ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол №2 від „28”лютого 2024 р.
Ф-КДМ-3

Міністерство освіти і науки України

Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ

Кафедра математики та інформатики

Реєстраційний №___________

Кваліфікаційна робота

Розробка навчального електронного ресурсу з теорії ймовірностей

Кидибиц Кріштоф Левентович

Студента IV-го курсу

Освітня програма «Середня освіта (Математика)»

Спеціальність 014 «Середня освіта (Математика)»

Рівень вищої освіти: бакалавр

Тема затверджена на засіданні кафедри

Протокол № 3 / 2023

Науковий керівник: **Кучінка Каталін Йожефівна**

(к. ф.-м. н, доцент)

Завідувач кафедрою математики та інформатики: **Кучінка Каталін Йожефівна**

(к. ф.-м. н, доцент)

Робота захищена на оцінку _________, «___» ____________ 202_ року

Протокол № ______ / 202_

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол №2 від „28”лютого 2024 р.
Ф-КДМ-3

Міністерство освіти і науки України
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці ІІ

Кафедра математики та інформатики

Кваліфікаційна робота

Розробка онлайн-навчальних матеріалів з теорії ймовірностей

Рівень вищої освіти: бакалавр

Виконавець: студента IV-го курсу

Кидибиц Кріштоф Левентович

освітня програма «Середня освіта (Математика)»

спеціальність 014 «Середня освіта (Математика)»

Науковий керівник: **Кучінка Каталін Йожефівна**

(к. ф.-м. н, доцент)

Рецензент: **Петечук Юлія Василівна**

(к. ф.-м. н, доцент, доцент кафедри математики та інформатики)

Берегове
2024

Зміст

ЗАТВЕРДЖЕНО
Вченою радою ЗУІ
Протокол №2 від „28"лютого 2024 р.
Ф-КДМ-3

Ukrajna Oktatási és Tudományügyi Minisztériuma
II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola

Matematika és Informatika Tanszék

ONLINE TANANYAG FEJLESZTÉSE VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS TANANYAG TÉMAKÖRBEN

Szakdolgozat

Készítette: Ködöböcz Kristóf

IV. évfolyamos matematika

szakos hallgató

Témavezető: Kucsinka Katalin

(tanszékvezető, docens)

Recenzens: Petecsuk Júlia

(fiz.-mat. tud. kandidátusa, PhD , docens, a Matematika és Informatika Tanszék docense)

Beregszász – 2024

Tartalomjegyzék

Bevezetés

A valószínűségszámítás és a statisztika

A statisztika egy tudományos diszciplina, illetve gyakorlati tevékenység, amely a valóság tömör, számszerű jellemzésére szolgál. A statisztika mindig a tények valamilytásen összességét jellemzi. Olyan módszerekből, eljárásokból és képletekből áll, amelyek lehetővé teszik az információ összegyűjtését, majd elemzését és a vonatkozó következtetések levonását.[7]

A gyakorlati alkalmazott statisztika elméleti határát a matematikai statisztika adja, amely felépítésében a szokásos matematikai gondolkodást követi, azaz definíció, tétel és bizonyítás, és a kalkulus illetve főként a valószínűségszámítás módszereire támaszkodik. Szokás mondás: „amíg a valószínűségszámítás megtanít valószínűségekkel számolni, addig a statisztika megtanít valószínűséget mérni ".[8]

A matematikai statisztika a véletlen (valószínűségi) változókkal jellemezhető rendszerek leíró adatainak feldolgozásáról, értelmezéséről és felhasználásáról szóló tudományos módszertan.[8] A valószínűségszámítás olyan véletlen eseményekkel foglalkozik, amelyek bekövetkezése vagy be nem következése azonos körülmények között igen sokszor figyelhető meg.[8]

