ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ

Кафедра математики та інформатики

Реєстраційний №___________

Кваліфікаційна робота

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ЛОГАРИФМІЧНИХ РІВНЯНЬ І НЕРІВНОСТЕЙ В КУРСІ ЗАГАЛЬНООСВІТНЬОЇ ШКОЛИ

ВАРГА МАРІАННА ОЛЕКСАНДРІВНА

Студентка IV-го курсу

Освітня програма 014 «Середня освіта (Математика)»

Ступінь вищої освіти: бакалавр

Тема затверджена Вченою радою ЗУІ

Протокол **№ 3 від 17 жовтня 2022 року**

Науковий керівник: Дзямко Вікторія Йосипівна

кандидат педагогічних наук, доцент

Завідувач кафедрою математики та інформатики: **Кучінка Каталін Йожефівна**

к. ф.-м. н

Робота захищена на оцінку _________, «___» ____________ 202_ року

Протокол № ______ / 202_

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ

Кафедра математики та інформатики

Кваліфікаційна робота

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ЛОГАРИФМІЧНИХ РІВНЯНЬ І НЕРІВНОСТЕЙ В КУРСІ ЗАГАЛЬНООСВІТНЬОЇ ШКОЛИ

Ступінь вищої освіти: бакалавр

Виконав: студентка IV-го курсу

ВАРГА МАРІАННА ОЛЕКСАНДРІВНА

Освітня програма 014 «Середня освіта (Математика)»

Науковий керівник: Дзямко Вікторія Йосипівна

кандидат педагогічних наук, доцент

Рецензент: Глебена Мирослава Іванівна

кандидат фіз.-мат. наук, доцент

Берегове
2023

Вміст

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол № „3” від „27” квітня 2021 р.
Ф-КДМ-2

II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola

Matematika és Informatika Tanszék

A LOGARITMIKUS EGYENLETEK ÉS EGYENLŐTLENSÉGEK TANULMÁNYOZÁSÁNAK MÓDSZEREI A KÖZÉPISKOLAI KÉPZÉSBEN

Szakdolgozat

Képzési szint: alapképzés

Készítette: Varga Marianna

IV. évfolyamos hallgató

Képzési program: 014 „Középiskolai oktatás (Matematika)”

Témavezető: Dzjámkó Viktória

a pedagógiai tudományok kandidátusa, docens

Recenzens: Hlebena Miroszláva

a fizika és a matematika kandidátusa, docens

Beregszász – 2023

Tartalomjegyzék

Вступ

Метою роботи є проаналізувати і з'ясувати методичні особливості вивчення логарифмічних рівнянь і нерівностей в курсі загальноосвітньої школи. Відповідно до теми були поставлені наступні завдання:

1. Проаналізувати діючі освітні програми навчання математики в контексті дослідження.

2. Проаналізувати шкільні підручники з теми дослідження.

3. Проаналізувати методику навчання розв'язування логарифмічних рівнянь і нерівностей, виявити методичні особливості вивчення.

4. Надати практичні розробки з теми дослідження.

Об'єкт дослідження:
Процес навчання алгебри та початків аналізу у класах старших класів загальноосвітньої школи.
Предмет дослідження:
Методика вивчання логарифмічних рівнянь і нерівностей у шкільному курсі математики.
Методи дослідження:
Теоретичні: системний аналіз навчально-методичної літератури з проблем, що досліджується.
Емпіричні: спостереження, бесіди з вчителями, вивчення передового досвіду вчителів математики, що працюють в 10-11 класах.

Наукова новизна і теоретичне значення роботи полягає удосконаленні методичних схем вивчення теми "логарифмічні рівняння"і "логарифмічні нерівності"та обґрунтуванні доцільності їх упровадження в загальноосвітніх школах

Bevezetés

A dolgozat célja a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek tanításának módszertani sajátosságainak elemzése és megértése az általános iskolai matematikai tantervben. Ennek megfelelően az alábbi feladatokat tűzték ki:

1. Az aktuális matematikai oktatási programok vizsgálata a kutatás keretében.

2. Az iskolai tankönyvek elemzése a kutatás témájában.

3. Az egyenletek és egyenlőtlenségek logaritmikus megoldásainak tanítási módszerének elemzése, a módszertani sajátosságok feltárása.

4. Gyakorlati fejlesztések biztosítása a kutatási témában.

Kutatási tárgy:

Az algebra és az elemi analízis tanításának folyamata az általános iskolák felső tagozatain.

Kutatási téma:

A logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek tanítási módszertana az általános iskolai matematikai tantervben.

Kutatási módszerek:

Tudományos: A kutatott problémákat tartalmazó oktatási és módszertani irodalom részletes vizsgálata.

Empirikus: Megfigyelések, beszélgetések tanárokkal, a matematika tanárok előrehaladó tapasztalatainak tanulmányozása, akik 10-11. osztályokban dolgoznak.

A munka tudományos újdonsága és elméleti jelentősége az "logaritmikus egyenletek" és "logaritmikus egyenlőtlenségek" témakörök tanítási módszertani sémáinak fejlesztésében rejlik, valamint azok ésszerűségének megalapozásában az általános iskolákban.

1. A kutatás elméleti alapjai

1.1. Az Ukrajnai állami szabvány matematika tantervének vizsgálata a kutatás keretében

Az Ukrajnai állami szabvány a 10-11. osztályos diákok matematika tananyagát is meghatározza. Az alábbiakban összefoglalom a tanterv legfontosabb pontjait. Az állami szabvány szerint a 10-11. osztályos diákoknak elsősorban az alapvető matematikai fogalmakat és készségeket kell elsajátítaniuk, beleértve a számítási és algebrai készésgeket, a geometriai fogalmakat és az elemi valószínúségszámítást. A számítási és algebrai készségek között szerepelnek az egyszerű számítások, a tizedestörtek, a százalékok, a törtek, a törtarányok és számrendszerek. Az állami szabvány azt javasolja, hogy a diákokat tanítsák meg arra, hogyan alkalmazzák ezeket a készségeket a való életben felmerülő problémák megoldására[1]. A geometriai fogalmak közé tartoznak a síkbeli és térbeli alakzatok, a szögek, a távolságok és az arányok. Az állami szabvány szerint a diákokat meg kell tanítani arra, hogyan alkalmazzák ezeket a fogalmakat a problémamegoldásban, valamint hogyan alkalmazzák a geometriai ismereteket a való életben felmerülő problémák megoldására[1]. Az elemi valószínűségszámításban a diákoknak meg kell tanulniuk a valószínűségi események alapvető fogalmait, a valószínűség kiszámítását és a valószínűségi eloszlásokat. Az állami szabvány szerint a diákokat arra is ösztönözni kell, hogy alkalmazzák ezeket az ismereteket a való életbeli problémák megoldására, például az esélyek és a valószínűségek számítására. Az állami szabvány továbbá azt javasolja, hogy az 10-11. osztályos diákokat tanítsák meg az elemi trigonometriai ismeretekre is, beleértve a szögfüggvényeket és a trigonometriai azonosságokat. Az állami szabvány szerint a diákoknak meg kell tanulniuk, hogyan alkalmazzák ezeket az ismereteket a sík- és térbeli alakzatok tulajdonságainak megértésére és a problémamegoldásra. Az állami szabvány azt is javasolja, hogy az 10-11. osztályos diákokat arra tanítsák, hogy hogyan alkalmazzák a matematikai ismereteiket az élet különböző területein. Az oktatás során a diákoknak meg kell tanulniuk, hogyan alkalmazzák a matematikai modellezést az élet valós problémáira, hogyan dolgozzanak ki és használjanak matematikai algoritmusokat, hogyan értsék meg és használják az alapvető statisztikai fogalmakat és módszereket. A tananyag továbbá javasolja, hogy a diákok számára lehetőséget biztosítsanak arra, hogy az iskolán kívüli lehetőségek segítségével tovább fejlesszék matematikai ismereteiket és alkalmazásukat[1].

Ukrajna Oktatási és Tudományos Minisztériuma (Міністерство освіти і науки України) három matematikai szintet kínál a középiskolások számára Ukrajnában:

1. *Alap szint:(Рівень стандарту)* Ez a szint az általános oktatás része, és az összes középiskolás diák számára kötelező. Az általános oktatási szinten a matematika oktatás célja a matematikai gondolkodás fejlesztése, a matematikai módszerek és készségek elsajátítása és az alapvető matematikai ismeretek megszerzése. Az alap szintű oktatásban a diákoknak meg kell érteniük a matematikai fogalmakat és összefüggéseket, és képeseknek kell lenniük azok alkalmazására a gyakorlatban[1].

2. *Haladó szint: (Поглиблений рівень)* Ezen a szinten a matematika tananyaga az alapokon túlmutatóan mélyíti el a diákok matematikai tudását, és magában foglalja a trigonometria, a differenciálszámítás és az integrálszámítás alapjait. Ez a szint megfelel azoknak a diákoknak, akik szeretnének matematikára vagy műszaki szakra jelentkezni, és akiknek szükségük van a mélyebb matematikai ismeretekre[1].

3. *Profil szint: (Профільний рівень)* A profil szintű matematika oktatás célja a diákok felkészítése az egyetemi tanulmányokra vagy a szakmai karrierre. Ez a szint magában foglalja a haladó szintű matematikai ismeretek elmélyítését és bővítését speciális területekre fókuszálva, mint például az algebra, geometria, valószínűség és statisztika, differenciálegyenletek és integrálás[1].

Az alap, haladó és profil szintek mindegyike a diákok előzetes matematikai tudásától függően szerveződik, és a diákok a saját képességeiknek megfelelően haladhatnak a tananyagban. A szintek lehetővé teszik a diákok számára, hogy mélyebben megértsék a matematika alapjait és fejlesszék azokat a készségeket, amelyeket későbbi életük során hasznosítani tudnak.

Ukrajna Oktatási és Tudományos Minisztériuma (Міністерство і науки України) szerinti ***logaritmus*** *tananyagot is feloszthatjuk az alap, haladó és profil szintekre:*

1. *Alap szint:(Рівень стандарту)* Az alapszinten a logaritmusokról csak az alapvető fogalmakat és szabályokat tanítják. Az elsődleges cél az, hogy a diákok megértsék a logaritmusok definícióját, és megtanulják a logaritmusokkal kapcsolatos alapvető számításokat például, hogyan kell a hatványozás és a gyökvonás műveletét visszafelé kiszámítani. Az alapszinten a logaritmusokat elsősorban az algebra és a függvénytan tanítása során használják fel[1].

2. *Haladó szint: (Поглиблений рівень)*A haladó szinten a diákoknak már alaposabb ismeretekkel kell rendelkezniük a logaritmusok terén. A diákoknak meg kell tanulniuk, hogyan lehet a logaritmusokkal bonyolultabb matematikai problémákat megoldani, mint például az egyenleteket és az egyenlőtlenségeket. Emellett a diákok megismerik az exponenciális és logaritmikus függvényeket, és megértik a logaritmusok használatát a való életben is[1].

3. *Profil szint: (Профільний рівень)* A profil szinten a logaritmusokat további részletekbe menően tanulják, és a diákok már a logaritmikus függvényeket is tanulják. A diákoknak meg kell érteniük a logaritmusok és a függvények közötti kapcsolatot, és használniuk kell a logaritmusokat a differenciál- és integrálszámításban. A profil szinten a diákokat felkészítik az egyetemi szintű matematikai tanulmányokra[1].

Összességében az Ukrajnai Állami Szabvány által meghatározott logaritmus tananyag a diákok matematikai ismereteit fejleszti, és felkészíti őket a való életben előforduló problémák megoldására. Az alap- és haladó szintek különösen fontosak az alapvető logaritmus ismeretek megszerzéséhez, míg a profil szint a diákok felkészítésére szolgál a további matematikai tanulmányokhoz. Azonban javasolható lenne a tananyagban a logaritmusokkal kapcsolatos való életbeli példák bővítése és a diákok motivációjának fokozása a témával kapcsolatban. Továbbá javasolható lenne az interaktív tanulási eszközök, például oktatóvideók és interaktív gyakorlatok felhasználása a témával kapcsolatos ismeretek elmélyítése érdekében. Ezen kívűl az online források széles választékával rendelkezünk, amelyek motiválhatják a diákokat a logaritmusok tanulásában. Például:

1. *Khan Academy:* A Khan Academy egy ingyenes oktatási platform, amely interaktív videókat, gyakorló feladatokat és teszteket kínál. A matematikai témák,

beleértve a logaritmusokat is, átfogóan vannak bemutatva, és a diákok saját tempójukban tanulhatnak.

2. *Wolfram Alpha:* A Wolfram Alpha egy online matematikai eszköz, amely számos matematikai problémára adhat választ, beleértve a logaritmusokat is. A diákoknak lehetősége van az egyenletek megoldására, a grafikonok létrehozására és a matematikai függvények vizsgálatára.

3. *Mathway*: A Mathway egy matematikai számológép és problémamegoldó eszköz, amely megoldást kínál a logaritmusokra és más matematikai problémákra. A diákoknak lehetősége van kipróbálni a számológépet, és megnézni, hogyan működik.

4. *YouTube:* A YouTube videókat kínál a logaritmusok tanulásához. Az előadók megmutatják a diákoknak, hogyan kell megoldani a különböző típusú logaritmus problémákat, és könnyen követhető magyarázatokat adnak.

5. *Mateking:* A Mateking rövid és pörgős epizódokat kínál, hogy lendületesen tudjanak a diákok haladni az anyaggal. Viccesen, röviden és érthetően megtalálható bármely matematika tananyag

Ezen források segítségével a diákok egy izgalmasabb és interaktívabb módját találhatják meg a logaritmusok tanulásának, és így lehet motiválni őket a témával kapcsolatban.

