2. Tudjuk, hogy a fiúk 1,2 órát bicikliztek a találkozásig. Ennyi idő alatt Aladár $17 \cdot 1,2 = 20,4$ km-t, Janika pedig $23 \cdot 1,2 = 27,6$ km-t tett meg.

Ellenőrzés:

$$20,4 + 27,6 = 48km$$

Tehát Aladár 20,4 km-t, Janika pedig 27,6 km-t tett meg a találkozásig.

6. feladat

Nyári olvasmányként Móricz Zsigmond: Erdély című trilógiája volt feladva a 9. osztálynak. Kati és Levi elhatározták, hogy elolvassák a művet De mivel már csak 30 nap maradt hátra a szünidőből, elosztották az olvasnivalót, így sikerült elolvasniuk a művet. De Kati sokkal gyorsabban haladt az olvasással, így neki magának 25 nappal kevesebb idő kellett volna ahhoz, hogy elolvassa az egész trilógiát, mint ha Levi magában olvasta volna el azt. Hány nap alatt tudta volna Kati egyedül elolvasni az egész művet?

Megoldás:

Katinak a teljes mű elolvasásához x nap kellett volna, akkor Levinek $(x + 25)$ napra lett volna szüksége.

Készítsünk táblázatot a jobb áttekinthetőség érdekében!

	Kati	Levi
Egyedül az egészet ennyi nap alatt olvassa el	x	$(x+25)$
Egy nap alatt egyedül ennyi részt olvas el a műből	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{(x+25)}$
30 nap alatt egyedül ennyi részt olvas el a műből	$\frac{30}{x}$	$\frac{30}{(x+25)}$

Mivel harminc nap alatt együtt az egész könyvet elolvasták, ezért:

$$\frac{30}{x} + \frac{30}{(x+25)} = 1$$

Egyértelmű, hogy x csak pozitív szám lehet, ezért az egyenletünk mindkét oldalát megszorozzuk $x(x+25)$-tel:

$$30(x+25) + 30x = x(x+25)$$

Felbontjuk a zárójeleket:

$$30x + 750 + 30x = x^2 + 25x$$

Az egyenletet rendezzük:

$$x^2 - 35x - 750 = 0$$

A másodfokú egyenlet megoldóképlete alapján:

$$x_{1,2} = \frac{35 \pm \sqrt{1225 + 3000}}{2} = \frac{35 \pm 65}{2}$$

Ebből $x_1 = 50$, $x_2 = -15]$.

Ez utóbbi nem megoldása a feladatnak.

Elmondhatjuk tehát, hogy Kati 50 nap alatt, Levi pedig 75 nap alatt olvasta volna el az egész trilógiát egymagában.

Ellenőrzés:

Kati naponta a trilógia $\frac{1}{50}$ részét olvasta el, tehát 30 nap alatt a mű $\frac{30}{50} = \frac{3}{5}$ részével végzett. Levi naponta a trilógia $\frac{1}{75}$ részét olvasta el, tehát 30 nap alatt a mű $\frac{30}{75} = \frac{2}{5}$ részét fejezte be. Ketten együtt tehát elolvasták a trilógia $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5}$ részét, vagyis tényleg befejezték a mű olvasását.

Plusz egy ráadás — 7. feladat

Az üzlet polcain dobozokban édes és sós teasütemények sorakoznak. Két kg-mal több az édes, mint a sós. Az édes teasütemények összára 2 100 hrivnya, a sósoké 1 350 hrivnya. Össztömegük meghaladja a 30 kg-t. De a beszállító elfelejtette otthagyni a számlát az üzletben, így az eladónak — hogy beárazza — először ki kellett számolnia, hogy mennyibe kerül 1 kg édes, illetve 1 kg sós sütemény. Arra még emlékezett, hogy az édesért 30 hrivnyával többet kellett fizetnie kilogrammonként. Nekiállt tehát kiszámolni az árakat. Hogyan okoskodhatott?

Megoldás:

Először is a sok nulla csak zavaró lett volna, ezért száz hrivnyás egységeket használhatott a számoláshoz. Ezenkívül, hogy megkönnyítse a dolgát, készíthetett egy táblázatot:

	Teljes ár (100 UAH)	1 kg ára (100 UAH)	Hány kg van a polcon?
Édes	21	$x+0,3$	$\frac{21}{x+0,3}$
Sós	13,5	x	$\frac{13,5}{x}$

Azt tudta, hogy édes süteményből több van, mint sósból, így felírhatta a következő egyenlőtlenséget:

$$\frac{21}{x+0,3} > \frac{13,5}{x}$$

Mivel a sós sütemények tömege 2 kg-mal kevesebb, az egyenlőtlenség jobb oldalához hozzá kellett adnia 2-t:

$$\frac{21}{x+0,3} = \frac{13,5}{x} + 2$$

Az egyenlet megoldásához választhatta a mérlegelvet. Egyértelmű, hogy x csak pozitív szám lehet, ezért az egyenlet mindkét oldalát megszorozta $x(x+0,3)$-mal:

$$21x = 13,5(x+0,3) + 2x(x+0,3)$$

Felbontotta a zárójeleket:

$$21x = 13,5x + 4,05 + 2x^2 + 0,6x$$

Az egyenletet rendezve megkapta:

$$2x^2 - 6,9x - 4,05 = 0$$

A másodfokú egyenlet megoldóképlete alapján a következő eredményt kapta:

$$x_{1,2} = \frac{6,9 \pm \sqrt{6,9^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4,05}}{2 \cdot 2} = \frac{6,9 \pm 3,9}{4}$$

Ebből $x_1 = 5,4$, $x_2 = 0,75$].

— Hát most akkor mennyibe kerül egy kiló sós sütemény? 540 hrivnyába vagy 75 hrivnyába? — Tehette fel magának a kérdést az elárusító. Végiggondolta:

- Ha a sós sütemény ára 540 hrivnya/kg, akkor az édesé 30-cal több, vagyis 570 hrivnya/kg. Ez így igen drága lenne, de azért tovább számolhatott:

  A 2 100 hrivnyából akkor még 4 kilogramm édes süteményt sem tudott volna levenni, mert $4 \cdot 570 = 2280$

  Az 1 350 hrivnyából pedig még 3 kilogramm sós süteményre sem telt volna, hiszen $3 \cdot 540 = 1620$.

  Ez összesen még 7 kg sem lenne, ami nem lehet, hiszen 30 kg-nál is több cukrászáru van a polcokon.

- Ha a sós sütemény ára 75 hrivnya/kg, akkor az édesé 30-cal több, vagyis 105 hrivnya/kg. Az eladó ezt már reális árnak gondolhatta, így folytatta a számolást:

  A 2 100 hrivnyából akkor $2100 \div 105 = 20$ kilogramm édes süteményt vehetett le.

  Az 1 350 hrivnyából pedig $1350 \div 75 = 18$ kilogramm sós süteményt fizethetett ki.

  Ez összesen 38 kg, tehát tényleg több 30 kg-nál.