A valószínőségszámítás elemeinek ismerete segít a való világ és a matematika kapcsolatának, a valóság matematikai modelljének megértését. Azoknak a tanulóknak, akik a matematika tanítása során egyáltalán nem találkoznak a valószínűségszámítással nem alakul ki a megfelelő képük arról, hogy milyen is valójában a matematika és mire használhatják.[8]

Szakdolgozatom célja, a valószínűségszámítás valamint matematikai statisztika mint a világ számszerű információival foglalkozó tudomány iskolai alkalmazásának és átadásának megkönnyítése egy célszerű és átlátható oktató anyag elkészítésével. Munkám tartalmazza a valószínűségszámítás és a statisztikával kapcsolatos témák elsajátításához szükséges elméleti valamint gyakorlati részt.

1. fejezet

A tanulók oktatási és kognitív tevékenységének várható eredményei

Miért szükséges a valószínűségelmélet tanítása?

A) A valószínűségszámítást azért tanítjuk, mert fontos szerepe van a tanulók gondolkodásának fejlesztésében.

B) A valószínűségszámitást a mindennapi élet, a tudomány, a technika stb. különböző területén való hasznossága miatt tanítjuk.

C) A valószínűségszámítást azért tanítjuk, mert a matematikai nevelésben fontos, sőt nélkülözhetetlen szerepe van.

A hétköznapi életben állandóan szembe kerülünk a véletlennel, a valószínőségszámitás arra is megtanít bennünket, hogyan lehet az egyes döntésekkel járó kockázatokat figyelembe venni egy egyszerű magatartás kialakításánál.

Az általáns iskola 5-6. évfolyama tanulásmódszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos tevékenykedtető, felfedeztető módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. A tanítás fő módszere továbbra is a felfedezés, a konkrét tevékenységből, játékből, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. Ebben nagy segítségükre vannak a véletlenszerű eseményeken alapuló feladatok megoldása.[5] A tanító az 5-8. osztályokban saját belátása szerint vonja be az oktatásba ezeket a tipikus feladatokat. Ezekben az osztályokban a tanár mintegy előkészítő munkálatokat végez a valószínűségszámítással kapcsolatosan. Ezáltal a tanulók képesek lesznek a legegyszerűbb véletlenszerű eseményeken alapuló feladatok megoldására a lehetséges lehetőségek mérlegelésével. A tanulók elfogadják, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkoznak olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbálnak ki különböző matematikai módszereket és felismerik azokat a problémákat is amelyeknek nincs megoldása. A tanulók megtanulnak induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

1.1. Statisztikai adatgyűjtés, az adatok ábrázolása

A statisztikai adatok gyűjtése kapcsolatot jelent a matematikai és a mindennapi élet között. Adatokat készen kaphatunk, vagy gyűjthetünk már az alsó osztályokban a tanulók fokozatosan megtanulják, hogy adatgyűjtést végezhetünk méréssel, megfigyeléssel vagy valószínűségi kísérletek során. Az adatokat táblázatba rendezhetjük vagy diagramon ábrázolhatjuk.[8]

Az adatokkal kapcsolatos tevékenységek:

A) Adatok leolvasása (táblázatról, diagrammról)

B) Adatok rendszerezése.

C) Adatok közötti összefüggések keresése.

A tanító általában gyerekeket érdeklő témát keres, és az azokhoz kapcsolódó táblázatokból olvasnak le adatokat.

Átlag számítás 4. osztályban

Az adatok jellemzője a számtani közepük általában ezt nevezzük az adatok átlagának.[9] 4. osztályban két-három adat átlagát számolják a gyerekek. Az adatok összegét osztják az adatok számával, figyelnünk kell arra, hogy az osztó egyjegyű legyen, és ne legyen maradék. Az átlagot szemléltethetjük szines rudakkal[9].