1.2. Középiskolai matematika tankönyvek vizsgálata a kutatás keretein belül

Ebben a fejezetben a középiskolai algrebra tankönyveket a következő szempontok szerint fogom vizsgálni:

1. Témák bemutatása és elrendezése

2. A feladatok minősége

3. Az illusztrációk és grafikonok minősége

4. A tankönyv nyelvezete

5. A tankönyv aktualitása[10].

Matematika tankönyvek 10. osztály:

1. Matematika (algebra, az analízis és geometria alapjai) - szerzők: A. G. Merzljak, D. A. Nomirovszkij, V. B. Polonszkij, M. S. Jakir, alap szintű tankönyv (рівень стандарту), 2018

   - Témák bemutatása és elrendezése:
     A tankönyv nagyon jól strukturált és könnyen követhető. A témák jól elrendezettek és logikus sorrendben követik egymást. A matematikai koncepciók és a számítási módszerek jól vannak magyarázva.
   - A feladatok minősége:
     A feladatok változatosak és jól megfogalmazottak, így a diákok megértik a különböző matematikai koncepciókat. Azonban néhány feladat nehéznek tűnik a 10. osztályos alap szinten tanuló diákok számára, és néhány másik nem eléggé kihívást jelentő.
   - Az illusztrációk és grafikonok minősége:
     A tankönyvben található illusztrációk és grafikonok segítik a diákokat a matematikai koncepciók megértésében. Az illusztrációk és grafikonok nagyon jól vannak megtervezve és érthetőek.
   - A tankönyv nyelvezete:
     A nyelvezet világos és közérthető. Az írás egyszerű, és könnyen követhető. Azonban néhány helyen a szöveg kissé nehézkesnek tűnik, és néhány szó nehéz lehet a diákok számára. Egy példa arra, amikor a szöveg nehézkes lehet, az alábbi mondat a könyvből:

     "A függvények a valós számok tetszőleges alaphalmazán értelmezettek és valós értéket vesznek fel."

     Ez a mondat lehet kihívást jelentő azoknak a diákoknak, akiknek kevésbé van gyakorlatuk a matematikai szakkifejezések használatában. Az "alaphalmaz" és "értelmezettek" szavak lehetnek zavaróak a kevésbé előrehaladott diákok számára, és nehéz lehet megérteniük, hogy mit jelentenek ezek a fogalmak a matematikában.

- A tankönyv aktualitása:

  A tankönyv jelenlegi és naprakész. A matematikai koncepciók és számítási módszerek jól megfelelnek a 10. osztályban oktatott szintnek. Azonban a tankönyv hiányzik a modern alkalmazások és a gyakorlati példák, amelyek segíthetnek a diákoknak, hogy jobban megértsék a matematikát a mindennapi életben. Például a tankönyvben hiányoznak olyan gyakorlati példák, amelyek a matematika szerepét mutatják be a valódi életben. Az algebrai koncepciók és számítási módszerek mellett a diákoknak fontos látniuk, hogy a matematika hogyan kapcsolódik a pénzügyekhez, a gazdasághoz, az építészethez, a tudományhoz stb. A hiányzó példák között lehetnek például a kamatos kamat számítás, az árbevétel-költség elemzés, az épületek tervezése és a fizikai jelenségek matematikai modellezése. Az ilyen példák nem csak azért fontosak, hogy a diákok jobban megértsék a matematikát, hanem azért is, mert segítenek abban, hogy az általános iskolában tanultakat alkalmazzák a mindennapi életben és valós problémákra találjanak megoldást.

2. Algebra és az analízis alapjai - szerzők: G.P. Bevz, V.G. Bevz, N.G. Vladimirova, profil szintű tankönyv (профільний рівень), 2018

   - Témák bemutatása és elrendezése:

     A tankönyv logikus sorrendben mutatja be az algebrai koncepciókat. Az első rész az algebrai kifejezésekkel foglalkozik, majd a második rész az egyenletekkel, a harmadik rész pedig a függvényekkel. A témák könnyen követhetőek és a diákok számára könnyen érthetőek.

   - A feladatok minősége:

     A tankönyvben található feladatok változatosak és precízen megfogalmazottak, segítik a diákokat a témakör megértésében. Bár vannak olyan feladatok, amelyek nehezek lehetnek a 10. osztályos diákok számára, általánosságban a feladatok megfelelő szinten vannak.

   - Az illusztrációk és grafikonok minősége: A tankönyv illusztrációi és grafikonjai világosak és segítik a diákokat abban, hogy jobban megértsék az adott matematikai koncepciókat.

- A tankönyv nyelvezete:

  A tankönyv nyelvezete egyszerű, világos és könnyen érthető, ami segíti a diákokat abban, hogy könnyebben megértsék a matematikai koncepciókat és feladatokat.

- A tankönyv aktualitása:

  A tankönyv jelenlegi és naprakész a 10. osztályban oktatott szintnek megfelelően.

Az, hogy az "Algebra és az analízis alapjai" tankönyvben a címek angolul is fel vannak tüntetve, számos előnnyel jár a diákok számára. Egyrészt, a matematikai készségek fejlesztése mellett hozzájárul az idegen nyelv tanulásához. Másrészt, a tankönyv rövid összefoglalókat tartalmaz az ukrán matematikai személyiségekről, akiknek szerepe jelentős a matematikai fogalmak és elméletek fejlődésében. Ezek az összefoglalók lehetővé teszik a diákok számára, hogy jobban megértsék és értékeljék a matematika történetének fontos személyeit, és segítsenek abban, hogy magasabb szintű matematikai ismereteket szerezzenek. Véleményem szerint ez a tankönyv tökéletesen megfelelő a profil szinten tanuló diákok számára.

Matematika tankönyvek 11. osztály:

1. Matematika (algebra, az analízis és geometria alapjai) - szerzők: A. G. Merzljak, D. A. Nomirovszkij, V. B. Polonszkij, M. S. Jakir, alap szintű tankönyv (рівень стандарту), 2019

   - Témák bemutatása és elrendezése:

     A tankönyv széles körű és részletes témákat foglal magába, amelyek megfelelnek az 11. osztályos matematikai tananyagnak. A könyv az alábbi témákat tartalmazza: alapfogalmak és algoritmusok, függvények, trigonometria, lineáris egyenletek és egyenlőtlenségek, logaritmikus és exponenciális függvények és vektormatematika. A témák logikus és jól strukturált sorrendben vannak elrendezve, és a tananyag bővíti a diákok ismereteit és készségeit.

   - A feladatok minősége:

     A tankönyv rendkívül széles körű és változatos feladatokat tartalmaz, amelyek különféle nehézségi szintekkel és számos alkalmazással rendelkeznek a való életből. A feladatok minden egyes témakörhöz tartozóan jól felépítettek és különféle nehézségi szintekkel rendelkeznek. A feladatok megbízhatóak, és jól szolgálják a diákokat a matematika megértésében és a készségeik fejlesztésében.

- Az illusztrációk és grafikonok minősége:

  A tankönyvben található illusztrációk és grafikonok szépen kidolgozottak és színesek. Sok illusztráció tartalmaz matematikai koncepciókat és példákat, amelyek segítenek a diákoknak a matematikai fogalmak jobb megértésében és azonnali alkalmazásában. A grafikonok segítenek a diákoknak megérteni a matematikai koncepciók alkalmazását a való életben.

- A tankönyv nyelvezete:

  A tankönyv nyelvezete kiváló. A szerzők nagyon jól kifejezik magukat, és a matematikai fogalmak magyarázatai egyszerűek és könnyen érthetőek.

- A tankönyv aktualitása:

  A tankönyv naprakész és aktuális, és az 11. osztály szintjének megfelelően jól strukturált és átfogó tananyag.

2. Algebra és az analízis alapjai - szerzők-J.P.Nelin és O.J. Dolhova, profil szintű tankönyv (профільний рівень), 2019

   - Témák bemutatása és elrendezése:

     A tankönyv a következő témákat tartalmazza: exponenciális és logaritmus függvények, integrálszámítás és alkalmazásai, kombinatorika és valószínűségszámítás, egyenletek és egyenlőtlenségek. A témák logikus sorrendben vannak elrendezve és az egyes fejezetek egyértelműen összekapcsolódnak egymással. Az anyag részletesen és alaposan van bemutatva.

   - A feladatok minősége

     A feladatok nagyon változatosak és jól megfogalmazottak, segítik a diákokat az adott témakör megértésében. A feladatok több típusát tartalmazzák, beleértve az elméleti, gyakorlati és alkalmazott feladatokat is.

   - Az illusztrációk és grafikonok minősége:

     A tankönyv illusztrációi és grafikonjai szépek és jól elkészítettek. Az ábrák segítenek a diákoknak a koncepciók jobb megértésében, és sok esetben a feladatok megoldásában is segítséget nyújtanak.

- A tankönyv nyelvezete:
  A szöveg egyszerű és könnyen követhető. A szöveg jól megfogalmazott, és a lényeges pontokat kiemeli a diákok számára. A matematikai szakkifejezések magyarázatai és definíciói is jól struktúráltak.
- A tankönyv aktualitása:
  A tankönyv friss és időszerű, és megfelelő szintű az 11. osztály számára.

Az ukrajnai oktatási rendszer alapján a tananyagok és a tankönyvek nagy hangsúlyt kapnak, hogy biztosítsák a diákok megfelelő oktatását és a tudásuk átadását. Az ukrajnai tankönyvek széles választékát kínálják a matematika oktatásához, és mindegyik tankönyv jól strukturált és könnyen követhető. A tankönyvek kiváló minőségűek, tartalmaznak megfelelő mennyiségű elméleti anyagot, gyakorlati példákat és feladatokat, amelyek segítik a diákokat a tananyag megértésében és alkalmazásában. Az oktatók számára is a tankönyvek segítséget nyújtanak a tanításban és az oktatás előkészítésében. Az ukrajnai tankönyvek folyamatosan frissülnek és naprakészek, és az oktatási rendszer folyamatosan javítja és fejleszti a tananyagot, hogy megfeleljen az aktuális igényeknek és kihívásoknak. Összességében az ukrajnai tankönyvek kiváló minőségűek, és hozzájárulnak a diákok tudásának és képességeinek fejlesztéséhez.

2. Logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek elméleti alapjai a középiskolai oktatásban

2.1. Logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek elméleti alapjainak oktatása

Ebben a fejezetben az Arkadiy Merzlyak, Dmitro Nomirovskiy, Vitaliy Polonskiy és Mihaylo Yakir által írt alapszintű matematika tankönyv alapján a logaritmikus egyenletek elméleti anyagát tekintjük át. A logaritmikus egyenletek nagyon fontos szerepet játszanak a matematikában és a természettudományokban, így fontos, hogy értsük őket és tudjuk alkalmazni őket a problémák megoldására. A fejezetben összefoglalom a logaritmikus egyenletek definícióját, valamint a logaritmusok alapvető tulajdonságait. Ezen felül mellékleteként csatoltam a tantervet, amely az első mellékletben található. Továbbá, a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek témakörhöz tartozó két-két óravázlat megtalálható a 2., 3., 4. és 5. mellékletekben.

A logaritmus és tulajdonságai

Meghatározás A pozitív b szám a alapú $a > 0$ és $a \neq 1$ logaritmusának azt az a hatványkitevőt nevezzük, amelyre fel kell emelni az a számot, hogy megkapjuk a b-t[4].

A meghatározásból következik, hogyha $a > 0$, $a \neq 1$ és $b > 0$ teljesül a következő egyenlőség:

$$a^{log_a b} = b$$

Ezt a **logaritmus alapaznosságának** nevezzük[4].

Szintén a loogaritmus meghatározásából következik, ha $a > 0$ és $a \neq 1$, akkor

$$log_a 1 = 0$$
$$log_a a = 1$$

Azt a logaritmust, amelynek alapja 10, **tízesalapú** logaritmusnak nevezzük. Jelölése: lgb. Bármilyen $b > 0$ esetre felírható: $10^{lgb} = b$[4].

1. Tétel (a sorozat logaritmusa). *Ha $x > 0$, $y > 0$, $a > 0$ és $a \neq 1$, akkor teljesül a következő egyenlőség:*

$$log_a xy = log_a x + log_a y[4].$$

2. Tétel (a hányados logaritmusa)**.** *Ha* $x > 0$*,* $y > 0$*,* $a > 0$ *és* $a \neq 1$*, akkor teljesül a következő egyenlőség:*

$$log_a \frac{x}{y} = log_a x - log_a y[4].$$

3. Tétel (a hatvány logaritmusa)**.** *Ha* $x > 0$*,* $a > 0$ *és* $a \neq 1$*, akkor bármilyen* $\beta \in R$*-re teljesül a következő egyenlőség:*

$$log_a x^\beta = \beta log_a x[4].$$

4. Tétel (az egyik alapról áttérés a másik alapra)**.** *Ha* $a > 0$*,* $a \neq 1$*,* $b > 0$*,* $c > 0$*,* $c \neq 1$*, akkor teljesül a következő egyenlőtlenség:*

$$log_a b = \frac{log_c b}{log_c a}[4].$$

1.következmény. Ha $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$, akkor teljesül a következő egyenlőség:

$$log_a b = \frac{1}{log_b a}[4].$$

2.következmény. Ha $a > 0, a \neq 1, b > 0$, akkor bármilyen $\beta \neq 0$-ra teljesül a következő egyenlőség:

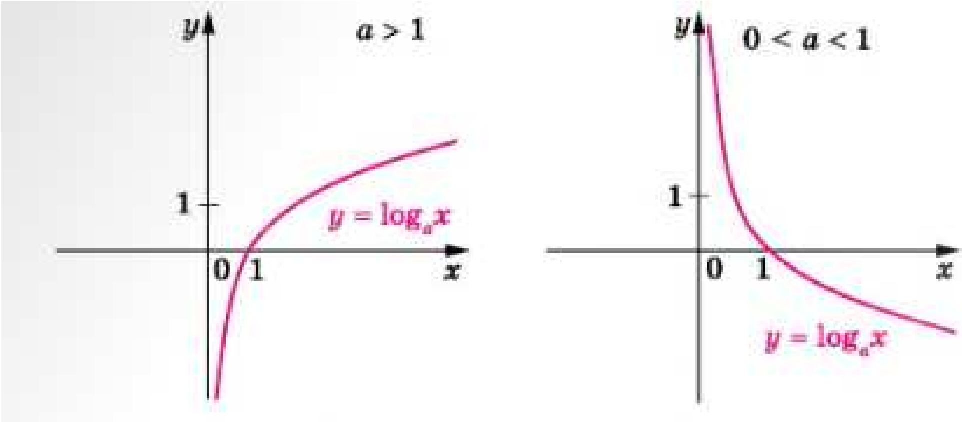
$$log_{a^\beta} b = \frac{1}{\beta} log_a b[4].$$

A logaritmusfüggvény és tulajdonságai

Kiválasztunk egy pozitív a számot, amely nem 1-gyel egyenlő. Minden pozitív x számnak megfeleltethető egy olyan y szám, amelyre igaz lesz az $y = log_a x$ egyenlőség. Az adott $f(x) = log_a x$ függvény értelmezési tartománya $D(f) = (0; \infty)$ lesz[4]. Ezt a függvényt **logaritmusfüggvénynek** nevezzük. Megvizsgáljuk a logaritmusföggvény legfontosabb tulajdonságait:

- Az $y = log_a x$ függvénynek egyetlen zérushelye van, az $x = 1$.
- Az $y = log_a x$ függvénynek két előjeltartási intervalluma van. Ha $a > 0$, akkor az $y < 0 a(0; 1)$ intervallumon; $y > 0 az(1; \infty)$ intervallumon. Ha $0 < a < 1$, akkor az $y < 0 az(1; \infty)$ intervallumon; $y > 0 a(0; 1)$ intervallumon.
- Az $y = log_a x$ függvény növekvő, ha $a > 1$ és fogyó a $0 < a < 1$ esetében.
- A logaritmusfüggvény differenciálható[4].