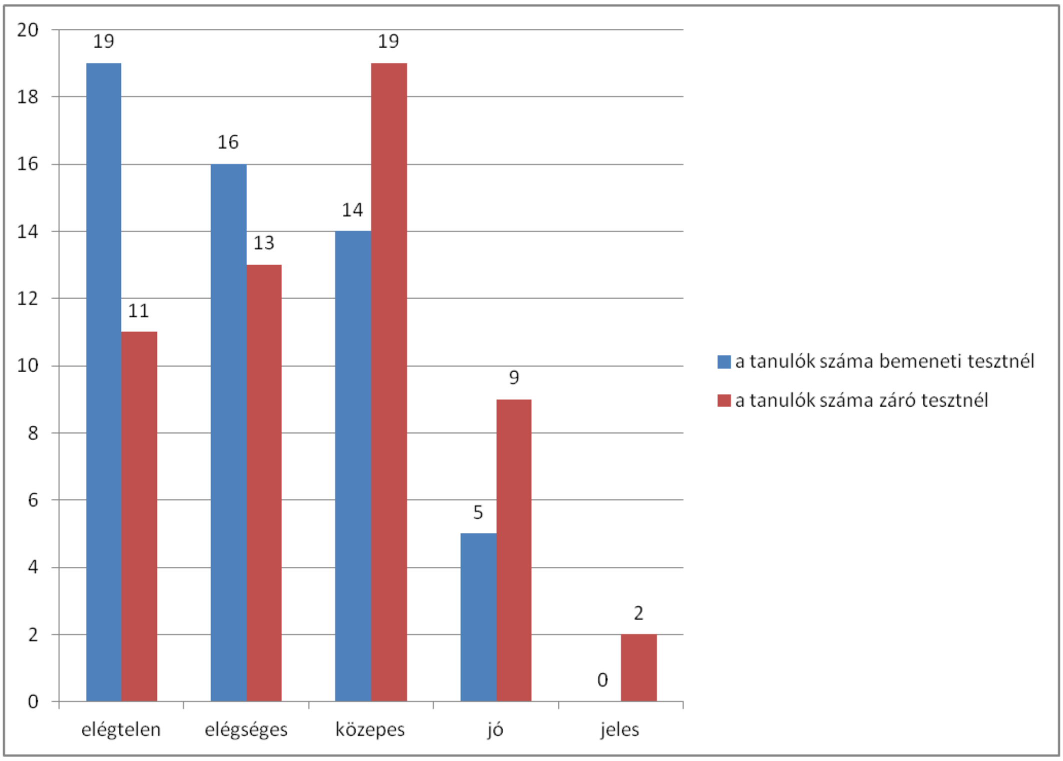
4.4. Kutatási eredmények

A bemeneti és záró feladatsort is 54 tanuló írta meg a 62-ből. A fennmaradó 8 tanuló igencsak rendszertelenül jár iskolába, így elérni sem igen lehetett őket. A szerzett pontok alapján értékelési szinteket hoztam létre a következőképpen:

- 14-16 pont: *jeles*;
- 9-13 pont: *jó*;
- 6-9 pont: *közepes*;
- 3-5 pont: *elégséges*;

- 0-2 pont: *elégtelen.*

Az elért eredményeket oszlopdiagramon ábrázoltam szintek szerint. Az ábrán látható diagramról az olvasható le, hogy milyen eredményeket értek el a tanulók a bemeneti és záró teszteken. A vízszintes tengely mutatja a szinteket, a függőleges tengely pedig az adott szintet elért tanulók számát.



1. ábra. A tanulók által elért eredmények a bemeneti és a záró teszteken

A bemeneti feladatsor megírásakor, mint a diagramról is leolvasható, nem született *jeles* osztályzat. 5 tanuló ért el *jó* eredményt: közülük ketten online tanulnak. *Közepes* osztályzatot 14-en kaptak, akik közül 5-en vannak távoktatásban. 16 tanuló csak *elégséges* szinten tudta megoldani a feladatokat. Itt az arány egyenlő volt a jelenléti, illetve a távoktatásban lévő tanulók között: 8-8 fő. Sajnos, a tanulók közel egyharmada, pontosan 19 fő, *elégtelen* osztályzatot kapott a szöveges feladatok megoldására. Közülük 10-en online tanulnak, 9-en viszont rendszeresen ott vannak az iskolában a matematika (algebra és mértan) órákon.

Kördiagramon is ábrázoltam az eredményeket, amelyek a 2. és 3. ábrán láthatóak.

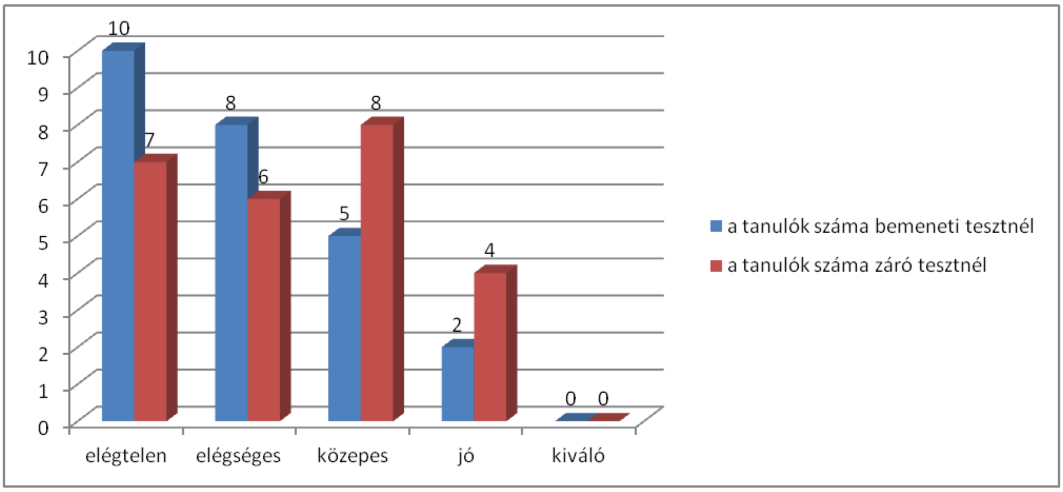
A záró teszten jobb eredmények születtek. Látszott, hogy az előző órákon gyakorolták a tanulók a szöveges feladatok megoldását.

Elégtelen osztályzatot 11 tanuló kapott. Közülük 7-en vannak távoktatásban, 4-en pedig jelenlétiben. 13 dolgozat kapott *elégséges* értékelést. 6-ot közülük online

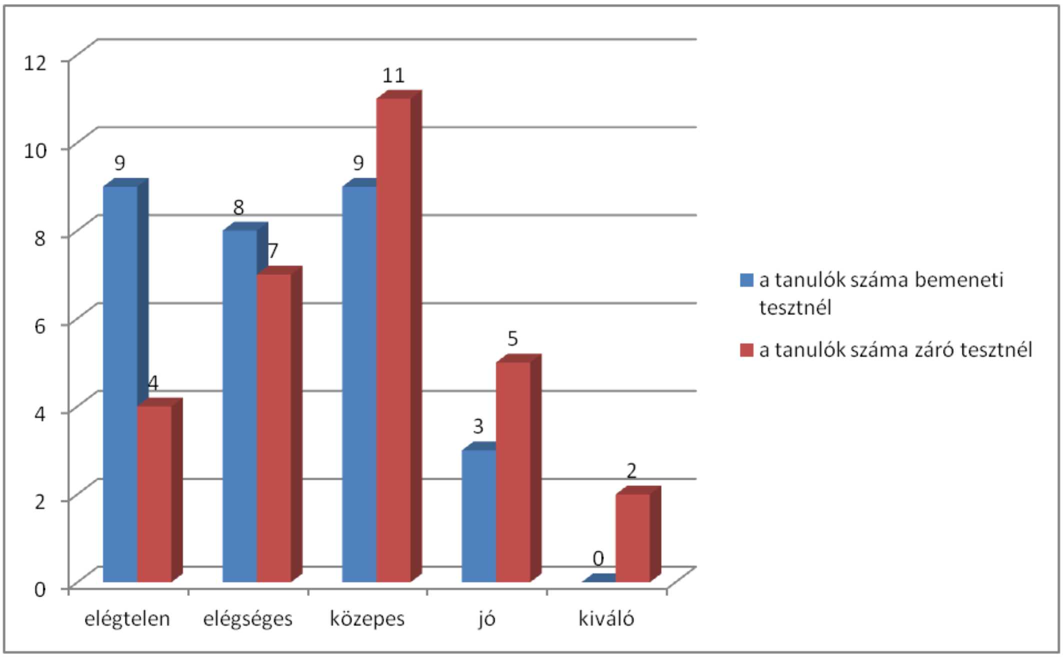
2. ábra. A tanulók által elért eredmények a bemeneti teszten

3. ábra. A tanulók által elért eredmények a záró teszten

oktatásban lévő tanuló írt meg. 19 tanuló ért el *közepes* szintet, akik közül 8-an tanulnak külföldről. *Jó* eredményt is többen értek el, mint a bemeneti tesztnél: összesen 9-en, akik egyharmada távoktatásban van. És született két *jeles* osztályzat is. Mindkét tanuló rendszeresen jár iskolába.