Az 5. osztályban a tanítás fő módszere tobábbra is a felfedezés, a konkrét tevékenységéből, játékből, hétköznapi szituációból fakadó adatgyűjtés, adatok ábrázolása. A tanulási tevékenység során a tanulókat ösztönözni kell a mindennapi életből vett szituációs helyzetben való adatgyűjtés és ábrázolás során a feladatok matematikai szempontú értelmezésére

A 9. osztályban a függvények, egyenletek, egyenlőtlenségek tanulása kiegészül a kombinatorika, a valószínűségszámítás és a statisztika legfontosabb fogalmaival. A tananyag tartalma meghatározott témakörökre épül, meghatározva a tanulási idő minimális számát. Az általános iskolák számára készült programmal megismerkedhetünk a Ukrajna Oktatási és Tudományos Minisztériumának oldalán [5], mely alapján a következő témakörökkel ismerkednek meg a tanulók:

Az általános iskolák számára készült programmal megismerkedhetünk az Ukrajna Oktatási és Tudományos Minisztériumának oldalán [5], mely alapján a tananyag tartalma meghatározott témakörök köré épül, meghatározva a tanulási idő minimális számát. Az 5-8 osztályokban a tanító saját belátása szerint vonja be az oktatásba a statisztikai számításokon alapuló feladatok megoldását. Ezekben az osztályokban a tanár mintegy előkészítő munkálatokat végez a statisztika témával kapcsolatosan. Alkalmazzák az adatgyűjtés alapján szerkesztett diagrammok leolvasását. Feladatok megoldása során alkalmazzák a diagrammok felállítását az adatok alapján. Fontos, hogy a tanulók különböző típusú táblázatok, grafikonok, diagrammok formájában tudják bemutatni az adatokat és elemzésük alapján megfelelő következtetéseket levonni. A tanulók feladatokat oldanak több szám számtani átlagának, mennyiség átlagértékének megtalálására. Ezekben az osztályokban valós adatokon alapuló ábrák alapján feladatokat oldanak meg a természeti erőforrásainak felhasználására, a családi költségvetés kiszámítására, nagyszabású vásárlások lehetőségére, a család pénzügyi kapacitásának kiszámítására és elemzésére, a befizetett adók összegének kiszámítása, döntéshozatal személyes és kollektív pénzügyi kérdésekben.[5] A feladatok megoldása során [5]alkalmazzák a valószínűségelmélet és a statisztika alapjait.

A 9. osztályban önálló témakörként ismerkednek meg és sajátítják el a tanulók a kombinatorika, valószínűségszámítás és a statisztika alapjait.

Ezek a témak szoros kapcsolatban vannak, igy azonos témakörben tanítjuk egymásra épülve:

Osztály: 9. osztály

Témakör: Kombinatorika, Valószínűségelmélet és statisztika alapjai

Javasolt óraszám: 8 óra

Heti óraszám: 2 óra

A tananyag tartalma:

- A kombinatorika alapszabályai
- Egy véletlen esemény gyakorisága és valószínűsége
- Alapvető információk információk a statisztikáról
- Az adatok bemutatásának és feldolgozásának módszerei

A tanuló:

példákat hoz fel: véletlenszerű eseményekre, statisztikai adatok bemutatására táblázatok, diagrammok, grafikonok formájában, a kombinatorika szabályainak alkalmazására;

megmagyarázza mi az: a véletlenszerű esemény gyakorisága, egy véletlenszerű esemény valószínűségét;

megkeresi, kiválasztja és rendszerezi a rendelkezésre álló forrásokból származó információkat;

megoldja a feladatokat, melyek áttekintik:

- az összeg és a szorzat kombinatorikus szabályának alkalmazása;
- véletlenszerű események valószínűségének meghatározása;
- véletlenszerű események gyakoriságának kiszámítása;
- statisztikai adatok bemutatása, táblázatok, diagrammok, grafikonok formájában.

A középiskolai matematika oktatás 10-11.osztályban valósul meg. A középiskolák számára készült programmal az Ukrajna Oktatási és Tudományos Minisztériumának oldalán ismerkedhetünk meg.[6] A matematika oktatása 3 szinten valósulhat meg: Standard szint, Profil szint és Elmélyült szint [6].