  Az ábrák az $a > 1$ és a $0 < a < 1$ esetére vonatkoznak.



1. ábra. Logaritmus függvények[4].

Ha x értékét a nullához közelítjük, akkor az $y = log_a x$ függvény pontjainak távolságát az oordinátatengelyhez viszonyítva egyre csökkentve a távolságot mind jobban fog közelíteni a nullához, de azzal soha nem lesz egyenlő[4].

Logaritmusos egyenletek

a $log_a x = b$ típusú egyenleteket, ahol $a > 0, a \neq 1$ legegyszerűbb logaritmikus egyenleteknek nevezzük. Ezeket az egyenleteket a logaritmus meghatározása alapján lehet megoldani[4].

5. Tétel. *Ha $a > 0, a \neq 0$, akkor $log_a f(x) = log_a g(x)$ egyenértékű a következő rendszerek bérmelyikével:*

$$\begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

Logaritmikus egyenlőtlenségek

6. Tétel. *Ha $a > 1$, akkor a $log_a f(x) > log_a g(x)$ egyennlőtlenség egyenértékű a következő rendszerrel:*

$$\begin{cases} f(x) > g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

7. Tétel. *Ha* $0 < a < 1$, *akkor a* $log_a f(x) > log_a g(x)$ *egyenlőtlenség egyenértékű a következő rendszerrel:*

$$\begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > 0[4]. \end{cases}$$

3. Logaritmus a gyakorlatban

3.1. ZNO feladatok, amelyek magukban foglalják a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek tanulmányozását

A szakdolgozatom ezen fejezetének célja, hogy az eddigi összes "Зовнішнього Незалежне Оцінювання" (ZNO) feladatsorban található logaritmikus témára vonatkozó feladatokat megoldjam. Az ZNO egy független diákértékelési rendszer Ukrajnában, amely lehetővé teszi a diákok számára, hogy felkészüljenek a felsőoktatásra.
A logaritmikus függvények az egyik alapvető matematikai téma, amelyet általában a középiskolában tanulunk meg. Azonban az ZNO feladatsorai általában magasabb szintű feladatokat tartalmaznak, amelyek célja a diákok elmélyült ismereteinek tesztelése ebben a témakörben.
Az általam megoldandó feladatokat az évek során összegyűjtötték és összeállították, így lehetőségem van arra, hogy áttekintsem és rövid magyarázatokkal kiegészítsem ezeket a feladatokat.

- **A 2007-es ZNO matematika vizsga logarimikus feladatai:**

  1. **Feladat: Rendezd a következő számokat csökkenő sorrendbe:** $\sqrt{5}; 2^{\log_2 5}; \frac{5}{2}$ [5].

     Megoldás:

     Az első lépésben meg kell határozni a legnagyobb számot a három közül. Tudjuk, hogy $2^{\log_2 5} = 5$, mert a logaritmus törvényei alapján $\log_a a = 1$ és $\log_a b^c = c \log_a b$, tehát $\log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2}$, és $2^{\log_2 5} = 2^{\frac{\log 5}{\log 2}} = \left(2^{\log 2}\right)^{\log_2 5} = 5$. Tehát a középső szám a legnagyobb.

     Majd összehasonlítjuk a másik két számmal: $\sqrt{5} \approx 2,24$ és $\frac{5}{2} = 2,5$. Tehát a sorrend a következő: $2^{\log_2 5} > \frac{5}{2} > \sqrt{5}$.

  2. **Feladat: Számold ki** $log_{\frac{1}{25}} \sqrt{5}$[5].

     Megoldás:

     A megoldáshoz használhatjuk a logaritmusok tulajdonságait. Először is, felírjuk az alapot az alap a törtben az alap kitevőjével, majd egyszerűsítjük az eredményt.

$log_{\frac{1}{25}}\sqrt{5} = \frac{\lg\sqrt{5}}{\lg\frac{1}{25}}$

$\lg\frac{1}{25}$ egyszerűsíthető, mivel $\frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$. Tehát:

$\log_{\frac{1}{25}}\sqrt{5} = \frac{\lg\sqrt{5}}{\lg\frac{1}{25}} = \frac{\lg\sqrt{5}}{\lg\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{\lg\sqrt{5}}{2\lg\frac{1}{5}}$

Ezt a kifejezést továbbra is egyszerűsíthetjük, mivel $\lg\sqrt{5} = \lg 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\lg 5$. Tehát:

$\log_{\frac{1}{25}}\sqrt{5} = \frac{\lg\sqrt{5}}{2\lg\frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{2}\lg 5}{2\lg\frac{1}{5}} = \frac{\lg 5}{4\lg\frac{1}{5}}$

Ezután használhatjuk a logaritmusok változatosságát, hogy átalakítsuk az alapot $\frac{1}{5}$-re:

$\log_{\frac{1}{25}}\sqrt{5} = \frac{\lg 5}{4\lg\frac{1}{5}} = \frac{\lg 5}{-4\lg 5} = -\frac{1}{4}$

Tehát $log_{\frac{1}{25}}\sqrt{5} = -\frac{1}{4}$.

3. **Feladat: Oldd meg az egyenlőtlenséget** $log_{0,1}10 < log_{0,1}x$ [5].

Megoldás:

Határozzuk meg az értelmezési tartományt:

$log_{0,1}10 < log_{0,1}x$, x>0

$0 < a < 1$ esetén a $log_a x < log_a b$ kifejezés egyenértékű $x > b$-vel

$10 > x$

Az egyenlőtlenség két oldalát cseréljük fel, és fordítsuk meg a relációs jelet

$x < 10, x > 0$, vagyis a megoldásunk $(0; 10)$.

4. **Feladat: Oldd meg** $log_3 4 \cdot log_4 5 \cdot log_5 7 \cdot log_7 81$[5].

Megoldás:

Módosítsuk a logaritmus alapját a következő összefüggés felhasználásával:

$log_a x = \frac{log_b x}{log_b a}$

Hozzuk közös alapra a logaritmusokat

$log_3 4 \cdot \frac{log_3 5}{log_3 4} \cdot \frac{log_3 7}{log_3 5} \cdot log_{2^3} 3^4$

Egyszerűsítsük a közös tényezővel, ami a $log_3 4$, ebből következik:

$log_3 5 \cdot \frac{log_3 7}{log_3 5} \cdot log_{2^3} 3^4$

Alakítsuk át ezt a kifejezést $log_{2^3}3^4$ a következő tulajdonság alapján $log_{a^y}b^x = \frac{x}{y} \cdot log_a b$

$log_3 5 \cdot \frac{log_3 7}{log_3 5} \cdot \frac{4}{3} log_2 3$

Egyszerűsítsük a következő tényezővel: $log_3 5$, ebből következik:

$log_3 7 \cdot \frac{4}{3} log_2 3$

Használjuk a következő összefüggést a $log_3 7$ kifejezésünkre : $log_a x = \frac{log_b x}{log_b a}$

$\frac{log_2 7}{log_2 3} \cdot \frac{4}{3} \cdot log_2 3$

Egyszerűsítsük a következő tényezővel: $log_2 3$

Tehát a megoldás $log_2 7 \cdot \frac{4}{3}$

$log_2 7 \cdot \frac{4}{3} = \frac{\log 7}{\log 2} \cdot \frac{4}{3} \approx 2,8074 \cdot \frac{4}{3} \approx 3,74$

5. **Feladat: keresd meg a legkisebb egész megoldását az a paraméternek, ha adott a következő egyenlet:** $log_8(x+2) = log_8(2x-a)$ [5].

Megoldás:

Adott az egyenlet: $log_8(x+2) = log_8(2x-a)$.

Mivel mindkét oldal azonos alapú logaritmus, ezért az argumentumok egyenlők lehetnek:

$x + 2 = 2x - a$

$3x = a + 2$

$x = \frac{a+2}{3}$

Ahol a egész, így $a+2$ is egész, és az egyenlet megoldásai is egész számok. A legkisebb ilyen egész a-ra való tekintettel a legkisebb egész megoldás:

$a = 1$

Tehát a legkisebb egész megoldás $a = 1$.

- **A 2008-As ZNO matematika vizsga logarimikus feladatai:**

1. **Feladat: Számítsd ki** $log_a\sqrt{ab}$**, ha** $log_a b = 7$[5].

Megoldás:

Hasnájuk a logaritmus tulajdonságait: $log_a\sqrt{ab} = log_a(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}) = log_a\sqrt{a} + log_a\sqrt{b} = \frac{1}{2}log_a a + \frac{1}{2}log_a b = \frac{1}{2}(1+7) = 4$

Tehát $log_a\sqrt{ab} = 4$

2. **Feladat: Oldd meg az egyenlőtlenséget** $log_{0.5}5 < log_{0.5}x$[5].

Megoldás:

Az egyenlőtlenség megoldásához először meg kell határozni az értelmezési tartományt: $log_{0.5}5 < log_{0.5}x, x > 0$

$0 < a < 1$ esetén $log_a x < log_a b$ kifejezés megegyezik $x > b - vel$

$log_{0.5}5 > log_{0.5}x$

$5 > x$

Az egyenlőtlenségnek cseréljük fel a két oldalát és fordítsuk meg a relációs jelet:

$x < 5, x > 0$

Tehát a megoldás $(0; 5)$

- **A 2009-es ZNO matematika vizsga logarimikus feladatai:**

1. **Feladat: Oldd meg az egyenletet:** $log_6(x-3) + log_6(x-8) = 2$**. Ha az egyenletnek egy gyöke van írja be azt eredményként, ha két gyöke van, akkor adja össze a két gyök értékeit**[5].

Megoldás:

Határozzuk meg az értelmezési tartományt:

$log_6(x-3) + log_6(x-8) = 2, x \in (8; \infty)$

Egyszerűsítjük a kifejezést a következő összefüggés alapján: $log_a x + log_a y = log_6(x \cdot y)$

Bontsuk fel a zárójeleket:

$log_6(x^2 - 8x - 3x + 24) = 2$

Használjuk fel hogy $log_a x$ egyenlő $x = a^b$, ez alapján:

$x^2 - 8x - 3x + 24 = 6^2$

$x^2 - 11x + 24 - 36 = 0$

$x^2 + x - 12x - 12 = 0$

Alakítsuk szorzattá a kifejezést:

$x(x+1) - 12(x+1) = 0$

Emeljük ki az (x+1) kifejezést:

$(x+1)(x-12) = 0$

Ha a tényezők szorzata 0, akkor legalább az egyik tényező nulla

$x + 1 = 0$

$x - 12 = 0$

Ebből következik, hogy:

$x = -1$

$x = 12$

Mivel az értelmezési tartományunk $(8;\infty)$, ezért a megoldásunk 12, mivel a -1 nem tartozik bele.

- **A 2010-es ZNO matematika vizsga 1. feladatsorának logaritmikus feladatai:**

  1. **Feladat: Számítsd ki** $log_3 18 - log_3 2$[5].

     Megoldás:

     $log_3 18 - log_3 2 = log_3 \frac{18}{2} = log_3 9 = 2$

- **A 2010-es ZNO matematika vizsga 2. feladatsorának logaritmikus feladatai:**

  1. **Feladat: Melyik intervellumba fog tartozni** $log_3 x = 2$ **gyöke**[5]?

     (a) $(-4;-1]$

     (b) $(-1;2]$

     (c) $(2;5]$

     (d) $(8;11]$

     Megoldás:

     A $log_3 x = 2$ egyenletet átrendezve kapjuk, hogy $x = 3^2 = 9$. Tehát a gyöke az $x = 9$ érték lesz. Ebből adódóan csak a (8;11] intervallum a megfelelő.

2. **Feladat: Oldd meg** $6^{2log_6 9 - log_6 4}$[5].

Megoldás:

Alakítsuk át a kifejezést az $a^{m+n} = a^n \cdot a^m$ összefüggés alkalmazásával:

$6^{2log_6 9} \cdot 6^{-log_6 4}$

Alkalmazzuk az összefüggést: $xlog_a b = log_a b^x$

$6^{log_6 9^2} \cdot 6^{log_6 4^{-1}}$

Alkalmazzuk az összefüggést: $a^{log_a b} = b$

$9^2 \cdot 4^{-1}$

$81 \cdot \frac{1}{4} = 20,25$ Tehát a megoldásunk 20,25.

- **A 2011-es ZNO matematika vizsga logarimikus feladatai:**

1. **Feladat: Oldd meg** $log_2 \frac{1}{8} + log_5 25$[5].

Megoldás:

Alakítsuk át a számokat olyan hatványalakba, hogy megegyezzenek az alappal:

$log_2 2^{-3} + log_5 5^2$

Ezek után a logaritmust elhagyhatjuk vagyis: $-3 + 2 = -1$

Tehát a megoldásunk -1.

2. **Feladat: Oldd meg az egyenlőtlenséget** $log_{0,5}(x-1) > 2$[5].

Megoldás:

Határozzuk meg az értelmezési tartományt:

$log_{0,5}(x-1) > 2, x > 0$

Ebben az esetben $log_a x > b$ egyenértékű $x < a^b$

$x - 1 < 0,5^2$

$x - 1 < 0,25$

$x < 0,25 + 1$

$x(1; 1,25)$

- **A 2012-es ZNO matematika vizsga 1. feladatsorának logarimikus feladatai:**

  1. **Feladat: Oldd meg** $log_a 500 - log_a 4$**, ha** $log_5 a = \frac{1}{4}$[5].