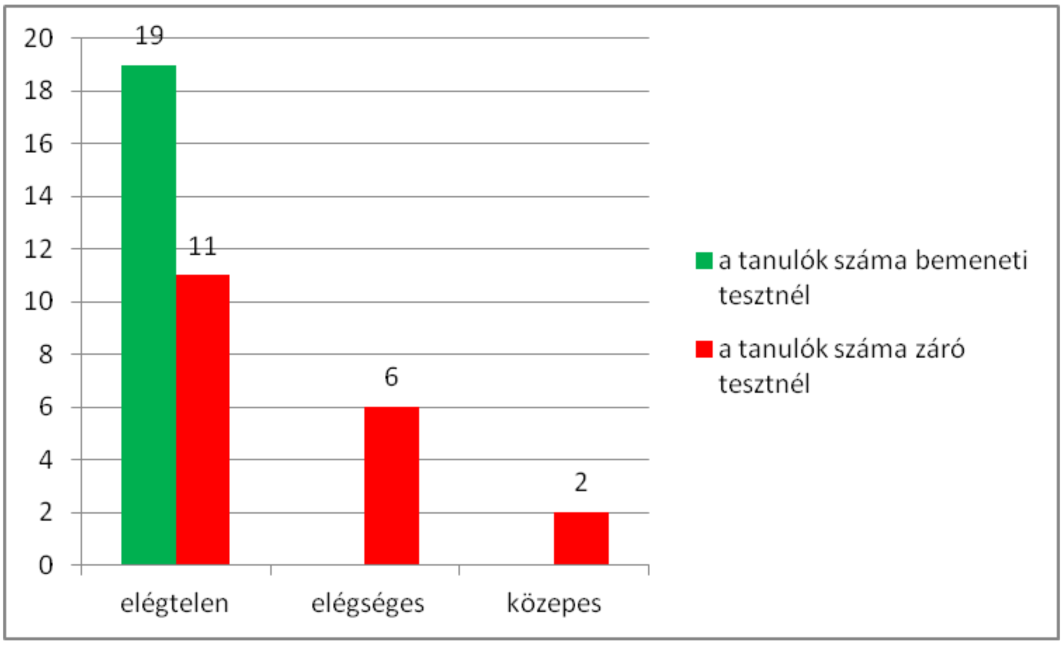
4. ábra. Az online oktatásban lévő tanulók által elért eredmények



5. ábra. A jelenléti oktatásban lévő tanulók által elért eredmények

Mivel kis mintáról van szó, ezért komoly következtetéseket nem lehet a kapott eredményekből levonni, inkább csak kisebb általánosításokat tehetünk. Ilyen lehet például az is, hogy azok a tanulók, akik napi szinten a tanár irányítása mellett tanulnak, és ha elakadnak, azon nyomban ott van a segítség, azok jobb eredményeket értek el a záró teszten, mint a bemeneti feladatsor megoldásánál, amikor is csak önállóan készültek fel a tananyagból. Ezen állításomat alátámasztandóan vegyük szemügyre az alábbi diagramokat, amelyek az online és a jelenléti oktatásban lévő tanulók eredményeit, illetve az egyes osztályzati szintek közötti mozgást szemléltetik a bemeneti és a záró teszt megírása alkalmával.

A 6. ábrán azt láthatjuk, hogy az elégtelen értékelési szintről hány diák lépett szintet. Mint a diagramról is jól leolvasható, a bemeneti feladatsor megírásánál összesen 19 diák írta elégtelenre a dolgozatot. A záró tesztnél ez a szám 11-re csökkent,, tehát 8 tanulónak sikerült szintet lépnie. Közülük, 6-an egy szintet léptek feljebb, azaz elégséges osztályzatot szereztek, 2-en pedig két szintet is ugrottak, azaz közepes osztályzatot szereztek a záró feladatsor megoldásánál. A szintet lépett tanulók közül 5-en távoktatásban vannak, 3-an pedig jelenléti oktatásban részesülnek.



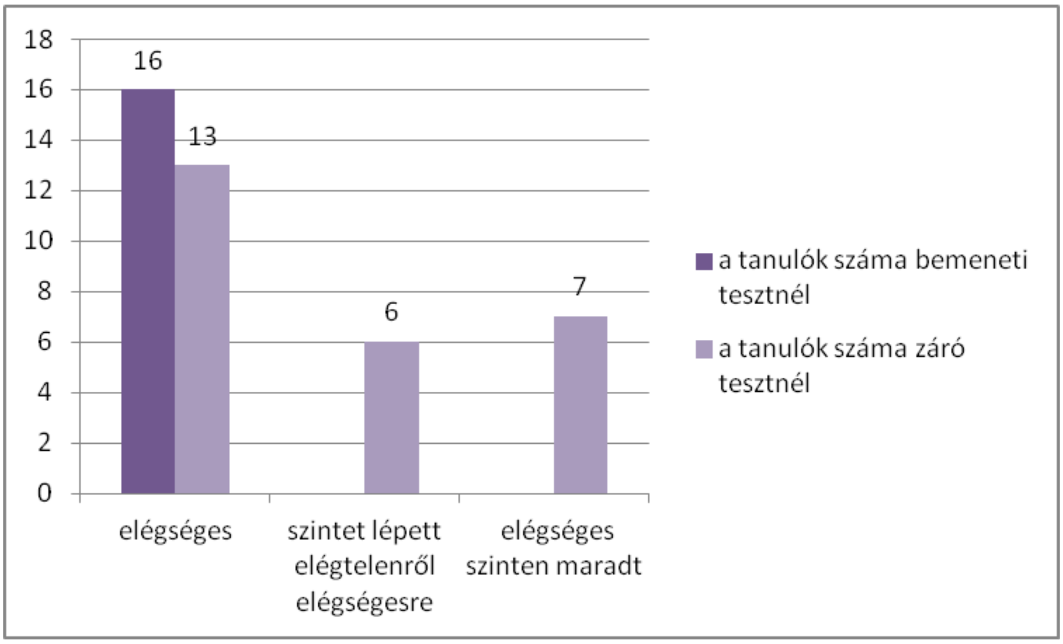
6. ábra. Elégtelen szintről feljebb lépett tanulók száma

.