Standard szint

A modern társadalmi életben való sikeres részvételhez az embernek rendelkeznie kell bizonyos matematikai tevékenységi módszerekkel és azok gyakoralti problémák megoldásában való alkalmazásának készségeivel. Bizonyos matematikai felkészültséget és annak alkalmazására való számos középiskolai tantárgy tanulása megköveteli. A modern munkaerőpiac a magas szinvonalú szakmai oktatás megszerzése és a következő szakaszban történő továbbképzés jelentős követelményeket támaszt a matematika elsajátításával szemben a gyakorlati feladatok megoldásában. Ezért ezen a szinten való oktatásnak az egyik fő feladata, hogy minden tanuló számára feltételeket biztosítson a gyakorlati kompetencia megszerzéséhez.[6] A matematika standart szinten való oktatás vezérmotívuma a valós folyamatok modellezése függvények segítségével. Mivel a diagrammokkal, rajzokkal, grafikonokkal végzett munka a gyakorlati emberi tevékenység egyik gyakori tipusa. A tanulók a matematika oktatás ezen szintjén a

11.osztályban foglalkoznak a statisztikával, meghatározott témakörön belül.

Osztály: 11. osztály Standard szint

Témakör: Kombinatorika elemei, Valószínűségelmélet és Matematikai statisztika

Javasolt óraszám: 10 óra

Heti óraszám: 2 óra

A tananyag tartalma:

- A kombinatorika elemei
- A kombinációk felcserélése es elhelyezése (ismétlés nélkül)
- Egy véletlen esemény valószínűségének klasszikus meghatározása
- A kiválasztás jellemzői
- Grafikus információ átadása a kiválasztottról

A tanuló:

érti a statisztika alapjait, a valószínűség fogalmának klasszikus definíciója, mi az általános összesség és kiválasztás, az átlag fogalmának jelentősége, móduszok és mediánok kiválasztása;

kiszámítja az esemény relatív gyakoriságát, a felcserélések számát, a kombinációk elhelyezését, esemény valószínűségét, alkalmazva annak tulajdonságait és a kombinatorikus sémákat;

megmagyarázza az átlag mutatók tartalmát és a minta jellemzőit;

megtalálja a számbeli jellemzőket az adatok kiválasztásakor;

alkalmazza a környezeti jelenségek valószínűségi jellemzőit döntéseink során.

Profil szint

A Profil szint célja a matematika oktatásának magas szintű megszervezése. Az alap és a teljes középfokú oktatás állami szabványa alapján került kidolgozásra, figyelembe véve a megfelelő képzési profilra jellemző oktatást. A program tartalma megvalósítja a tanulás kompetenciájához való megközelítést, amely a megfelelő tudás, készség és képesség elsajátítására irányul. Lehetővé teszi, hogy megalapozott következtetéseket vonjunk le a matematika valós életben történő alkalmazásáról, meghatározva a végzős diák sikeres tevékenységét a társadalomban.[6]

A matematika profilszintű tanulásának egyik fő feladata a tanulók grafikai kultúrájának fejlesztése, amely a gyakorlat szükségességével párosul. A grafikonokkal, diagramokkal, rajzokkal végzett munka jelentős helyet foglal el a műszaki és a természeti szakirányú képzésében[6]. A statisztikával, mint önálló témakörrel ezen a szinten nem foglalkoznak. Viszont a valószínűség fogalmát a statisztikai és az axiomatikus megközelitések kombinálásával célszerű kialakítani .Ugyanakkor célszerű összekapcsolni és figyelembe venni a szemléltető és feltáró feladatokat, amelyek illusztrálják és kiemelik a valószinüségelmélet és a statisztikai törvényszerüségeket. Tehát ezen a szinten a tanár belátása szerint, a valószinüségelmélettel párhuzamosan foglalkoznak a statisztikával.