     Megoldás:

     $log_a 500 - log_a 4 = log_a \frac{500}{4} = log_a 125$

     Azt tudjuk, hogy $log_5 a = \frac{1}{4}$. Ebből $a = 5^{\frac{1}{4}}$.

     $log_a 125 = log_{5^{\frac{1}{4}}} 125 = log_{5^{\frac{1}{4}}} 5^3$

     Egyszerűsítsük a kifejezést a $log_{a^y} a^x = \frac{x}{y}$ aznosság alapján:

     $log_{5^{\frac{1}{4}}} 5^3 = \frac{3}{\frac{1}{4}} = 12.$

- **A 2012-es ZNO matematika vizsga 2. feladatsorának logarimikus feladatai:**

  1. **Feladat: Határozd meg a függvény értelmezési tartományát** $y = log_3(x+9)$[5].

     Megoldás:

     A logaritmus függvény értelmezési tartománya azok az x értékek, amelyekre a logaritmus kifejezés értelmes. A logaritmus alapjára vonatkozóan csak az $x > 0$ esetében van értelmezve, így az $y = \log_3(x+9)$ függvény értelmezési tartománya az $x + 9 > 0$ feltételből adódóan $x > -9$. Tehát a függvény értelmezési tartománya az $(-9, \infty)$ intervallum.

- **A 2013-as ZNO matematika vizsga 1. feladatsorának logarimikus feladatai:**

  1. **Feladat: Oldd meg** $log_5 49 + 2 log_5 \frac{5}{7}$[5].

     Megoldás:

     $log_5 49 + log_5 (\frac{5}{7})^2$

     $log_5 (49 \cdot (\frac{5}{7})^2)$

$log_5(49 \cdot \frac{25}{49})$

$log_5 25 = 2$

- **A 2013-as ZNO matematika vizsga 2. feladatsorának logarimikus feladatai:**

  1. **Feladat: oldd meg** $\frac{lg25}{lg5}$[5].

     Megoldás:

     $\frac{log_{10}5^2}{log_{10}5}$

     $\frac{2log_{10}5}{log_{10}5}$

     A logaritmusokat elhagyhatjuk, így az eredmény 2.

  2. **Feladat: Oldd meg az egyenlőtlenséget** $log_{0,4}x \geq log_{0,4}2$[5].

     Megoldás:

     Határozzuk meg az értelmezési tartományt:

     $log_{0,4}x \geq log_{0,4}2, x > 0$

     $x \leq 2, x > 0$

     Tehát a megoldás $x(0; 2]$

- **A 2014-es ZNO matematika vizsga logarimikus feladatai:**

  1. **Feladat: Oldd meg** $log_{0,4}(5x^2 - 8) = log_{0,4}(-3x)$[5].

     Megoldás:

     $log_{0,4}(5x^2 - 8) = log_{0,4}(-3x)$ akkor és csak akkor igaz, ha

     $5x^2 - 8 = -3x$ és $x < 0$ vagy

     $5x^2 - 8 = \frac{1}{(-3x)}$ és $x > 0$.

     Az első esetben a megoldás $x = -\frac{8}{5}$, ami negatív, így megfelel az előfeltételnek.

A második esetben, ha $x > 0$, akkor $\frac{1}{(-3x)} < 0$, ezért az egyenlet nem lehet igaz.

Tehát az egyenlet megoldása $x = -\frac{8}{5}$, és a megoldás csak akkor létezik, ha $x < 0$.

- **A 2015-ös ZNO matematika vizsga logarimikus feladatai:**

1. **Feladat: Adja meg az intervallumot, amelyhez a** $log_5 4$ **szám tartozik**[5].

   (a) $(0; 1)$

   (b) $(1; 2)$

   (c) $(2; 3)$

   (d) $(3; 4)$

   (e) $(4; 5)$[5].

   Megoldás:

   $5^0 = 1$ és $5^1 = 5$, tehát $0 < \log_5 4 < 1$, mivel a logaritmus függvény szigorúan monoton növekvő.

   Ezt azt jelenti, hogy 4 és 5 közötti számok logaritmusai 1 és 0 között helyezkednek el. Azaz $0 < \log_5 4 < 1$.

2. **Feladat: Oldd meg** $log_5 x^2 + log_5 x = 2$**, ha az egyenletnek egy gyöke van írja be eredményként, ha két gyöke van adja össze a gyökei értékeit**[5].

   Megoldás:

   Határozzuk meg az értelmezési tartományt:

   $log_5 x^2 + log_5 x = 2, x > 0$

   Jeköljük meg $log_5 x = t$-vel.

   $t^2 + t = 2$

   $t = -2, t = 1$

   $log_5 x = -2, log_5 x = 1$

$x_1 = \frac{1}{25}$ és $x_2 = 5$

Vagyis a megoldásunk $0,04 + 5 = 5,04$

- **A 2016-os ZNO matematika vizsga logarimikus feladatai:**

1. **Feladat: Oldd meg** $log_2 5 + log_2 1,6$[5].

Megoldás:

Adjuk össze a logaritmusokat: $log_2 5 + log_2 1,6 = log_2(5 \cdot 1,6) = log_2 8$

Innen a megoldásunk:$log_2 8 = 3$

2. **Feladat: Oldd meg az egyenlőtlenséget** $log_3 x < -1$[5].

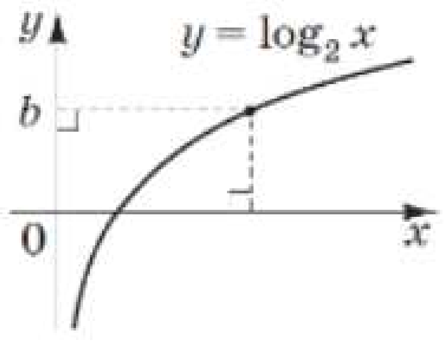
Megoldás:

$3^{log_3 x} < 3^{-1}$

$x < \frac{1}{3}$ Tehát a megoldás $x(0; \frac{1}{3})$

- **A 2017-es ZNO matematika vizsga logarimikus feladatai:**

1. **Feladat: Oldd meg** $log_2 x < b$ **az ábra segítségével**[5].



2. ábra. $y = log_2 x$ függvény[5].

Megoldás:

$log_2x < b$

$2^{log_2x} < 2^b$

$x < 2^b$

Tehát az x értéke kisebb kell legyen, mint 2^b, vagyis az x értelmezési tartománya $(0, 2^b)$.

- **A 2018-as ZNO matematika vizsga logarimikus feladatai:**

  1. **Feladat: Oldd meg** $log_4(x-1) = 3[5]$.

     Megoldás:

     Határozzuk meg az értelmezési tartományt: $log_4(x-1) = 3, x > 1$

     $x - 1 = 4^3$

     $x - 1 = 64$

     $x = 65.$

  2. **Feladat: Oldd meg** $log_3 45 + log_3 900 - log_3 500[5]$.

     Megoldás:

     $log_3(\frac{45 \cdot 900}{500})$

     $log_3(\frac{9 \cdot 900}{100})$

     $log_3 9 \cdot 9$

     $log_3 81$

     $log_3 3^4 = 4$

     Tehát a megoldásunk 4.

  3. **Feladat: Oldd meg** $\frac{log_a x}{x^2+(a-4)x+4-2a} \leq 0[5]$.

     Megoldás:

     Oldjuk meg a nevezőben található másodfokú egyenletet:

     $x^2 + (a-4)x + 4 - 2a = 0$

     $D = (a-4)^2 - 4(4-2a) = a^2 - 8a + 16 - 16 + 8a = a^2$

     $x_1 = \frac{-a+4+a}{2} = 2$

$x_2 = \frac{-a+4-a}{2} = \frac{4-2a}{2} = 2 - a$

$x > 0$

$x \neq 2$

$x \neq 2 - a$

I. eset

$2 - a > 0$

$-a > 0, a < 0$ Ha $a < 0$, akkor az egyenletnek nincs megoldása

II.eset

$2 - a = 2, a = 0$, az egyenletnek nincs megoldása

III.eset

$1 < 2 - a < 2,$

$-1 < -a < 1$ $x \subseteq [1; 2 - a) \cup (2; \infty)$

IV. eset

$2 - a = 1, -a = -1, a = 1$

V. eset

$0 < 2 - a < 1, 1 < a < 2$

$x \subseteq (0; 2 - a) \cup [1; 2)$

VI. eset

$2 - a = 0, a = 2$

$x \subseteq [1; 2)$

VII. eset

$2 - a < 0, a > 2$

$x \subseteq [1; 2)$

Felelet:

$a \subseteq (0; 1), x \subseteq [1; 2 - a) \cup (2; \infty)$

$a \subseteq (1; 2), x \subseteq (0; 2 - a) \cup [1; 2)$

$a \subseteq [2; \infty) x \subseteq [1; 2)$[5].

- **A 2019-es ZNO matematika vizsga logarimikus feladatai:**

1. **Feladat: Melyik intervallumba fog tartozni a** $log_2\frac{1}{3}$[5].

   (a) $(-\infty; -3)$

   (b) $(-3; -1)$

   (c) $(-1; 1)$

   (d) $(1; 3)$

   (e) $(3; \infty)$[5].

Megoldás:

Az $f(x) = log_2\frac{1}{3}$ függvény értékei a 2^x függvény értékeivel egyeznek meg, amikor a $2^x = \frac{1}{3}$ egyenletet oldjuk meg.

Ez az egyenlet a következőképpen írható fel:

$2^x = \frac{1}{3} \rightleftharpoons x = log_2\frac{1}{3}$

A függvény értéke tehát pontosan akkor x-ben, ha $2^x = \frac{1}{3}$.

A következőket tudjuk:

$2^{-3} = \frac{1}{8} < \frac{1}{3}$

$2^{-2} = \frac{1}{4} < \frac{1}{3}$

$2^{-1} = \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

Ez azt jelenti, hogy a $2^x = \frac{1}{3}$ egyenletnek két megoldása van, egy negatív és egy pozitív. Az első két egyenlőtlenség miatt a negatív megoldások intervalluma $(-\infty, -1)$, a harmadik egyenlőtlenség miatt pedig a pozitív megoldások intervalluma $(1, \infty)$ lesz.

Mivel a $f(x) = \log_2 \frac{1}{3}$ függvény értékei a 2^x függvény értékeivel egyeznek meg, ezért $f(x) < 0$ minden x-re a negatív megoldások intervallumában, és $f(x) > 0$ minden x-re a pozitív megoldások intervallumában.

Ezért a helyes válasz a (2) $(-3, -1)$ intervallum.

- **A 2020-as ZNO matematika vizsga logarimikus feladatai:**

1. **Feladat: Melyik intervallumba fog tartozni a** $log_{64}x = \frac{1}{2}$[5].

   (a) $(-\infty; 0]$

(b) $(0;1]$

(c) $(-1;6]$

(d) $(6;32)$

(e) $[32;\infty)$[5].

Megoldás:

$log_{64}x = \frac{1}{2} \rightarrow 64^{\frac{1}{2}} = x \rightarrow 8 = x$

Mivel $x = 8 > 6$, így az eredményünk a negyedik válasz opció, azaz $(6;32)$ intervallum lesz.

Tehát a helyes válasz: $(6;32)$.

- **A 2021-es ZNO matematika vizsga logarimikus feladatai:**

1. **Feladat: Melyik intervallumba fog tartozni a** $log_{0,9}3x > 2$[5].

(a) $(-\infty;0,27)$

(b) $(-\infty;0,6)$

(c) $(0,27;\infty)$

(d) $(0,6;\infty)$

(e) $(0;0,27)$[5].

Megoldás:

$log_{0,9}3x > 2$, $x > 0$

Az egyenlőtlenséget írjuk át: $3x < 0,9^2$

$3x < 0,81$

$x < 0,27$

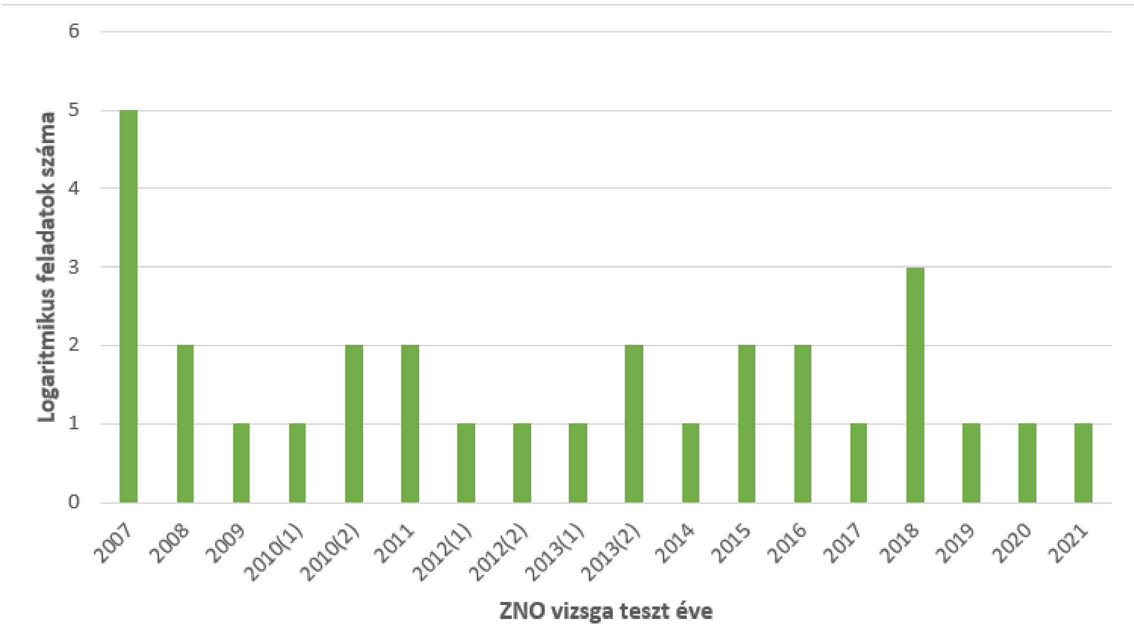
Tehát a helyes megoldás a $(0;0,27)$

3.1.1. A logaritmikus feladatok számának változása a matematika érettségi feladataiban

A matematika érettségi (ZNO) feladatokban, minden éven szerepelt logaritmikus feladat. Az évek során a ZNO feladatokban megjelenő logaritmikus feladatok száma változó, ezért érdemes megvizsgálni ezeket a változásokat. Az ilyen vizsgálatok során, egyaránt érdekelheti az érettségire készülő diákokat valamint a felkeszítő matematika tanárokat, hogy milyen számban jelenik meg az érettségiben a logaritmus témakör. Ezeknek a számoknak a változásának az ábrázolása segítheti a diákokat és tanárokat egyaránt, hogy felkészültebbek lehessenek a logaritmus témakör szerepével az érettségi feladatokban.