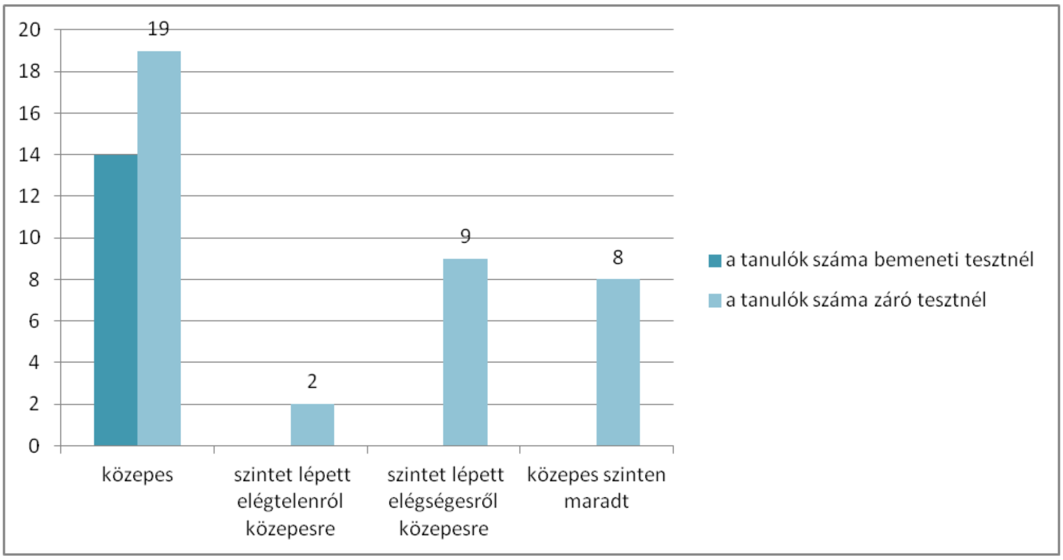
Elégséges szintet a bemeneti teszt megírásának alkalmával 16 tanuló ért el. Mint fentebb már írtam, itt egyenlő arányban voltak az online és a jelenléti oktatásban lévő tanulók: nyolcan – nyolcan. A záró tesztek esetében az elégséges osztályzatok száma hárommal csökkent, azaz 13 tanuló ért el ilyen eredményt: hatan szintet léptek az elégtelenről elégségesre, heten pedig maradtak az elégséges szinten (7. ábra). Tehát erről a szintről 9-en léptek tovább — közülük 4-en vannak távoktatásban — és szereztek közepes osztályzatot.

.

Közepes eredményt a bemeneti teszt esetében 14 tanuló ért el. Közülük 5 távoktatásban van, 9 pedig jelenlétiben. A záró tesztelés során 5 tanulóval többen kaptak közepes jegyet, azaz 19-en: ketten elégtelenről kerültek fel erre a szintre,



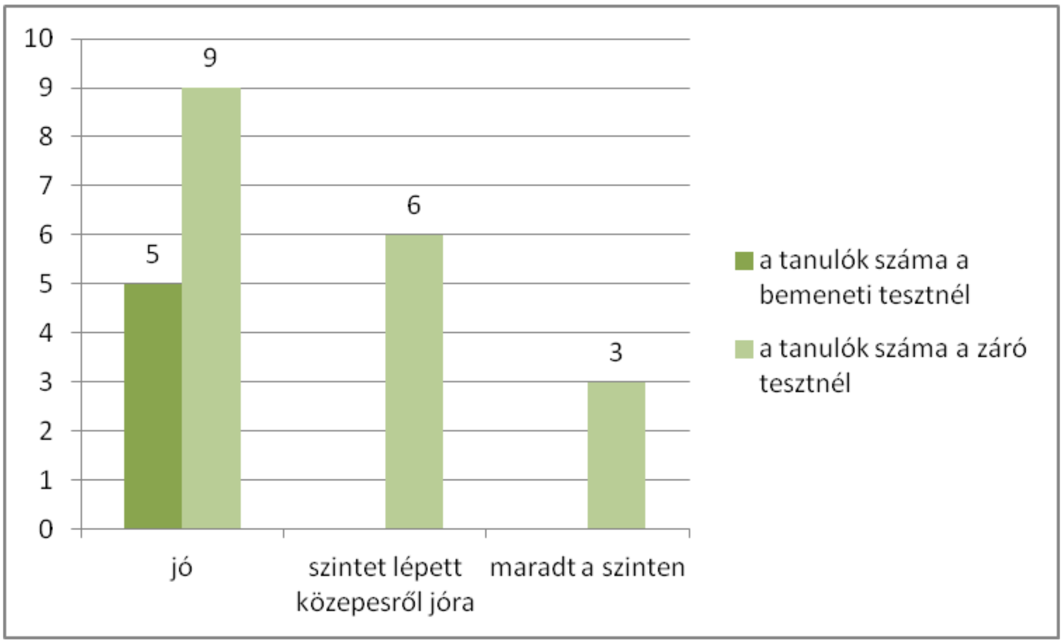
7. ábra. Az elégséges szint vizsgálatának eredményei



8. ábra. A közepes szint vizsgálatának eredményei

9-en az elégséges jegyüket javították ki közepesre, 8-an maradtak az adott értékelési szinten, 6-an pedig egy szintet feljebb léptek.

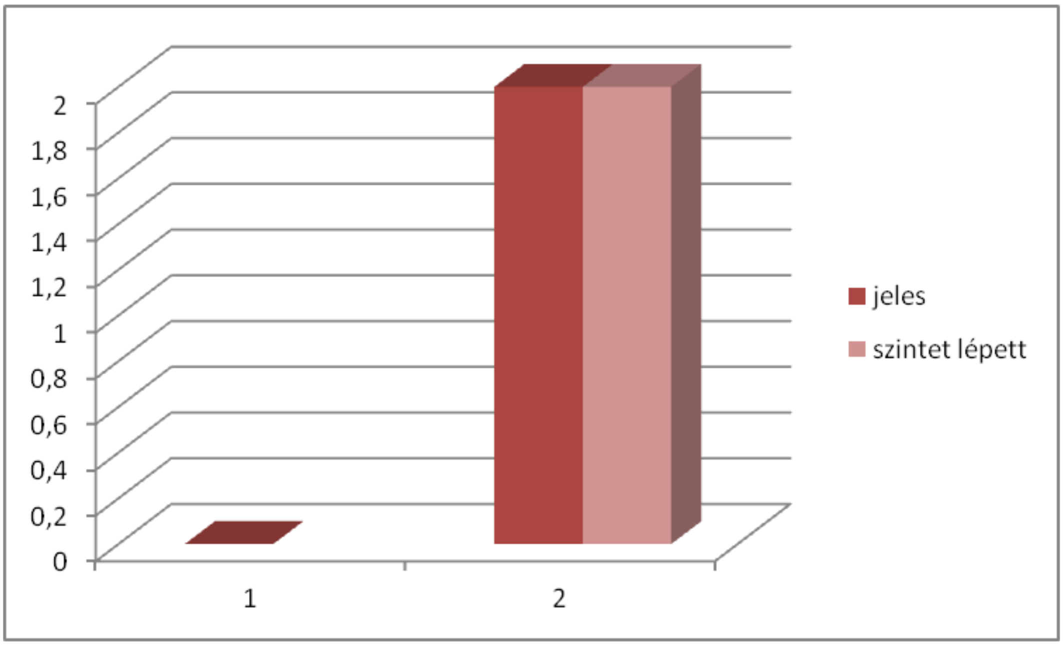
Míg a bemeneti tesztnél 5 tanulónak sikerült csak jó eredményt elérnie, a záró tesztelés során a jó osztályzatot kapott diákok száma 9-re nőtt. Két tanuló tovább-lépett erről a szintről, 6 diák közepesről lépett fel ide, hárman pedig maradtak az adott szinten. A szintet lépő tanulók közül 6-an jelenléti oktatásban részesülnek, s csak hárman vannak távoktatásban.



9. ábra. A *jó* szinten lévő tanulók száma

.

Jeles szintet senki sem ért el a bemeneti teszt alkalmával, a záró teszten viszont két tanulónak sikerült elérni a szintet. Mindkét tanulójelenléti oktatásban van.



10. ábra. A *jeles* szinten lévő tanulók száma

.