Osztály: 11. osztály Profil szint

Témakör: A kombinatorika elemei, Valószínűségelmélet

Javasolt óraszám: 30 óra

Heti óraszám: 6 óra

Elmélyült szint

A matematika elmélyült szintű oktatásának célja a mindennapi életben, a jövőben, a munkában szükséges a matematikai ismeretek, készségek és képességek rendszerének tudatos és elmélyült elsajátítása, ezen a szinten megszerzett tudás elegendő a felsőoktatásban való továbbtanuláshoz matematikai szakirányban.

A matematika elmelyült szintű tanulásának egyik fő feladata a tanulók grafikai kultúrájának fejlesztése, amely a gyakorlat szükségességével párosul. A grafikonokkal, diagramokkal, rajzokkal végzett munka jelentős helyet foglal el a műszaki és a természeti szkirányú képzésben.

A statisztikával mint önálló témakörrel 10-11 osztályban nem foglalkoznak.

Viszont a valószínűség fogalmát a statisztikai és axiomatikus megközelitések kombinálásával célszerű összekötni és figyelembe venni a szemléltető és feltáró feladatok, amelyek illusztrálják és kiemelik a valószinüségelmélet és a statisztika törvényszerűségeket.[6]

Osztály: 11. osztály Elmélyült szint

Témakör: A Valószínűségelmélet elemei

Javasolt óraszám: 36 óra

Heti óraszám: 6 óra

Felsőoktatás

A felsőoktatásban a valószinűségszámítás és a matematikai statisztika oktatása egymásra épül. A hallgatók megismerkednek a matematikai statisztika fontos ágaival. Ismereteket gyüjtenek a matematikai statisztika megértéséhez szükséges fogalmakról jelölésekről. A szükséges definiciókon, tételeken és bizonyításokon túl, elméleti számításokat igénylő feladatokat oldanak. **A matematikai statisztika témakör fejezetei:**

1. Valószinűségelmélet
2. A matematikai statisztika alapfogalmai
3. Pontbecslések
4. Intervallumbecslések
5. Hipotézisvizsgálatok
6. Regressziószámítás

2. fejezet

Elméleti alapok a valószínűségszámításhoz

A Ukrajnában a magyar tannyelvű osztályokban Merzljak és szerzőtársai által írt tankönyvet [10] használják. Az említett tankönyv az alábbi ismereteket tartalmazza.

A kombinatorika fő szabályai (Kombinatorika:) a matematika azon ága, amely egy véges halmaz elemeinek valamilyen szabály alapján történő csoportosításával, kiválasztásával, sorrendbe rakásával foglalkozik.

Az összeadási szabály: ha az A halmaz m elemű, a B halmaz pedig k elemű es ezeknek a halmazoknak nincs közös elemük, akkor az „a vagy b" kiválasztást, ahol $a\epsilon A$ és , $b\epsilon B$ $m + A$ -féleképpen lehet megvalósítani.

A szorzás szabály: ha az a elemet m-féleképpen lehet kiválasztani, és minden kiválasztáshoz pedig a b elemet A-féleképpen, akkor az „a és b" kiválasztást mk-féleképpen lehet megvalósítani.

A véletlen esemény gyakorisága és valószínűsége

Esemény: a megfigyelés, tapasztalat, kísérlet eredménye.

Véletlen esemény: azon megfigyelések, kísérletek eredményét, melyek minden feltétel betartása mellett vagy bekövetkeznek, vagy nem.

Véletlenszerű esemény gyakorisága : $P = \frac{k}{n}$, ahol P - gyakoriság, k - kedvező esetek száma, n - összes eset [5]

Statisztikai valószínűség: minél több kísérletet végzünk el, annál pontosabb következtetést vonhatunk le a véletlen esemény gyakoriságából a valószínűségére.