ZNO vizsga teszt éve	Logaritmikus feladatok száma
2007	5
2008	2
2009	1
2010(1)	1
2010(2)	2
2011	2
2012(1)	1
2012(2)	1
2013(1)	1
2013(2)	2
2014	1
2015	2
2016	2
2017	1
2018	3
2019	1
2020	1
2021	1

1. táblázat. Logaritmikus feladatok száma az évek során a ZNO vizsgákon

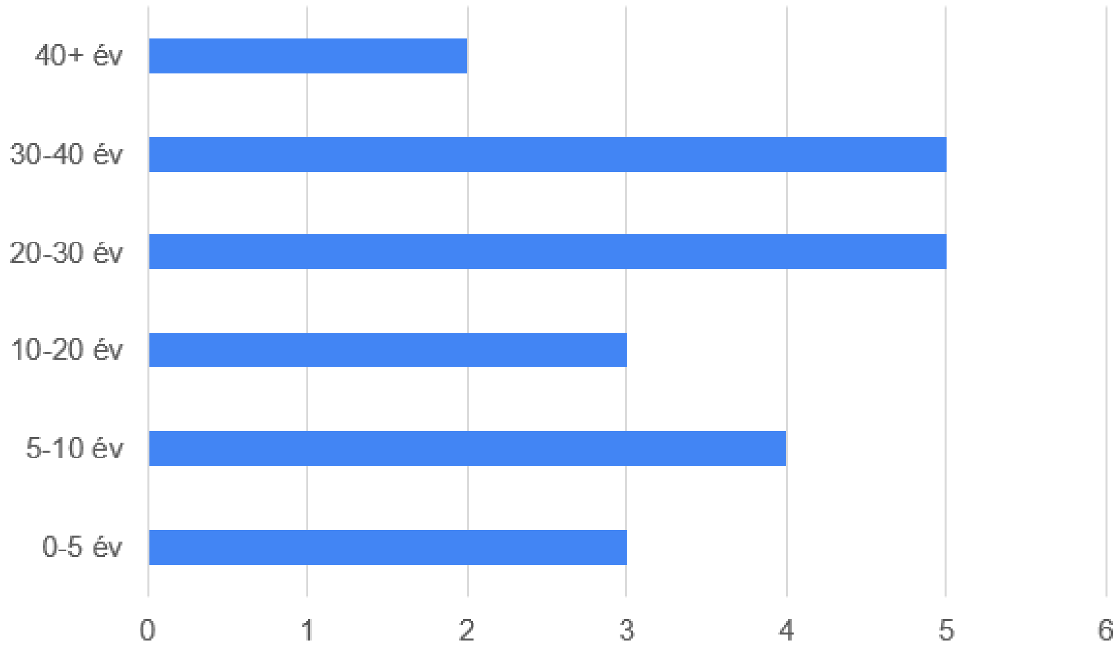


3. ábra. Logaritmikus feladatok gyakorisága a ZNO-n

3.2. A 11. osztályos matematika tankönyvekben szereplő logaritmikus feladatok mennyiségének és minőségének vizsgálata

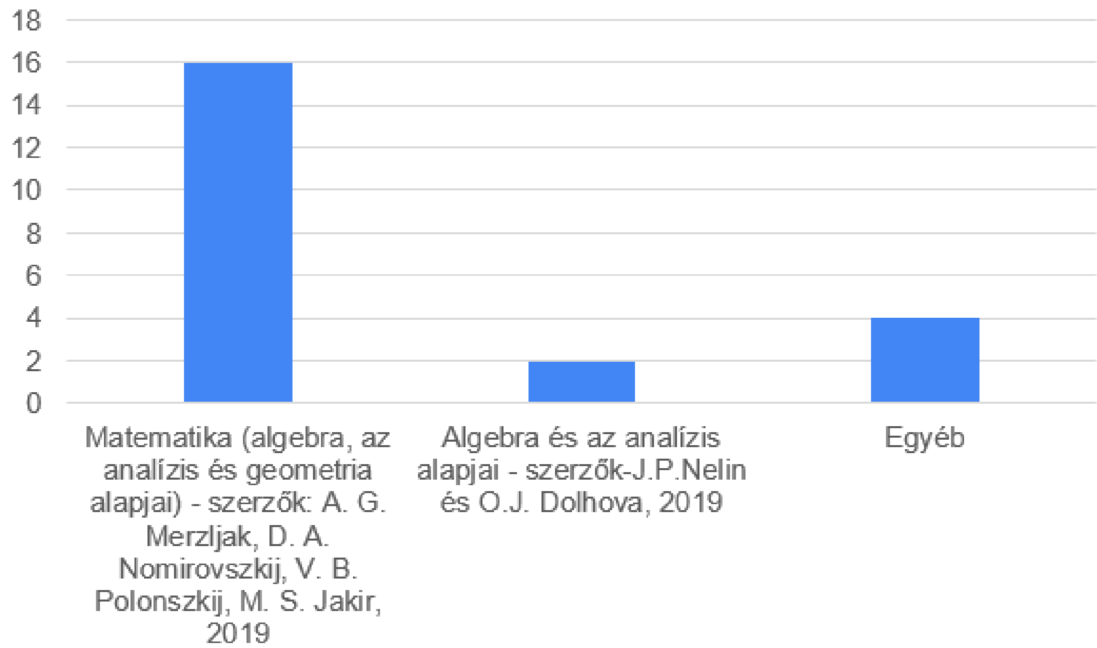
A kutatásom célja az volt, hogy olyan matematika tanárok körében vizsgálódjak, akik már tanítottak 11. osztályban logaritmus témakört és feltérképezzem a tanárok tankönyv- és egyéb segédanyag-használati szokásait, valamint rávilágítsak az online platformok oktatásban való szerepére. A kutatásomat Google űrlap segítségével kiviteleztem. A továbbiakban részletesen kifejtem a kutatásom eredményeit:

- Az általam készített űrlapot 22 matematika tanár töltötte ki. A tanárok különböző tapasztalattal rendelkeznek, melyeket intervallumokra bontva az alábbi diagramon szemléltetem:



4. ábra. Oktatók tapasztalata években mérve

- Az űrlap kérdései között szerepelt, hogy az oktatók, milyen tankönyvet használnak. Válaszlehetősgéként szerepelt: "Matematika (algebra, az analízis és geometria alapjai) - szerzők: A. G. Merzljak, D. A. Nomirovszkij, V. B. Polonszkij, M. S. Jakir, 2019" alapszintű tankönyv és "Algebra és az analízis alapjai - szerzők-J.P.Nelin és O.J. Dolhova, 2019" profil szintű tankönyv, további lehetőségként szerepelt egy "egyéb" kategória, ahova az oktatók egyénileg írhatták be, milyen tankönyvet használnak. Az alább diagrammon láthatóvá válik az-által, hogy milyen tankönyvet használnak az is, hogy milyen szinten oktatják a matematikát:



5. ábra. Tankönyv használat az oktatók körében

A digrammból egyértelműen látszik, hogy az oktatók által választott tankönyvek közül a "Matematika (algebra, az analízis és geometria alapjai) - szerzők: A. G. Merzljak, D. A. Nomirovszkij, V. B. Polonszkij, M. S. Jakir, 2019" alapszintű tankönyvet használják a legtöbben. Profil szintű tankönyvet 2 oktató használ és az "egyéb" válaszok között volt, aki semmit nem jelölt, ez arra enged következtetni, hogy az oktató különböző feladatgyűjteményeket vagy más matematikai szakirodalmat használ az oktatás során. Szintén az "egyéb" kategóriában többnyire A. G. Merzljak és (vagy) V. H. Bevz által írt tankönyvet használnak.

- A következő kérdéseim, pedig azzal kapcsolatosak voltak, hogy mennyire elégedettek az oktatók az általuk használt tankönyvekkel.

6. ábra. Elégedettség az oktatók körében

- Tankönyv nyelvezet:

  Jól látható, hogy az oktatók többsége elégedett a tankönyv nyelvezetével. Néhány oktató nem elégedett, azonban nem indokolták meg az okát. Az egyéb kategóriában pedig a következő válaszok érkeztek :

  * "Akad benne 1-2 elírás, főleg a feladatok szövegében fordítási hiba"
  * "ukrán tankönyv, de jól fordítható"
  * "igen, de van néhány elírás"
  * "Nem minden esetben fogalmaz egyértelműen, általában az elméletet nem könyvből adom, mert nehézkes a megfogalmazás."

Az adatok alapján azt lehet feltételezni, hogy az adott tankönyvekben előfordulhatnak elírások és fordítási hibák. Azonban a könyv általában jól érthető és könnyen fordítható, kivéve néhány esetet. A feladatok szövegei lehetnek nehezen érthetők, és az elméleti részben is lehetnek nehezen megfogalmazott részek. Azonban összesítve a 22 oktató közül a többség elégedett a nyelvezettel.

- Az illusztrációk és grafikonok minősége:

  Egyértelműen látható, hogy az illusztrációk és grafikonok igazán jók és az oktatók közül szinte minenki elégedett vele. Egyetlen egyébet válaszoló oktató volt, azonban nem érkezett indoklás.

- Feladatok minősége:

  Látható, hogy az oktatók nagy része elégedett a feladatok minőségével. Négy oktató nem elégedett és négy oktató választotta az "egyéb" kategóriát. Az "egyéb" kategóriába érkezett válaszok a következők:

  * "Nem minden témakörnél."
  * "Nehezebb feladatokat is tartalmazhatna."
  * "Nagyjából, gyakran használok kisegítő irodalmat"

Az oktatók által említett kritikák mellett az is kiemelhető, hogy általában elégedettek a tankönyvvel. Az oktatók egy része úgy véli, hogy a tankönyv tartalmazhatna nehezebb feladatokat, valamint néhány témakörnél hiányolják az összefoglalóbb magyarázatot. Ugyanakkor más oktatók elégedettek a tankönyvvel, és nagyjából úgy vélik, hogy a tankönyv jól használható a matematika oktatásához. Továbbá, azt is fontos kiemelni, hogy az oktatók által említett elírások és fordítási hibák nem befolyásolják jelentősen a tananyag értelmezését

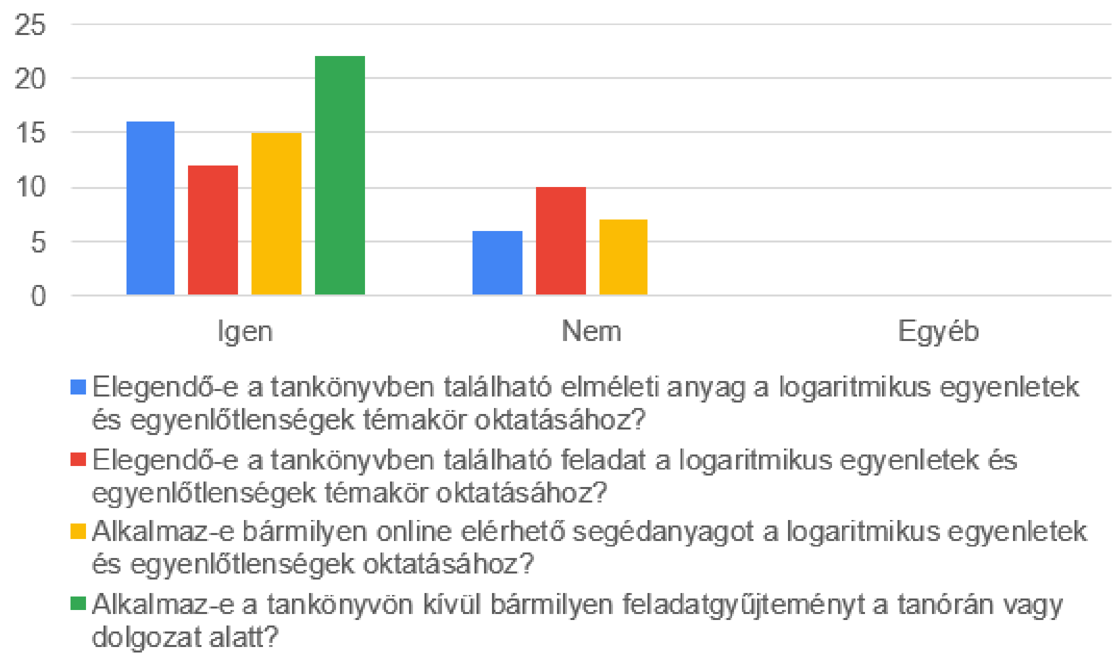
- Témák bemutatása és elrendezése:

  Hasonlóan itt is az oktatók nagy része elégedett a tankönyvben a témák bemutatásával és elrendezésével, négy oktató nem elégedett azonban indoklást nem írtak és négy válasz érkezett az "egyéb" kategóriába, a válaszok a következők:

  * "Nem minden témakörnél."
  * "Témája válogatja"
  * "Részben igen, de változtatnák a sorrendben és lehetne benne több feladat"

Az oktatók nagy része elégedett a tankönyvvel, de vannak olyan témakörök, ahol nem mindenki találja teljesen megfelelőnek, és vannak javaslataik a tartalom bővítésére és átszervezésére is.

- A következő kérdeseim, azzal kapcsolatosak, hogy a felmérésben résztvevő oktatók szerint elegendőek-e a tankönyvben található tananyagok, valamint használnak-e egyéb kisegítő irodalmat vagy online platformot a témakör oktatásához.