Kutatásomból az a következtetés vonható le, hogy akárhogy is vesszük, de meggyűlik a tanulók baja a szöveges feladatokkal. Önálló tanulással, felkészüléssel sokkal kevesebben tudják helyesen megoldani a szöveges feladatokat, mint segítséggel. A legtöbb tanulónak szüksége van irányításra, tanári magyarázatra, amelyre építve már önállóan is tudnak problémákat megoldani.

5. ÖSSZEGZÉS

Diplomamunkámban azt a célt tűztem ki magam elé, hogy megvizsgáljam és részletes képet kapjak a tanulók önálló tevékenységéről a matematika órákon, illetve arról, hogy mennyire képesek önállóan helyesen megoldani a szöveges feladatokat, és mennyire képesek alkalmazni, felhasználni a típusfeladatok megoldásával szerzett gyakorlatukat az önálló feladatmegoldás alkalmával.

Dolgozatomat ebből fakadóan három fő részre osztottam. Az első és második elméleti részben a két témával: a tanulók önálló tevékenységével és a szöveges feladatok megoldásának módszereivel foglalkozó hazai szakirodalmat dolgoztam fel. A harmadik részben a Beregszászi Opre Roma Gimnáziumban végzett kutatásom eredményeit mutattam be, összehasonlítva az online és a jelenléti oktatásban lévő tanulók eredményeit.

A felmérés során a diákok kétszer is megoldották ugyanazt a feladatsort. A bemeneti tesztet megelőzően önállóan kellett felkészülniük a szöveges feladatok megoldásával kapcsolatos témából, a záró tesztet viszont két gyakorló óra is megelőzte, amelyeken hasonló típusú feladatokat oldottunk meg, mint a tesztben szereplők.

Általánosságban elmondható, hogy a teszt — szerintem — egyszerű feladatokat tartalmazott, de nehéznek bizonyult. Ugyanis a bemeneti tesztnél, ha az átlagot vesszük, csak elégséges eredmény született, és a záró tesztnél is — bár javult az eredmény — az gyengébb volt a közepesnél.

Ebből fakadóan arra a következtetésre jutottam, hogy bár a matematika tanításának egyik legfontosabb feladata az önálló, problémamegoldó gondolkodásra való nevelés, amit csak úgy lehet megvalósítani, hogy a tanulóknak elegendő alkalmat biztosítunk az önálló munkára, az önálló gondolkodásra, az önálló feladatmegoldásra, nem tehetjük meg azt, hogy teljes mértékben magukra hagyjuk őket. Ott kell állnunk mellettük, mögöttük, hogy ha kell, a segítségükre siessünk, rávezessük őket a problémák megoldásának módjaira. Természetesen, nem kész "recepteket" adva, hanem csak útmutatást, eligazítást, hogy ők maguk jöjjenek rá a helyes megoldásra. Mert csak így válhatnak sikeres feladatmegoldókká. A megismerés valódi öröme, az igazi sikerélmény pedig hozzájárul ahhoz, hogy tanulóink megszeressék a matematikát.

6. IRODALOMJEGYZÉK

[1] tanulók önálló munkájának főbb állomásai. A tudomány és az okta- tás modern problémái. A szemináriumok szerepe az önálló munkavégzés ké- pességeinek kialakításában. In: https://bolcheknig.ru/hu/religion/osnovnye- etapy-samostoyatelnoi-raboty-studentov-sovremennye. Utoolsó látogatás dátu- ma: 2022. 05.12.

[2] B. Tier Noémi, Dányi Andrea: alma a fán. Fókuszban a tanulás támogatása. Komáromi Nyomda és Kiadó Kft., 2012.

[3] Csíkos, 2002 Csíkos Csaba: Hány éves a kapitány? In: Iskolakultúra, 2002, 12. évfolyam, 12. szám (8-16. p.)

[4] Matematikai feladatok megértésének problémái 10-11 éves tanulók körében. In: Magyar Pedagógia, 2003, 103. évfolyam, 1. szám. (35-55. p.)

[5] Csíkos Csaba, Kelemen Rita: Matematikai szöveges feladatok nehézségének és érdekességének megítélése 5. osztályos tanulók körében. In: Iskolakultúra, 2009, 19. évfolyam, 3-4. szám (14-25. p.)

[6] Dávid Mária: A tanulási kompetencia fejlesztése – elméleti háttér. In: Alkalmazott pszichológia folyóirat, 2006, VIII. évfolyam, 1. szám (51-64. p.)

[7] Debrenti Edith: Szöveges feladatok a matematikatanításban. In: Torgyik Judit (szerk.): Százarcú pedagógia. Komárno: International Research Institute, 2015, (293-300. p.)

[8] Dr. Czeglédy István, Dr. Orosz Gyuláné, Dr. Szalontai Tibor, Szilák Aladárné:Matematika tantárgypedagógia I. főiskolai jegyzet (a 10-16 éves korosztályt tanítók számára). Budapest, Calibra Kiadó, 1994

[9] Dr. Török Tamás: Szöveges feladatok és tanításuk. Nemzeti Tankönyvkiadó Zrt., 2009

[10] Dr. Vörös György: A matematikai ismeretelsajátítás módszerei és eszközei. In: Dr Iker János, Szerencsi Sándor, Dr. Vörös György: A matematika tanítása I. Budapest, Tankönyvkiadó, 1992

[11] Falus Iván, Szűcs Ida: A didaktika kézikönyve - Elméleti alapok a tanítás tanulásához. Akadémiai Kiadó, 2022

[12] Orosz Viktor, Petecsuk Júlia: A tanulók önálló tevékenysége a matematika tanulásában. In: Naukovij Visznik Uzshorodszkoho Unyiverszitetu. Szerija: "Pedagogika. Szocialyna Robota". 2022, 2(51), (94-97. p.)

[13] Pintér János, Pintér Krekity Valéria: Matematikadidaktika Tankönyv 8. Újvidék, Forum Könyvkiadó, 2010

[14] Pólya György, A gondolkodás iskolája, Gondolat, Budapest, 1977

[15] Szomju László – Habók Anita: Matematikai szöveges feladatok és tanulási szokások kapcsolatának vizsgálata. In: Iskolakultúra, 2015, 25. évfolyam, 3. szám (15-31.p.)

[16] Takács Gábor: Az önálló problémamegoldás igénye-szükségessége matematikaórán. In: Módszertani közlemények, 2003, 43.. évfolyam, 2. szám (49-52. p.)

[17] Veidner János: A programozott oktatásról. In: Módszertani közlemények, 1965, 5. évfolyam, 3. szám (226-231. p.)

7. ÁBRÁK JEGYZÉKE

Diagramok

1. A tanulók által elért eredmények a bemeneti és a záró teszteken . . . 37
2. A tanulók által elért eredmények a bemeneti teszten 38
3. A tanulók által elért eredmények a záró teszten 38
4. Az online oktatásban lévő tanulók által elért eredmények 39
5. A jelenléti oktatásban lévő tanulók által elért eredmények 39
6. Elégtelen szintről feljebb lépett tanulók száma 40
7. Az elégséges szint vizsgálatának eredményei 41
8. A közepes szint vizsgálatának eredményei 41
9. A *jó* szinten lévő tanulók száma 42
10. A *jeles* szinten lévő tanulók száma 42

5. РЕЗЮМЕ

У своїй дипломній роботі я поставила собі за мету розглянути та отримати детальну картину самостійної діяльності учнів на уроках математики, а також те, наскільки вони вміють правильно самостійно розв'язувати текстові задачі, а також як вони вміють застосовувати та використовувати свій досвід, отриманий під час розв’язування типових задач, у самостійному розв’язуванні задач.