Klasszikus valószínűség

Biztos esemény: Az az esemény, amely az adott feltételek mellett bármelyik esetben bekövetkezik. Az ilyen esemény valószínűségét 1-nek tekintjük, vagyis: ha az A esemény biztos esemény, akkor $P(A) = 1$.

Lehetetlen esemény: Az az esemény, amely az adott feltételek mellett egyetlen esetben sem következhet be, lehetetlen eseménynek nevezzük. Az ilyen esemény valószínűségét 0-nak tekintjük, vagyis: ha az A esemény biztos esemény, akkor $P(A) = 0$.

Klasszikus valószínűség: ha egy kísérletnek n egyenlő esélyű kimenetele van, melyek közül az A esemény m-szer következik be, akkor az A esemény valószínűségének az $\frac{m}{n}$ arányt nevezzük. Megjegyzés: ha egy kísérlet feltételei olyanok, hogy a kimenetelek nem egyenlő esélyűek, akkor nem alkalmazhatjuk a klasszikus valószínűség meghatározását.

A statisztika alapjai

Statisztika: tömegjelenségeket jellemző adatok összegyűjtésének, feldolgozásának és elemzésének tudománya.

Statisztikai valószínűség: minél több kísérletet végzünk el, annál pontosabb következtetést vonhatunk le a véletlen esemény gyakoriságából a valószínűségére.

Az adatok megadási módjai: A begyűjtött információt (adathalmazt) célszerű táblázatokba, grafikonokba vagy diagramokba foglalni.

A számtani közepet, a móduszt és a mediánt a kapott adathalmaz **statisztikai középérték mutatójának** nevezzük.

A Ukrajnában a magyar tannyelvű 11. osztályokban Merzljak és szerzőtársai által írt tankönyvet [4] használják. Az említett tankönyv az alábbi ismereteket tartalmazza:

A matematikai statisztika alapjai:

(A számadatokból álló minta terjedelme:) a legnagyobb és a legkisebb adat különbsége.

A számadatokból álló $x_1, x_2, \ldots, x_n$ minta számtani közepének nevezzük a következő számot: $x = \frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}$

(Páratlan számú minta mediánja:) a növekvő sorrendben leírt minta középső eleme.

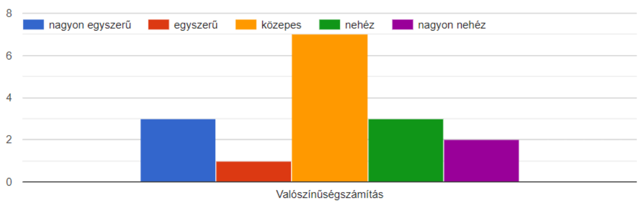
(Páros számú minta mediánja:) a növekvő sorrendben leírt minta középső mintaelemek középső két eleme közül bármelyiket vagy a két középső számtani közepét (ha a vizsgált adatok számok).

(Módusz) Az az eleme a mintának, amely a leggyakrabban fordul elő.