7. ábra. A tankönyvben szereplő anyag mennyisgének értékelése az oktatók körében

  - A tankönyvben található elméleti anyag:

    Az oktatók nagy része szerint az elméleti anyag elegendő a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek témakör oktatásához. Néhány oktató úgy véli, hogy nem elegndő, azonban nem érkezett indoklás hozzá.

  - A tankönyvben található gyakorlati anyag:

    A gyakorlati anyagra vonatkozóan a tanárok véleménye szerint majdnem fele-fele arányban érkeztek a válaszok. 12 tanár szerint elegendő, 10 tanár szerint nem elegendő a feladatok mennyisége a tankönyvekben.

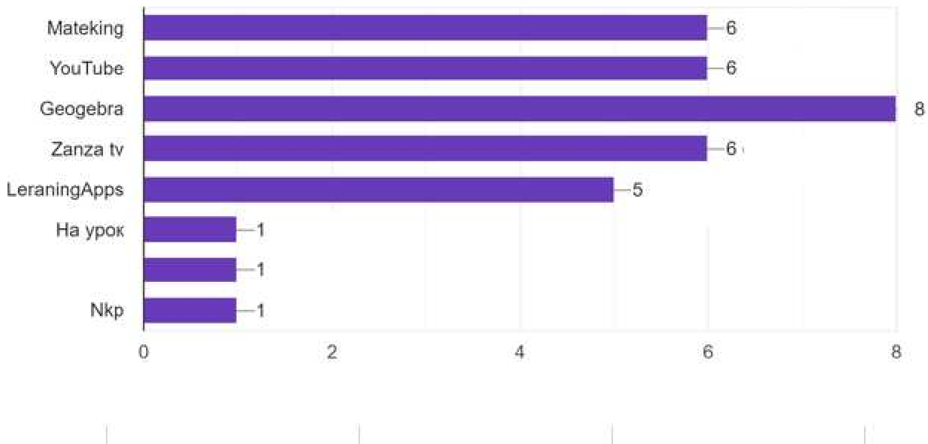
  - Online platformok használata az oktatáshoz az űrlapot kitöltő tanárok körében

    Az oktatók nagy része használ online platformokat az oktatáshoz, azonban sok tanár nem.

  - Egyéb feladatgyűjtemények alkalmazása

A beérkezett válaszok alapján az űrlapot kitöltő oktatók között mindenki használ valamilyen egyéb feladatgyűjteményt akár a tanóran vagy a dolgozat alatt.

- Amennyiben az űrlapot kitöltő oktatók az online platformok használatánál "igen" választ adtak, lehetőségük volt választani néhány matematikai oktató oldal közül, hogy melyiket használják, vagy "egyéb" kategóriában saját válaszként kitölthették, ha más platformon dolgoznak.



8. ábra. Online platormok, mint kiegészítő anyag az oktatáshoz

Jól látható, hogy az oktatók nagy része a "Geogebra" geometriai és algebrai oktatóprogramot használják. Ezt követi a "Mateking", "Youtube", és "Zanza tv".

- Végül az oktatók személyes véleményét kérdeztem arról, hogy szerintük hogyan lehetne segíteni a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek témakör oktatását:
  A következő válaszok érkeztek:
  - "Legyen több mintafeladat."
  - "Számegyenesen való ábrázolás kötelezővé tétele,ez által minden jobban látható."
  - "a tantervben ezen a helyen kellene időt szánni a "kamatos kamat" feladattípusra, hisz ott használjuk a gyakorlatban a logaritmust, kellene közös óra a kémikusokkal és fizikusokkal a PH érték számítására/magfizikai

feladat megoldására, ... szóval gyakorlati alkalmazásra szánt idő, a logarléc működési elvére is jó lenne időt szánni, a különböző alapú logaritmusok kiszámítása zsebszámológéppel, amin csak 10-es vagy e-alapú logaritmus van...."

- "Nincs!Az órák száma elegendő az alapszintű logaritmusos egyenletek és egyenlőtlensègek megoldásának elsajátítására feltételezve, hogy az elsőfokú és másodfokú egyenleteket és egyenlőtlenségeket már kifogástalanul tudják oldani a tanulók!"
- "A módszerek ismerete nem pótolja a tulajdonságok ismeretének a hiányát.
- Segítene ha külön tankönyv és küllön példatár lenne,nemcsak ebben a témakörben"
- "Kevés a begyakorló óra"
- "Több szöveges feladat, alkalmazási területek megemlítése"

Az oktatók általában elégedettek a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek témakör oktatásával, azonban néhány javaslatuk van a tanítás módszereinek és a tananyag további fejlesztésére. Az ötletek között szerepel több mintafeladat biztosítása, számegyenesen való ábrázolás kötelezővé tétele, a gyakorlati alkalmazások kiemelése, külön tankönyv és példatár biztosítása, több begyakorló óra, valamint szöveges feladatok és alkalmazási területek megemlítése. Több oktató is hangsúlyozta, hogy fontos a logaritmusok tulajdonságainak ismerete, és hogy a módszerek ismerete nem pótolja ezt a hiányt. Összességében a javaslatok arra utalnak, hogy a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek témakör oktatása továbbfejleszthető lenne a tanulók számára hatékonyabb és érthetőbb tanulási tapasztalat biztosítása érdekében.

3.2.1. Következetetés

A matematika tankönyvek vizsgálata során a tapasztalt matematika tanárok általánosságban pozitívan nyilatkoztak a tankönyvek minőségéről. Azonban, a kutatás eredményei arra utalnak, hogy a tananyag bővítése, különösen a nehezebb feladatok beépítése, nagyobb kihívások elé állíthatná a diákokat, és segíthetné őket a matematikai problémák megoldásában.

A tanárok véleménye szerint a logaritmus témakörének oktatása különösen hasznos lehetne a való életbeli példák és gyakorlatok beépítése révén. A valódi életből vett példák segíthetnének a diákoknak megérteni a logaritmikus függvények és egyenletek használatát a mindennapi életben.

Annak ellenére, hogy a tanárok által általánosságban elégedettek voltak a tankönyvek minőségével, a kutatás eredményei azt mutatják, hogy a tananyag mennyisége még kifogásolható. A további példák és gyakorlatok beépítése, amelyek segítenek a diákoknak megérteni a matematikai fogalmakat és azok alkalmazását a való életben, javítanák az anyag minőségét. Az általam végzett kutatás során az is kiderült, hogy a tanárok nagy része már használ online platformokat az oktatás során. Ez is rámutat arra, hogy az oktatás digitalizációja elengedhetetlen a modern korban. A tanárok által javasolt bővítési lehetőségek között is szerepeltek olyan ötletek, amelyek az online oktatás lehetőségeit hasznosítanák. Az online tanulási platformok és a digitális tananyagok használata lehetővé teszi, hogy a tananyag könnyebben és interaktív módon legyen elérhető a diákok számára. Ezáltal a tanulás izgalmasabbá, érdekesebbé válik, és segít abban, hogy a diákok jobban megértsék a tananyagot. A tanárok véleménye alapján tehát az online oktatási platformok használata kulcsfontosságú a hatékony és eredményes oktatásban.

Összességében tehát elmondható, hogy bár a matematika tankönyvek jelenlegi színvonala és minősége megfelelő, a tananyag bővítése még nagyobb előrelépést jelenthetne a diákok matematikai felkészültsége szempontjából, különösen az érettségi vizsgára való felkészülés szempontjából.

Резюме

Структура та особливості державного стандарту навчального плану з математики в Україні детально розкрилися передо мною під час написання дипломної роботи. План передбачає навчання на трьох різних рівнях, що відповідає середньошкільній освіті. Досліджені підручники з математики для середньої школи мають відповідний рівень та легко користуються як студенти, так і викладачі.

Проте викладання теми логарифмічних рівнянь та нерівностей може становити виклик для вчителів, оскільки потребує додаткового розвитку навчального матеріалу, який міститься в теперішніх підручниках. Беручи до уваги важливість та складність цієї теми, вчителям необхідно забезпечити додатковий розвиток навчального матеріалу, щоб забезпечити більш ефективне та всебічне навчання для студентів.

Упродовж років логарифми регулярно з'являються серед тем ЗНО з математики, що підкреслює важливість цієї теми в освіті. Тому адекватна роль логарифмів у навчальних програмах та підручниках є невід'ємною складовою математичної освіти студентів та їх успішності.

Mellékletek

Első melléklet

Algebra, geometria és elemi analízis tematikus tervének naptári tervezése (standard szint)

Algebra és az analízis alapjai (standard szint), 11 osztály

(*105 óra, 3 óra egy héten*)

№ óra	Dátum	Az óra témája	Megjegyzések
		I.félév	
		Téma 1. Ismétlés a 10. osztályban tanultakból (12 óra)	
1		A hatványfüggvény	
2		A hatványfüggvények tulajdonságai	
3		Hatványfüggvény értékének kiszámítása	
4		Az értelmezési tartomány	
5		Alapvető trigonometriai képletek	
6		Trigonometriai képletek	
7 8		Trigonometriai egyenletek Trigonometriai egyenletek megoldása	
9		Derivált	
10		Deriváltak kiszámítására vonatkozó formulák és szabályok	
11		A derivált alkalmazása	
12		A 10. osztályban tanultak ellenőrzése (ellenőrző kérdéssor, No. 1)	
		Téma 2. Hatvány- és logaritmikus függvények (25 óra)	
13		Hatványkitevős feladatok megoldása	
14		Hatványfüggvény, tulajdonságai és grafikonja	
15		Hatványkitevős egyenletek	
16		Különböző típusú hatványkitevős egyenletek	
17		Hatványkitevős egyenlőtlenségek	
18		Különböző típusú hatványkitevős egyenlőtlenségek	
19		Ismeretek általánosítása és rendszerezése, felkészülés a dolgozatra	
20		Hatványkitevős egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása	
21		A logaritmus fogalma, alapvető logaritmikus azonosság	
22		Logaritmusok és tulajdonságaik	

23		Logaritmikus kifejezések átalakítása	
24		Önálló munka 1.	
25		Ismeretek általánosítása és rendszerezése, felkészülés a dolgozatra	
26		Tematikus dolgozat 2	
27		Logaritmikus függvény, tulajdonságai és grafikonja	
28		Logaritmikus egyenletek	
29		Logaritmikus egyenletek. Önálló munka 2.	
30		Logaritmikus egyenlőtlenségek	
31		Különböző típusú logaritmikus egyenlőtlenségek	
32		Hatványkitevős és logaritmikus egyenletrendszerek és egyenlőtlenségek	
33		Hatványkitevős és logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek paraméterrel. Paraméteres logaritmikus és hatványkitevős egyenletrendszerek	
34		Hatvány, logaritmus és gyökfüggvények deriváltja	
35		Hatvány, logaritmus és gyökfüggvények deriváltja. Önálló munka 3.	
36		Ismeretek általánosítása és rendszerezése, felkészülés a dolgozatra	
37		Tematikus dolgozat 3	
		Téma: Az integrál és alkalmazása (18 óra)	
38		Primitív függvény és tulajdonságai	
39		Primitív függvénytáblázat. Fő tulajdonságai	
40		Primitív függvénytáblázat. Primitív függvények megtalálásának szabályai	
41		Primitív függvények keresése különböző feltételek alapján	
42		Határozatlan integrál és tulajdonságai	
43		Határozott integrál, annak fizikai és geometriai értelmezése	
44		Newton-Leibniz formula	
45		Határozott integrál, annak fizikai és geometriai értelmezése. 4. számú önálló munka	
46		Ismeretek általánosítása és rendszerezése. Felkészülés az ellenőrző dolgozatra	
47		Tematikus ellenőrző dolgozat №4	
48		Az ellenőrző munka elemzése. Határozott integrálok számítása	
49		Határozott integrálok számítása	
		II.félév	
50		Számítások síkbeli alakzatok területének meghatározására	
51		Számítások síkbeli alakzatok területének meghatározására és más integrál alkalmazásokra	
52		Az integrál alkalmazása	
53		Számítások síkbeli alakzatok területének meghatározására és más integrál alkalmazásokra. Önálló munka №5	
54		Összefoglalás és rendszerezés. Felkészülés az ellenőrző dolgozatra	
55		№5 Ellenőrző dolgozat	

		Kombinatorika, valószínűségszámítás és matematikai statisztika elemei - Téma 4. (10 óra)	
56		Elemek a kombinatorikában.	
57		Kombinatorikai szorzás- és összeadási szabályok.	
58		Elemek a kombinatorikában. Elhelyezés, permutációk, kombinációk.	
59		Feladatok megoldása.	
60		Véletlenszerű események.	
61		Esemény valószínűsége. Esemény kiszámítása képletekkel.	
62		Választott jellemzők: mintavételi tartomány, módusz, medián, átlag.	
63		Véletlen kísérlet és véletlenszerű események. Önálló munka 6.	
64		Ismeretek összefoglalása és rendszerezése. Felkészülés a dolgozatra	
65		Elenőrző dolgozat №6	
		Téma 5. Ismétlés. Számok és kifejezések, műveletek algebrai kifejezésekkel, algebrai egyenletek és egyenlőtlenségek (13 óra)	
66		Az osztás tulajdonságai	
67		Rövidített szorzás képletek	
68		Egyváltozós egyenletek megoldási módszerei	
69		A kvadratikus polinom	
70		Törtracionális egyenletek és egyenlőtlenségek, valamint egyenletrendszerek	
71		Abszolútérték, egyenletek és egyenlőtlenségek abszolútértékkel	
72		Kifejezések hatványokkal történő átalakítása	
73		Irracionális kifejezések és átalakításuk	
74		Irracionális egyenletek, egyenlőtlenségek és rendszerek	
75		Egyváltozós egyenlőtlenségek megoldási módszerei. Önálló munka №7.	
76		Ismeretek áttekintése és rendszerezése.	
77		Felkészülés a dolgozatra	
78		Ellenőrző dolgozat №7.	
		Téma 6. Százalékok, szöveges feladatok, sorozatok (8 óra)	
79		Százalékok. Százalékos számítások. Feladatok megoldása	
80		Feladatok nagyságok összehasonlítására	
81		Feladatok mozgásra vonatkozóan	
82		Feladatok közös munkára vonatkozóan	
83		Függvények, grafikonok és tulajdonságaik	
84		Grafikonok átalakítása	
85		Aritmetikai sorozat	
86		Geometriai sorozat	
		Téma 7. Hatvány-, logaritmus- és trigonometrikus egyenletek és egyenlőtlenségek (9 óra)	
87		Trigonometriai egyenletek	

88		Különböző típusú trigonometriai egyenletek	
89		Trigonometriai egyenlőtlenségek	
90		Trigonometriai egyenletrendszer és egyenlőtlenségi rendszer	
91		Hatványkitevős egyenletek	
92		Hatványkitevős egyenletek és egyenlőtlenségek	
93		Logaritmikus egyenletek	
94		Logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek	
95		№8 Ellenőrző dolgozat	
		Téma 8. Differenciál- és integrálszámítás, valószínűségelmélet alapjai (10 óra)	
96		Függvény deriváltja és alkalmazása	
97		Primitív függvény és határozott integrál	
98		Kombinatorika elemei, a valószínűségelmélet és az elemi statisztika alapjai	
99		Ismeretek összefoglalása és rendszerezése. Felkészülés a ZNO tesztre	
100		ZNO teszt 1	
101		ZNO teszt 2	
102		ZNO teszt 3	
103		ZNO teszt 4	
104		№9 Ellenőrző dolgozat	
105		Összefoglaló tanóra	
106		Összefoglaló az évi tananyagról[3].	