Я розділила свою дипломну роботу на три основні частини. У першій і другій теоретичних частинах я розглядала дві теми: опрацьовувала літературу про самостійну діяльність учнів та методи розв'язування текстових завдань. У третій частині я висвітлила результати дослідження, яке я проводила в Берегівській гімназії «Опре Рома», в якому я порівнювала успішність учнів під час дистанційного та очного навчання.

Під час опитування учні двічі розв’язували одні й ті ж завдання. Перед вступним тестуванням вони повинні були самостійно підготуватися до теми, пов’язаної з розв’язуванням текстових задач, але перед підсумковим тестуванням було проведено два практичних уроки, під час яких ми розв’язували завдання, подібні до тих, що були в тесті.

Загалом тест містив прості завдання, але виявився складним. Тому що на вступному тесті, якщо брати середній бал, вийшов лише низький результат, а на підсумковому тесті хоч і покращився, але вийшов гірший за середній.

У результаті я дійшла висновку, що хоча одним із найважливіших завдань навчання математики є виховання самостійного мислення, досягти цього можна лише за умови надання учням достатніх можливостей для самостійної роботи, самостійного мислення та самостійного вирішення проблем, ми не можемо їх залишити самих на себе. Ми маємо стояти поряд із ними, за ними, щоб у разі потреби поспішити їм на допомогу та спонукати їх шукати шляхи вирішення своїх проблем. Звичайно, не даючи готові «рецепти», а лише вказівки та орієнтування, щоб вони самі знайшли правильне рішення. Тому що тільки так вони зможуть успішно розв’язувати завдання.

UNICHECK

Ім'я користувача:
Пап Габріелла

Дата перевірки:
16.05.2023 15:06:27 EEST

Дата звіту:
16.05.2023 16:10:32 EEST

ID перевірки:
1015113201

Тип перевірки:
Doc vs Internet + Library

ID користувача:
100011749

Назва документа: szakdolgozat_Karkuska

Кількість сторінок: 63 **Кількість слів:** 13323 **Кількість символів:** 97515 **Розмір файлу:** 993.40 KB **ID файлу:** 1014795765

9.98% Схожість

Найбільша схожість: 2.09% з Інтернет-джерелом (https://adoc.pub/matematika-els-ktet-oktataskutato-es-fejleszt-intez...

9.94% Джерела з Інтернету | 391 .... Сторінка 65

1.88% Джерела з Бібліотеки | 130 .... Сторінка 67

0% Цитат

Вилучення цитат вимкнене

Вилучення списку бібліографічних посилань вимкнене

0% Вилучень

Немає вилучених джерел

Модифікації

Виявлено модифікації тексту. Детальна інформація доступна в онлайн-звіті.

Замінені символи | 1

Nyilatkozat

Alulírott, Karkuska Katalin, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) képzési program hallgatója, kijelentem, hogy a dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskolán, a Matematika és Informatika Tanszéken készítettem, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) BSc diploma megszerzése végett.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola könyvtárában a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

8. MELLÉKLETEK

1. óravázlat

Dátum: 2023.03.14.

Osztály: 8.

Téma: Szöveges feladatok megoldása

Тема: ***Розв'язування текстових задач***

Oktatási cél: a szöveges feladatok megoldása lépéseinek elsajátítása; az adatok helyes kigyűjtésének megtanulása. az ismeretlen adat felismertetése, helyes jelölésének megtanítása, az egyenletek felírásának és megoldásának elsajátítása, az ellenőrzés jelentőségének tudatosítása.

Nevelési cél: figyelmességre, fegyelmezettségre, a másikra való odafigyelésre nevelés, szabálykövetés.

Képzési cél: a szövegértési képesség fejlesztése, a lényegkiemelő, a problémamegoldó gondolkodás fejlesztése.

Az óra típusa: új anyagot közlő

Eszközök: tankönyv, füzet, tábla.

Az óra fő részei	**Az óra menete**	**Idő**	**Megjegyzés**
Szervezés	Köszöntés, a napló beírása	2 perc	
Házi feladat ellenőrzése	Az eddig tanultak összefoglalása és megismétlése. A házi feladat helyes megoldásának közös megbeszélése • Mi az egyenlet? • Hogyan oldjuk meg az egyenleteket? • Hogyan oldjuk meg a másodfokú egyenleteket? • Minden egyenletet meg lehet oldani? • Mi az ellenőrzés? • Elhagyható-e az ellenőrzés?	3 perc	irányított kérdések, frontális osztálymunka
Motiváció Aktualizálás	Most három csoportot alakítunk. Mindnek ugyanaz a feladata. Lássuk, kinek sikerül a legjobban megoldani a feladatot! A sivatagban karaván találkozik Ali babával. A karaván vezetője megszólítja: Üdv néked, Ali baba és negyven rablója. Ali baba így válaszolt: Nincs már nékem 40 rablóm.	5 perc	csoportmunka

	Néhány rablóm elszegődött szakácsnak, feleannyi hajósinasnak, és az eredeti csapat negyede pedig biztonsági őrnek. Szerencsére, jött hozzánk 2 új rabló, de így is már csak a feleannyian vannak a rablóim. Hány rabló állt át szakácsnak, hajósinasnak és őrnek? *A feladat megoldását közösen ellenőrizzük le*		
Az óra témájának ismertetése	Ma az előbbihez hasonló, azaz szöveges feladatokat fogunk megoldani Írjuk be a füzetbe a mai dátumot! ***2023. március 14.*** ***Iskolai gyakorlat*** ***Szöveges feladatok megoldása*** ***Розв'язування текстових задач***	2 perc	tanári közlés tábla, füzet
Az új anyag átadása	Az elmúlt hetekben az egyenleteket és az egyenlőtlenségeket tanultuk megoldani. Most viszont áttérünk egy olyan területre, amikor is az egyenleteket, egyenlőtlenségeket eszközként fogjuk felhasználni a különböző szöveges feladatok megoldásához. Több olyan feladatot fogunk megnézni, amelyekhez hasonló gondolatmenetet igénylő feladatokat fogtok kapni hamarosan önálló megoldásra. Függetlenül attól, hogy milyen a szöveges feladat, néhány lépést mindig be kell tartanunk. Fontos lépések: • Először is figyelmesen el kell olvasni a feladatot, ha kell többször is. Értelmezed a szöveget, és az értelmezésben gyakran segít, ha ábrát készítesz. • Második lépésként kigyűjtjük a adatokat. Ha sok adat van, érdemes már olvasáskor aláhúzni azokat a szövegben. Ha tudsz, mármost bevezethetsz jelöléseket, és arra koncentrálsz, hogy mi a kérdés, vagy mik a kérdések. • Ha ez megtörtént, meg kell keresnek az adatok közti összefüggéseket, és fel kell írnod azokat a matematika nyelvén.	7 perc	tanári magyarázat

	• Majd megpróbálsz az összefüggések és a bevezetett jelülések alapján egyenletet felírni, amit aztán megoldasz. A kapott eredményt azért meg kell megvizsgálni, hogy az reális-e. Tehát mindig érdemes legalább fejben egy becslést végezni, és figyelni arra, hogy ha például a feladatban emberek számáról van szó, és az eredményed másfél, akkor valami probléma van, vagy nem jól értelmezted a feladatot, vagy elkövettél valamilyen hibát az egyenlet megoldása során. • Ha megoldottad az egyenletet, és ránézésre is reális eredményt kaptál, akkor jöhet a tényleges ellenőrzés, amit viszont a szöveg alapján végzünk. Meg is fogod látni, hogy nem a felírt egyenletedet kell ellenőrizni, hanem a feladatot, azaz a szöveg alapján. • Ha minden feltétel stimmel, akkor jöhet, és kell is hogy jöjjön a szöveges válasz. Jöhet is az első feladat!		
Begyakorlás	**Két egész szám arányát úgy írhatjuk fel, hogy 2 : 3. Ha a két szám összegéből elveszünk 5-öt, akkor 65-öt kapunk. Melyik ez a két szám?** Miután elolvassuk a feladatot és értelmezzük, jöhet az adatok kigyűjtése, és a jelölések bevezetése. Még maradjunk egy kicsit az értelmezésnél: két egész szám aránya mit is jelent. Két egész szám aránya a két egész szám hányadosát jelenti. Felteheted a kérdést, hogy én akkor innen hogy menjek tovább? Kicsit elő kell szednünk az emlékeinket, amikor is az arányos osztással kapcsolatban végeztünk feladatokat. Vettünk egy szakaszt, és felosztottuk azt egyenlő részekre, az esetünkben 5 részre. Abból veszünk egyszer két részt, és egyszer három részt. Hogy mennyi is egy rész, az nem ismert, ezért eljelöljük *x*-szel. Az egyik számot tehát fel tudjuk írni, hogy *2x,* és egész szám lesz, a másikat pedig *3x*, és az is egész szám lesz. Megyünk tovább a szövegben: ha két szám összegéből	22 perc	irányított kérdések frontális osztálymunka

	elveszünk 5-öt — ezt hogyan is tudjuk felírni matematikailag. Szépen menjünk sorban. A két szám összege az *2x + 3x* lesz, abból elveszünk 5-öt, akkor: *2x + 3x – 5* lesz, és az 65-tel egyenlő, tehát: *2x + 3x – 5 = 65.* Meg is van az egyenletünk, amit meg kell oldanunk. $2x + 3x - 5 = 65$ */összevonjuk* $5x - 5 = 65$ $/ + 5$ $5x = 70$ $/ : 5$ $x = 14$ Nézzük meg, hogy mit jelöltünk *x*-szel. Behelyettesítve kapjuk, hogy *2x = 28,* és *3x = 42.* Tehát mielőtt válaszolnánk, hogy ez a két szám a 28 és a 42, ellenőriznünk kell a szöveg alapján. Menjünk sorba. Két egész szám aránya 2 : 3. Itt két feltétel is van. Egyszer, hogy a 28 és a 42 egész szám-e. ezt könnyen el tudjuk dönteni, hogy igen. A második feltétel szerint meg kell néznünk, hogy a 28 : 42 = 2 : 3. Ehhez az arányt felírjuk tört alakban: 28/42, és egyszerűsítünk. Amit mindannyian a leghamarabb megtaláltok az a 7, azzal egyszerűsítve 4/6-ot kapunk, amit tovább egyszerűsítve 2-vel, megkapjuk a 2/3-ot. Tehát ez a feltétel is teljesült. Végül az utolsó állítást is ellenőriznünk kell, hogy ha a két szám összegéből elveszünk 5-öt, akkor 65 lesz-e az eredmény. 28 + 42 – 5 az valóban 65. Ez a feltétel is igaz. Készen vagyunk az ellenőrzéssel. Lezárhatjuk a feladatot a szöveges válasszal: a keresett szám a 28 és a 42.		tábla, füzet
1.	**Egy IC vonat 96 km-en keresztül teljes sebességgel ment, de a következő 68 km-en a pálya rosszabb minősége miatt csak 15 km/h-val csökkentett sebességgel haladhatott. Mekkora az IC vonat teljes sebessége, ha a 164 km-es távolságot 1,5 óra alatt tette meg?** A vonat teljes sebessége legyen x km/h, a csökkentett sebesség akkor $(x-15)$km/h.. A 96 km megtételéhez szükséges idő $96/x$ óra, a 68 km-		irányított kérdések frontális osztálymunka

	hez pedig $68/(x-15)$ óra kell. A szöveg szerint tehát: $96/x + 68/(x - 15) = 1{,}5$. Világos, hogy csak $x > 15$ jöhet szóba. Az egyenlet mindkét oldalát szorozzuk meg $x(x - 15)$-tel: $96*(x - 15) + 68x = 1{,}5x\,(x - 15)$ A zárójelek felbontása után: $164x - 1440 = 1{,}5x^2 - 22{,}5x$ Másodfokú egyenletet kaptunk, ezt átalakítjuk a megoldóképlet alkalmazásához megfelelő alakba: $1{,}5x^2 - 186{,}5x + 1440 = 0$ A megoldóképlet szerint: $x = \frac{-186{,}5 \pm \sqrt{186{,}5^2 - 4*1{,}5*1440}}{3}$ Ebből: $x_1 \approx (186{,}5 + 161{,}7)/3 \approx 116$, $x_2 \approx (186{,}5 - 161{,}7)/3 \approx 8$ Ez utóbbi nem lehet megoldása a feladatnak, mert kisebb 15-nél, tehát az IC vonat teljes sebessége megközelítőleg 116 km/h volt. **Ellenőrzés**: A 96 km-es út $96/116 \approx 0{,}83$ órát vett igénybe, a 68 km-es út pedig $68/101 \approx 0{,}67 \approx 0{,}67$ órát. A két időtartam összege valóban 1,5 óra. A 2. példa a 182.oldalon a tankönyvből		
Összefog-lalás	• MI az első lépés a szöveges feladatok megoldásánál? • Mit kell tennünk ezután? • Mi a harmadik lépésünk? • Mi a becslés? • Hogyan végezzük az ellenőrzést! • Mi a záró lépésünk?	2 perc	irányított kérdések frontális osztálymunka
Házi feladat Értékelés	A 778. feladat a 183. oldalon Szempontjai: - a kapott feladat - órai aktivitás, - eredményesség,	2 perc	

2. óravázlat

Dátum: 2023.03.16.
Osztály: 8.
Téma: Szöveges feladatok megoldása
Тема: ***Розв'язування текстових задач***
Oktatási cél: a szöveges feladatok megoldása lépéseinek elsajátítása; az adatok helyes kigyűjtésének megtanulása. az ismeretlen adat felismertetése, helyes jelölésének megtanítása, az egyenletek felírásának és megoldásának elsajátítása, az ellenőrzés jelentőségének tudatosítása.
Nevelési cél: figyelmességre, fegyelmezettségre, a másikra való odafigyelésre nevelés, szabálykövetés.
Képzési cél: a szövegértési képesség fejlesztése, a lényegkiemelő, a problémamegoldó gondolkodás fejlesztése.
Az óra típusa: gyakorló óra
Eszközök: tankönyv, füzet, tábla.

Az óra fő részei	Az óra menete	Idő	Megjegyzés
Szervezés	Köszöntés, a napló beírása	2 perc	
Házi feladat ellenőrzése **Motiváció** **Aktualizálás**	Az eddig tanultak összefoglalása és megismétlése. A házi feladat helyes megoldásának közös megbeszélése • MI az első lépés a szöveges feladatok megoldásánál? • Mit kell tennünk ezután? • Mi a harmadik lépésünk? • Mi a becslés? • Hogyan végezzük az ellenőrzést! • Mi a záró lépésünk? Most ismét három csoportot alakítunk. Megint kaptok egy-egy feladatot, amellyel szeretném felmérni, hogy mennyire sikerült elsajátítani a múlt órán tanultakat. Lássuk, kinek sikerül a legjobban megoldani a feladatot! A Kovács család a hétvégi nagytakarításnál a ház minden ablakát megpucolta. Anya egyedül 2 óra alatt, apa 3 óra alatt végzett volna az összes ablakkal, de inkább együtt dolgoztak.	3 perc 10 perc	irányított kérdések, frontális osztálymunka csoportmunka

— Hány óra alatt végeztek együtt az ablakok megtisztításával?
— Hány óra alatt végezne egyedül a fiuk, Bálint, ha apával együtt 2 óra alatt lennének készen?