Második melléklet

Óravázlat

Dátum:

Osztály: 11

Téma: Logaritmusos egyenletek

Тема: Логарифмічні рівняння

Oktatási cél: a logaritmusok alapvető tulajdonságainak elsajátítása, valamint egyszerű és összetettebb logaritmusos egyenleteket megoldása.

Nevelési cél: problémamegoldó és matematikai gondolkodás fejlesztése, valamint az absztrakt fogalmak jelentősége és a matematika életbeli alkalmazásának elsajátítása.

Képzési cél: a logaritmusok megértése és alkalmazása fejleszti az analitikus gondolkodást, a probléma megoldó készségeket és a matematikai számítási képességeket.

Az óra típusa: Új anyag átadó

Eszközök: Szemléltető, tankönyv „Г.П.Бевз, В.Г.Бевз".

Az óra fő részei	**Az óra menete**	**Idő**	**Megjegyzés**
Szervezés	Köszönés, napos jelentése, keltezés, téma ismertetése	3 perc	
Motiváció Aktualizálás	Miért hasznos a logaritmus és hogyan tudjuk alkalmazni? • A logaritmusok egy fontos matematikai fogalom, amelyet számos területen alkalmaznak, például természettudományokban, mérnöki és gazdasági területeken, valamint az informatikában • Az óra során olyan készségeket sajátíthattok el, amelyek hasznosak lehetnek a valós életben, például adatok elemzésében, pénzügyekben és tudományos kutatásokban a későbbiekben.	2 perc	
Az új anyag átadása	Az egyenletet logaritmusosnak nevezzük, ha a változó csak a logaritmus alatt áll. A logaritmusos egyenletek megoldásakor a logaritmus fogalmát, azonosságait és a függvény tulajdonságait alkalmazzuk. Egyenlet megoldásakor első dolgunk meghatározni az értelmezési tartományát, a változó megengedett értékeit vagy ellenőrizni a kapott érték gyökei-e az egyenletnek. A logaritmusos egyenletek megoldására nincs általános módszer.	20 perc	

1. A logaritmus meghatározása szerint:

$\log_2 x = 2; x\epsilon(0;\infty); R_+$
$x = 2^2$
$x = 4$

$x^2 - 4x + 12 = 0$

$D = 16 - 4 * 1 * 12 = -32 < 0$

$D(x) = R$

$\log_2(x^2 - 4x + 12) = 3$
$x^2 - 4x + 12 = 2^3$
$x^2 - 4x + 4 = 0$
$(x - 2)^2 = 0$
$x - 2 = 0$
$x = 2$

2. Logaritmus azonosságai és tulajdonságai szerint:

$lgx + lg4 = 2, \quad 2 = lg100$
$lg4x = lg100$

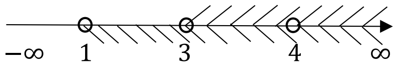
Elhagyhatjuk az alapot és megoldjuk:

$\frac{4x}{4} = \frac{100}{4}$
$x = 25$

3. $\log_2(x + 3) + \log_2(x - 1) = 3 + \log_2(x - 4),$
$3 = \log_2 8$

$$\begin{cases} x - 3 > 0, & x > 3 \\ x - 1 > 0, & x > 1 \\ x - 4 > 0, & x > 4 \end{cases}$$

$$D(x) = (4, \infty)$$



$\log_2(x - 3)(x - 1) = \log_2 8(x - 4)$
$(x - 3)(x - 1) = 8(x - 4)$
$x^2 - x - 3x + 3 = 8x - 32$
$x^2 - 12x + 35 = 0$
$x_1 = 5, \quad x_2 = 7$

Harmadik melléklet

Óravázlat

Dátum:

Osztály: 11

Téma: Logaritmusos egyenletek megoldása

Тема: розв'язування логарифмічних рівнянь

Oktatási cél: A diákok fejlesztethetik az algebrai készségeiket a logaritmusos egyenletek megoldása révén, ami elősegíti az általános matematikai kompetenciák javítását.

Nevelési cél: Az óra során a diákok megismerkedhetnek a matematika gyakorlati alkalmazásaival és ezáltal fejleszthetik az életben való helyes döntéshozói készségeiket.

Képzési cél: A logaritmusos egyenletek megoldása begyakorlása révén a diákok javíthatják a matematikai problémamegoldó képességüket

Az óra típusa: Begyakorló

Eszközök: Szemléltető, tankönyv „Г.П.Бевз, В.Г.Бевз".

Az óra fő részei	**Az óra menete**	**Idő**	**Megjegyzés**
Szervezés	Köszönés, napos jelentése, keltezés, téma ismertetésen	3 perc	
Motiváció Aktualizálás	$Adott\ az\ alábbi\ egyenlet$: $log(x-1)\ +\ log(x+1)\ =\ log(x^2-1)$ $Melyik$ állítás $igaz\ az\ egyenlet\ megoldására$? $A)\ x>1$ $B)\ x>0$ $C)\ x<1$ $E)\ Az\ egyenletnek\ nincs\ megoldása.$ (A válasz: A) x>1)	2 perc	

<table>
<tr><td>Az új anyag átadása</td><td>-</td><td>perc</td><td></td></tr>
<tr><td>Begyakor-lás</td><td>

№172

a) $log_{\frac{1}{3}}(1-2x)=-2;$

$1-2x=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2};$ $\quad\quad\left(\frac{1}{3}\right)^{0-2}=\frac{1}{\frac{1}{3^2}}$

$1-2x=3^2;$

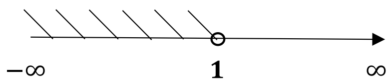
$1-2x=9;$

$-2x=9-1;$

$-2x=8\ /:(-2);$

$x=-4\ \epsilon\ D(x)$

$\begin{cases}1-2x>0\\ x>2-1\\ x<1\end{cases}$ $\quad\quad D(x)=(-\infty;1)$



b) $log_{16}(x^2-3x)=0{,}5;$

$x^2-3x=16^{\frac{1}{2}};$

$x^2-3x=\sqrt{16};$

$x^2-3x=4;$

$x^2-3x-4=0;$

$x_1=-1\ \epsilon\ D(x)$

$x_2=4\ \ \epsilon\ D(x)$

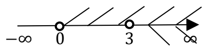
$x^2-3x>0$

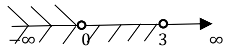
$x(x-3)>0$

$\begin{cases}x>0\\ x-3>0\end{cases}$ vagy $\begin{cases}x<0\\ x-3<0\end{cases}$

$\begin{cases}x>0\\ x>3\end{cases}$ vagy $\begin{cases}x<0\\ x<3\end{cases}$

</td><td>35 perc</td><td></td></tr>
</table>





$D(x) = (3;\infty) \cup (-\infty;3)$

№176

$\boldsymbol{a}) \log_{12}(x-3) + \log_{12}(x-2) = 1;$

$\log_{12}(x-3)(x-2) = 1;$

$\log_{12}(x^2+5x+6) = 1;$

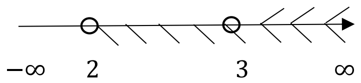
$x^2 - 5x + 6 = 12;$

$x^2 - 5x - 6 = 0;$

$x_1 = 6 \epsilon D(x)$

$x_2 = -1 \notin D(x)$

$\begin{cases} x-3>0 \\ x-2>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x>3 \\ x>2 \end{cases}$



$\boldsymbol{b}) 1 + log_5(2x-1) = log_5(7x+4);$

$1 = log_5 5$

$log_5 5 + log_5(2x-1) = log_5(7x+4);$

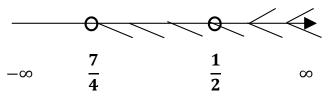
$log_5 5(2x-1) = log_5(7x+4);$

$10x - 5 = 7x + 4;$

$3x = 9 \ /:3;$

$x = 3 \epsilon D(x)$

$\begin{cases} 2x-1>0 \\ 7x+4>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x>\frac{1}{2} \\ x>\frac{4}{7} \end{cases}$



$D(x) = (\frac{1}{2};\infty)$

	№174 ***b***) $lglglog_5x = 0$; $lg(lglog_5x) = 0$; $lglog_5x = 1$; $log_5x = 10$; $x = 5^{10}$; $lg^2x - 4lgx + 4 = 0$; $lgx = t$; $t^2 - 4t + 4 = 0$; $(t-2)^2 = 0$; $t - 2 = 0$; $t = 2.$ $lgx = 2$; $x = 10^2$; $x = 100.$ **№185** ***a***) $lg^2x - lg_x - 2 = 0$; $lgx = t$; $t^2 - t - 2 = 0$; $(t-2)(t+1) = 0$ **1**)$lgx = 2$; $log_{10}x = 2$; $x = 10^2$ $x = 100.$ **2**)$lgx = -1$; $log_{10}x = -1$; $x = 10^{-1}$; $x = \frac{1}{10}.$ ***b***)$ln^2x - 2lnx = 3$; $lnx = t$; $t^2 - 2t - 3 = 0$; $(t-3)(t+2) = 0$; **1**) $lnx = 3$; $lnx = e^3.$ **2**) $lnx = -1$; $x = \frac{1}{e}.$		
Összefog-lalás	Megtanultuk, hogyan kell hatékonyan és pontosan megoldani a logaritmikus egyenleteket. Az óra célja az volt, hogy a diákok elmélyítsék matematikai ismereteiket és fejlesszék problémamegoldó képességüket.	2 perc	
Házi feladat	**№181(b)** ***b***) $\log_5 \log_4 \log_3 x = 0$; $\log_5(\log_4 \log_3 x) = 0$; $\log_4 \log_3 x = 5^0 = 1$; $\log_3 x = 4^1 = 4$;	3 perc	

	$x = 3^4$; $x = 81$. **№182(а)** ***а***) $\log_{2008} \log_3 \log_2 x = 0$; $\log_{2008}(\log_3 \log_2 x) = 2008^0 = 1$; $\log_3 \log_2 x = 3^1 = 3$; $\log_2 x = 2^3$; $x = 8$.		

Negyedik melléklet

Óravázlat

Dátum:

Osztály: 11

Téma: Logaritmikus egyenlőtlenségek

Тема: Логарифмічні нерівності

Oktatási cél: a diákok megismerjék a logaritmusos egyenlőtlenségek elméletét és gyakorlati alkalmazásait.

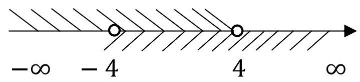
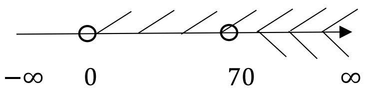
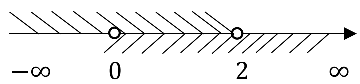
Nevelési cél: az óra során a diákok fejlesszék problémamegoldó és kritikus gondolkodási képességüket, és olyan készségeket sajátítsanak el, amelyekkel hatékonyan tudnak kommunikálni a matematikai és természettudományos területeken.

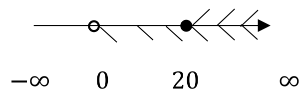
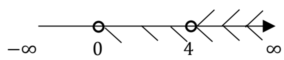
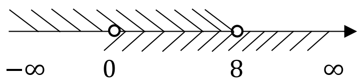
Képzési cél: a diákok megtanulják, hogyan alkalmazzák a logaritmusokat az egyenlőtlenségek megoldására. Emellett a diákok megismerkednek a logaritmusok alapvető tulajdonságaival és azok alkalmazásával az egyenlőtlenségek megoldásában.

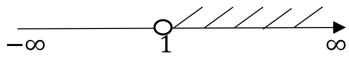
Az óra típusa: Új anyag átadó

Eszközök: Szemléltető, tankönyv „Г.П.Бевз, В.Г.Бевз”.