A feladat megoldását közösen ellenőrizzük le

a) Tekintsük az összes ablak lemosásához szükséges munkát 1 egésznek. Jelöljük x-szel azt az időtartamot, amennyi alatt együtt végeznek a munkával. Foglaljuk táblázatba az adatokat!

	A munka elvégzéséhez szükséges idő	Az 1 óra alatt elvégzett munka hányada	Az x óra alatt elvégzett munka mennyisége
Anya	2 óra	1/2 rész	x/2 rész
Apa	3 óra	1/3 rész	x/3 rész

Ezek alapján felírhatjuk a következő egyenletet:

$x/2 + x/3 = 1$ /*6

3x + 2x = 6, x = 1,2

Tehát ketten együtt 1,2 óra alatt végeznek az összes ablak lemosásával.

Ellenőrzés: 1,2/2 + 1,2/3 = 12/20 + 12/30 = 60/60 = 1

b) Jelöljük y-nal azt az időt, amennyi alatt Bálint egyedül végezne az ablakpucolással.

	A munka elvégzéséhez szükséges idő	Az 1 óra alatt elvégzett munka hányada	Az 2 óra alatt elvégzett munka mennyisége
Apa	3 óra	1/3 rész	2/3 rész
Bálint	y óra	1/y rész	2/y rész

Ketten együtt 2 óra alatt végeznek az egész munkával, így felírhatjuk az alábbi egyenletet:

$2/3 + 2/y = 1$ /-1/3 2/y = 1/3 /*3y, y = 6

Tehát Bálint egyedül 6 óra alatt végezne az ablakpucolással.

	Ellenőrzés: 2/3 + 2/6 = 6/6 = 1		
Az óra témájának ismertetése	Ma tovább folytatjuk a szöveges feladatok megoldását. Írjuk be a füzetbe a mai dátumot! ***2023. március 16.*** ***Iskolai gyakorlat*** ***Szöveges feladatok megoldása*** ***Розв'язування текстових задач***	2 perc	tanári közlés tábla, füzet
Gyakorlás1.	**Egy téglalap egyik oldala 1,6 cm-vel rövidebb a másik oldalánál. Kerülete háromszorosa a hosszabbik oldalnak. Mekkora a téglalap területe?** Geometriai feladatnál célszerű ábrázolni a téglalapot. A hosszabbik oldalt jelöljük *x*-szel, így a rövidebb oldal az $x - 1,6$ lesz. A kérdés, hogy mekkora a téglalap területe. Ehhez rögtön felírjuk a képletet: T $= a * b$. Ebből: a $= x$ *cm*, $b = x - 1,6$ *cm*. Következő lépésként nézzük a további információkat: a téglalap kerülete háromszorosa a hosszabbik oldalnak. Célszerű megintcsak felírni a képletet: K $= 2*(a + b)$, a feladat adataival pedig a következőképpen írhatjuk fel: $2*(x + x - 1,6) = 3x$ */összevonjuk* $2*(2x - 1,6) = 3x$ */felbontjuk a zárójelet* $4x - 3,2 = 3x$ */ rendezzük* $x = 3,2$ Behelyettesítve: a $= 3,2$ *cm*, $b = 3,2 - 1,6 = 1,6$ *cm*. De nekünk a téglalap területe kell, tehát számolunk tovább: T $= a * b = 3,2 * 1,6 = 5,12$ cm^2. Nem maradt más hátra, mint az ellenőrzés: • az 1,6 cm-s oldal 1,6 cm-rel rövidebb a 3,2 cm-s oldalnál; • a kerület háromszor akkora, mint a hosszabbik oldal: K $= 2*(a + b) = 2*(3,2 + 1,6) = 9,6$ *cm* és $3,2 * 3 = 9,6$. A téglalap területe: 5,12 cm^2. **Andi és Tomi jelentkezett a fordítóiroda ajánlatára,**	24 perc	irányított kérdések frontális osztálymunka tábla, füzet

mondván, hogy ők ketten 30 nap alatt le tudják fordítani az egész lexikont. Andi gyorsabban halad a fordítással, mert jobban ismeri a szakszavakat. Ezért ő egyedül 25 nappal hamarabb le tudná fordítani az egész lexikont, mint amennyi idő Tominak egyedül dolgozva szükséges hozzá.

Hány nap alatt tudná Andi egyedül is lefordítani az egész lexikont?

Ha Andinak a teljes lexikon lefordításához x nap szükséges, akkor Tominak ehhez (x+25) napra van szüksége.

Készítsünk táblázatot a jobb áttekinthetőség érdekében!

	Andi	**Tomi**
Egyedül az egészet ennyi nap alatt fordítja le	x	x + 25
Egy nap alatt egyedül ekkora részt fordít le a lexikonból	1/x	1/(x + 25)
30 nap alatt egyedül ekkora részt fordít le a lexikonból	30/x	30/(x + 25)

Mivel 30 nap alatt együtt az egész lexikon lefordításával végeznek, ezért:

$30/x + 30/(x + 25) = 1$

Világos, hogy x csak pozitív lehet. Megszorozzuk az egyenlet mindkét oldalát $x(x + 25)$-tel:

irányított kérdések

$30(x + 25) + 30x = x(x + 25)$

Felbontva a zárójeleket:

frontális osztálymunka

$30x + 750 + 30x = x^2 + 25x$

Ezt nullára rendezve:

$0 = x^2 - 35x - 750$

Megoldóképlettel:

$$x=\frac{-35\pm\sqrt{1225-3000}}{2}$$

Ebből $x_1 = 50$, $x_2 = -15$

Ez utóbbi nem megoldása a feladatnak.

Andi 50 nap alatt, Tomi 75 nap alatt fordítaná le egyedül az egész lexikont.

Ellenőrzés:

Andi naponta a lexikon 1/50 részét fordítja le, tehát 30 nap

<table>
<tr><td></td><td>alatt a lexikon 30/50 = 3/5részével végezne. Tomi naponta a lexikon 1/75 részét fordítja le, tehát 30 nap alatt a lexikon 30/75 = 2/5 részével végezne. Ketten együtt tehát lefordítják a lexikon 3/5 + 2/5 = 5/5 részét, vagyis tényleg elkészülnének a munkával.

Dani édesanyja ötször annyi idős, mint Dani, az édesapja pedig 7 évvel idősebb az édesanyjánál. Hány évesek a család tagjai, ha a három családtag életkorának összege 84 év?

Jelöljük Dani életkorát x-szel. Dani édesanyja $5x$ éves. Dani édesapja $5x + 7$.

Az így felírható egyenlet: $x + 5x + 5x + 7 = 84$, amelyből adódik, hogy $x=7$.

Tehát Dani 7 éves, édesanyja 35 éves, édesapja pedig 42 éves. 7 + 35 + 42=84, azaz megfelel a feladatban leírtaknak.

A 3. példa a 183.oldalon a tankönyvből</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Összefog-
lalás</td><td>• MI az első lépés a szöveges feladatok megoldásánál?
• Mit kell tennünk ezután?
• Mi a harmadik lépésünk?
• Mi a becslés?
• Hogyan végezzük az ellenőrzést!
• Mi a záró lépésünk?</td><td>2
perc</td><td>irányított
kérdések
frontális
osztálymunka</td></tr>
<tr><td>Házi feladat
Értékelés</td><td>A 782. feladat a 184. oldalon
Szempontjai:

- a kapott feladat
- órai aktivitás,
- eredményesség,</td><td>2
perc</td><td></td></tr>
</table>