Az óra fő részei	**Az óra menete**	**Idő**	**Megjegyzés**
Szervezés	Köszönés, napos jelentése, keltezés, téma ismertetése	3 perc	
Motiváció Aktualizálás	Ma a logaritmikus egyenlőtlenségekkel fogunk foglalkozni. Ezek az egyenlőtlenségek olyan matematikai problémák megoldását segítik, ahol a logaritmusok változnak az egyenletben.	2 perc	
Az új anyag átadása	Egy egyenlőtlenséget logaritmikusnak nevezünk, ha a változó csak a logaritmus alatt szerepel. Ha a>1 és $\log_a b > x$, akkor a logaritmus jelét elhagyva az egyenlőtlenség jelét megtartjuk és kapjuk $a^x > b$. Ha 0<a<1, $\log_a b > x$, akkor a logaritmus jelét elhagyva a következőt kapjuk: $0 < b < a^x$ vagyis az egyenlőtlenség jele ellenkezőjére fordul.	10 perc	

Begyakor-lás	**№178** ***a***) $log_2(4-x)-log_2 8<8;$ $log_2(4-x)<log_2 8;$ $4-x<8;$ $-x<8-4;$ $-x<4;$ $x>-4.$ $\begin{cases}4-x>0\\ x<4\end{cases}$  $x\epsilon(-4;4)$ ***b***) $lgx>\lg_{7+1}$, $x>0;$ $lgx>\lg_7+\lg_{10};$ $lgx>\lg(7*10);$ $x>70.$  $x\epsilon\ (70;\infty)$ ***c***) $\log_{0,25}(2-x)-\log_{0,25}2>0,\quad 2-x>0$ $\log_{0,25}(2-x)>\log_{0,25}2,\qquad x<2$ $\log_{0,25}(2-x)<\log_{0,25}2,$ $2-x<2,$ $x<0,$ $x>0$  $x\epsilon\ (0;2)$	25 perc	

	d) $lgx \leq 2 - \lg_5$; $\lg_x \leq \lg_{100} - \lg_5$; $\lg_x \leq \lg\frac{100}{5}$; $x \leq 20.$ $D(x) = (0; 20]$  №166 $a)\ \log_2 x > 2$; $x > 0$ $x > 2^2$; $D(x) = (0; 8)$ $x > 4$;  		
Összefog-lalás	A logaritmikus egyenlőtlenségek olyan matematikai kifejezések, amelyekben az ismeretlen értéke a logaritmus. Az ilyen egyenlőtlenségek megoldása során a logaritmusokat át kell alakítani azonos alapra, majd az egyenlőtlenséget úgy kell átalakítani, hogy az ismeretlen értéke egyértelműen meghatározható legyen. Az órán áttekintettük a logaritmusok tulajdonságait, és gyakorlati példákon keresztül megismerkedünk az egyenlőtlenségek megoldásának lépéseivel.	2 perc	
Házi feladat	№166 (b,c) $b)\ \log_2 x < 3$; $x < 2^3$; $x < 8$; $x\epsilon\ (0; 8)$ $D(x) = (0; \infty)$  	3 perc	

	$c)\ \lg_x < 0;$ $x < 10^0;$ $x < 1;$ $x > 1.$ $x \epsilon (1;\infty)$ $D(x) = (0;\infty)$  		

Ötödik melléklet

Óravázlat

Dátum:

Osztály: 11

Téma: Logaritmikus egyenlőtlenségek

Тема: логарифмічні нерівності

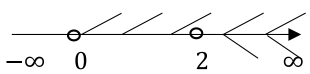
Oktatási cél: a logaritmikus egyenlőtlenségek fogalmának elsajátítása és azok alkalmazása különböző matematikai problémák megoldására.

Nevelési cél: problémamegoldó készség és matematikai gondolkodás fejlesztése.

Képzési cél: átfogó ismeretek megszerzése a logaritmikus egyenlőtlenségek témakörben, ezzel elősegítve képességeik fejlesztését az alapvető matematikai koncepciók megértésére és alkalmazására.

Az óra típusa: Begyakorló

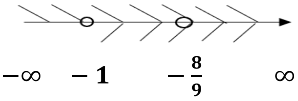
Eszközök: Szemléltető, tankönyv „Г.П.Бевз, В.Г.Бевз".

Az óra fő részei	**Az óra menete**	**Idő**	**Megjegyzés**
Szervezés	Köszönés, napos jelentése, keltezés, téma ismertetése	3 perc	
Motiváció Aktualizálás	"Vegyük az alábbi egyenlőtlenséget:" $lg\_x > lg\_2, x > 0$ $x > 2 \qquad D(x) = (0; \infty)$  $x \epsilon (2; \infty)$	2 perc	
Az új anyag átadása	-	perc	
Begyakor-lás	**№179** $\boldsymbol{log_3(v+1) < -2} \qquad \begin{cases} \boldsymbol{v+1>0} \\ \boldsymbol{v>-1} \end{cases}$ $\boldsymbol{log_3(v+1) < log_3\frac{1}{9}} \qquad \boldsymbol{D(x) = (-1; \infty)}$	35 perc	

$v + 1 < \frac{1}{9}$

$v < \frac{1}{9} - 1$

$v < -\frac{8}{9}$



c) $log_{\frac{1}{3}}(y - 7) > -2$

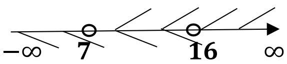
$-2 = log_{\frac{1}{3}}9$

$log_{\frac{1}{3}}(y - 7) > log_{\frac{1}{3}}9$

$y - 7 < 9$

$\begin{cases} y - 7 > 0 \\ y > 7 \end{cases}$

$y < 16$



d) $log_{\frac{2}{3}}(2 - 5z) < -2$

$log_{\frac{2}{3}}(2 - 5z) < log_{\frac{2}{3}}\frac{9}{4}$

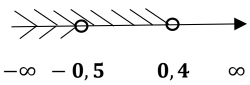
$2 - 5z > \frac{9}{4}$

$-5z > 2,25 - 2$

$-5z > 0,25$

$\begin{cases} 2 - 5z > 0 \\ z < \frac{2}{5} \end{cases}$

$z < -0,5$



№ 189

a) $log_2(x - 5) + log_2(x + 2) > 3$

$log_2(x - 5)(x + 2) > log_2 8$

$(x - 5)(x + 2) > 8$

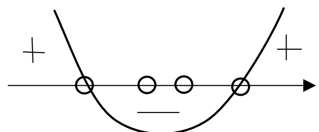
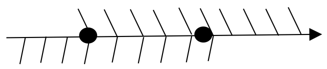
$x^2 + 2x - 5x - 10 > 8$

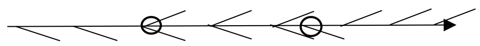
$\begin{cases} x - 5 > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases}$

$x^2 - 3x - 18 > 0$

$\begin{cases} x > 5 \\ x > -2 \end{cases}$

$x_1 = 6 \qquad x_2 = -3$

	 **№191** **a)**$\boldsymbol{lg\ \ (x-1)-\lg(2x-11)\ge lg^2}$ $\boldsymbol{lg\frac{x-1}{2x-11}\ge lg_2}$ $\boldsymbol{\frac{x-1}{2x-11}-2\ge 0}$ $\boldsymbol{\frac{x-1-4x+22}{2x-11}\ge 0}$ $\boldsymbol{\begin{cases} x-1>0 \\ 2x-11>0 \end{cases}}$ $\boldsymbol{\frac{-3x+21}{2x-11}\ge 0}$ $\boldsymbol{\begin{cases} x>1 \\ x>5,5 \end{cases}}$ $\boldsymbol{2x-11\ne 0}$ $\boldsymbol{-3x+21\ge 0}$ $\boldsymbol{2x=11}$ $\boldsymbol{-3x\ge -21}$ $\boldsymbol{x=5,5}$ $\boldsymbol{x\le 7}$  $\boldsymbol{x\in[5,5;7]}$		
Összefog-lalás	A mai órán, megtanultunk logaritmikus egyenlőtlenségeket megoldani, számos módszert ismertünk meg az egyenlőtlenségek megoldására, például a számegyenes használatát, a logaritmus tulajdonságait és a példákon keresztüli gyakorlást.	2 perc	
Házi feladat	-Oldd meg a feladatot: $\log_3(2x-9)<2$ $\log_3(2x-9)<\log_3 9$ $2x-9<9$ $2x<18$ $x<9$ $2x-9>0$	3 perc	

	$2x > 9$ $x > 4{,}5$  -Oldd meg a feladatot: $10^{3x+2} > 100$ $10^{3x+2} > 10^2$ $3x + 2 > 2$ $3x > 0$ $x > 0$ $x \in (0; \infty)$		

Hatodik melléklet

Logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek oktatása

Tisztelt kitöltő!

Varga Marianna vagyok a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola végzős matematika szakos hallgatója. Jelen kérdőívet a szakdolgozatomhoz kapcsolódóan készítettem el, amely a középiskolai matematika tanárok körében vizsgálja a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek oktatásához alkalmazott tankönyveket és egyéb oktatási eszközök használatát.
A kérdőív kitöltése körülbelül 10 percet vesz igénybe. Az így szerzett információk kizárólag a szakdolgozatomban kerülnek felhasználásra.
Előre is köszönöm, hogy válaszaival segíti a munkámat!

* Kötelező kérdés

1. Iskola neve: *

2. Hány éve tanít? *

3. Melyik 11. osztályos tankönyvet használja?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- Matematika (algebra, az analízis és geometria alapjai) - szerzők: A. G. Merzljak, D. A. Nomirovszkij, V. B. Polonszkij, M. S. Jakir, 2019
- Algebra és az analízis alapjai - szerzők-J.P.Nelin és O.J. Dolhova, 2019
- Egyéb: ______

4. Milyen szintű tankönyvet használnak?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- Alap
- Haladó
- Profil

5. Elégedett-e a tankönyvben található témák bemutatásával és elrendezésével?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- Igen
- Nem
- Egyéb: ______________________

6. Elégedett-e a feladatok minőségével?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- Igen
- Nem
- Egyéb: ______________________

7. Elégedett-e az illusztrációk és grafikonok minőségével?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- Igen
- Nem
- Egyéb: ______________________

8. Elégedett-e a tankönyv nyelvezetével?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- Igen
- Nem
- Egyéb: ____________________

9. Elegendő-e a tankönyvben található elméleti anyag a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek témakör oktatásához?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- Igen
- Nem
- Egyéb: ____________________

10. Elegendő-e a tankönyvben található feladat a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek témakör oktatásához?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- Igen
- Nem
- Egyéb: ____________________

11. Alkalmaz-e bármilyen online elérhető segédanyagot a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek oktatásához?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- Igen
- Nem

12. Amennyiben az előző kérdésre igennel válaszolt, válassza ki melyiket használja

Válassza ki az összeset, amely érvényes.

- [ ] Mateking
- [ ] YouTube
- [ ] Geogebra
- [ ] Zanza tv
- [ ] LeraningApps
- [ ] Egyéb: ____________________

13. Alkalmaz-e a tankönyvön kívül bármilyen feladatgyűjteményt a tanórán vagy dolgozat alatt?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- ( ) Igen
- ( ) Nem
- ( ) Egyéb: ____________________

14. Véleménye szerint elegendő-e a tanterv szerinti órák száma a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek témákra?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- ( ) Igen
- ( ) Nem
- ( ) Egyéb: ____________________

15. Van-e bármilyen észrevétele, ami segítené a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek témakör oktatását?

Hivatkozások

[1] Ukrajna Oktatási és Tudományos Minisztériuma https://mon.gov.ua/ua

[2] Elektronikus tankönyvek https://pick.net.ua/uk/

[3] Merzlyak, A.,Nomirovskiy, D.,Polonskiy,V., Yakir, M.Kalendarne planuvannya: Algebra 11-y klas. https://naurok.com.ua/kalendarne-planuvannya-algebra-11-y-klas-avtori-pidruchnika-arkadiy-merzlyak html

[4] Merzlyak, A.,Nomirovskiy, D.,Polonskiy,V., Yakir, M.: Matematika (Algebra és az analízis elemei. Mértan), 2019 https://pick.net.ua/uk/11-class/2717-matematika-59

[5] Ukrán Nemzeti Oktatási Portál. (n.d.). ZNO. https://zno.osvita.ua/

[6] Matematika (algebra, az analízis és geometria alapjai) - szerzők: A. G. Merzljak, D. A. Nomirovszkij, V. B. Polonszkij, M. S. Jakir, alap szintű tankönyv, 2018

[7] Algebra és az analízis alapjai - szerzők: G.P. Bevz, V.G. Bevz, N.G. Vladimirova, profil szintű tankönyv, 2018

[8] Matematika (algebra, az analízis és geometria alapjai) - szerzők: A. G. Merzljak, D. A. Nomirovszkij, V. B. Polonszkij, M. S. Jakir, alap szintű tankönyv, 2019

[9] Algebra és az analízis alapjai - szerzők-J.P.Nelin és O.J. Dolhova, profil szintű tankönyv, 2019

[10] Кималова, В. Т. (2022). Використання елементів дистанційного навчання при вивченні функціональної лінії в алгебрі старшої школи.

Ábrák jegyzéke

Ábrák jegyzéke

Összegzés

Az Ukrajnai állami szabvány matematika tanterv szerkezete és sajátosságai részletes betekintést adtak nekem a szakdolgozat írása során. A tanterv kialakítása három különböző szinten történő oktatást ír elő, amely a diákok középiskolai tanulmányaihoz igazodik. A vizsgált középiskolai matematika tankönyvek megfelelő szintűek és könnyen hasznosíthatók mind a diákok, mind az oktatók számára.

Azonban, a logaritmikus egyenletek és egyenlőtlenségek témakör oktatása kihívást jelenthet a tanárok számára, mivel a jelenlegi tankönyvekben található tananyag bővíthető lenne. A téma fontosságát és bonyolultságát figyelembe véve, a tanárok számára lehetővé kell tenni a tananyag további bővítését, hogy a diákok számára hatékonyabb és átfogóbb oktatás valósulhasson meg.

Az évek során a ZNO érettségi vizsgáinak témakörei között rendszeresen szerepelt a logaritmus, ami tovább hangsúlyozza ennek a témának a fontosságát az oktatásban. Így az oktatási programokban és a tankönyvekben való megfelelő szerepe elengedhetetlen a diákok matematikai tudásának és sikerességének biztosításához.

UNICHECK

Ім'я користувача:
Пап Габріелла

Дата перевірки:
16.05.2023 15:04:53 EEST

Дата звіту:
16.05.2023 16:05:33 EEST

ID перевірки:
1015113198

Тип перевірки:
Doc vs Internet + Library

ID користувача:
100011749

Назва документа: Szakdolgozat_Varga_M

Кількість сторінок: 69 **Кількість слів:** 10371 **Кількість символів:** 69291 **Розмір файлу:** 1.58 MB **ID файлу:** 1014795778

3.86% Схожість

Найбільша схожість: 2.31% з Інтернет-джерелом (https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-kl...

3.63% Джерела з Інтернету | 87 .... Сторінка 71

0.39% Джерела з Бібліотеки | 2 .... Сторінка 71

0% Цитат

Вилучення цитат вимкнене

Вилучення списку бібліографічних посилань вимкнене

0% Вилучень

Немає вилучених джерел

Модифікації

Виявлено модифікації тексту. Детальна інформація доступна в онлайн-звіті.

Замінені символи | 170

Nyilatkozat

Alulírott, Varga Marianna, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) képzési program hallgatója, kijelentem, hogy a dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskolán, a Matematika és Informatika Tanszéken készítettem, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) BSc diploma megszerzése végett.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola könyvtárában a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.