3. fejezet

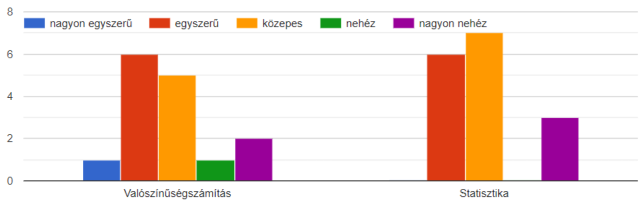
Felmérés eredményei

Az online felmérés célja a Valószínűségszámítás oktatásával kapcsolatos tapasztalatok és kihívások feltárása volt a pedagógusok körében. A felmérésben résztvevők valószínűségszámítással kapcsolatos jellemzőire, például korra, végzettségre és munkakörre, valamint a valószínűségszámítás tanításával kapcsolatos észrevételeikre vonatkozó kérdésekre adott válaszok alapján az alábbi összefoglalót készítettük: A felmérés válaszadói között egyenlő arányban oszlottak meg a nők és a férfiak (50% - 50%). A legtöbb válaszadó a 7.-ik illetve 8 osztáyban tanít/tanított (13 válasz), de a 9.osztályban (11 válasz) és az 5.osztályban (9 válasz) is sokan oktattak. Az oktatásban eltöltött idő alapján a pedagógusok nagy része 1-5 éve (31,3%) dolgozik a területen, míg kisebb arányban voltak azok, akik 6-10 éve 6,3%, 11-15 és több mint 15 éve válaszadók aránya azonos 25%, és kevesebb mint 1 éve (12,5%) dolgoznak az oktatásban.



3.1. ábra. Mennyire ért egyet a következő állítással?

A 7. osztályban előírt követelményeket a legtöbben (7 válasz) közepesen tartják nehéznek , nagyon egyszerűnek és nehéznek egyenlő mennyiségben oszlanak el (3 válasz), legkevesebben egyszerűnek (1) és nagyon nehéznek tartják (2) a követelményeket.



3.2. ábra. Témakörök teljesítésének nehézsége

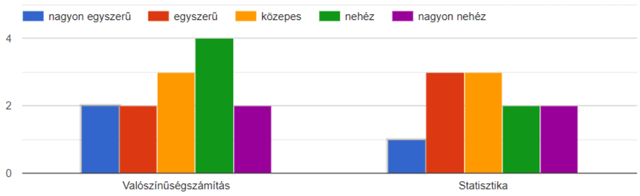
Valószínűségszámítás:

A válaszok eloszlása azt mutatja, hogy a legtöbb Pedagógus (6) az "egyszerű" kategóriába sorolja, és egy jelentős részük (5) a "közepes" kategóriába. Csak egy-egy Tanár tartja "nehéznek" vagy "nagyon egyszerűnek". Összességében a Tanárok többsége nem találja különösebben nehéznek a valószínűségszámítást.

Statisztika:

A legtöbb válasz "egyszerű" (6) és "közepes" (7) kategóriákban van. Három Tanár azonban "nagyon nehéznek" találja. Az eloszlás azt jelzi, hogy a statisztika általában elfogadható nehézségű a tanulók többsége számára, de több oktató találja nagyon nehéznek, mint a valószínűségszámítást.

A Tanárok általában könnyebbnek találják a valószínűségszámítást, mint a statisztikát. Mindkét témakör esetében a válaszok többsége az "egyszerű" és "közepes" kategóriákba esik, ami azt jelzi, hogy a követelmények teljesítése a diákok számára általában nem jelent nagy problémát. Érdemes külön figyelmet fordítani azokra a diákokra,akiknek nehezebb átadni ezeket a témaköröket és esetleg további támogatást nyújtani számukra.



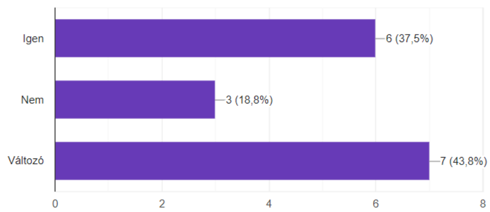
3.3. ábra. Mennyire ért egyet a következő állítással?

Valószínűségszámítás:

A legtöbb Tanár (4) azt találja, hogy a valószínűségszámítás oktatása nehéz a 11 osztályban. Viszonylag kevesen (2) találják nagyon egyszerűnek vagy nagyon nehéznek. A vélemények megoszlanak a közepes (3) nehézségű kategóriában. Összességében a tanulók többségének a valószínűségszámítás kihívást jelent, de nincs egységes vélemény a nehézségéről.

Statisztika:

A legtöbb oktató azt találja, hogy a statisztika témakör teljesítése egyszerű vagy közepes nehézségű. Kisebb csoport találja nehéznek vagy nagyon nehéznek. Összességében a tanulók számára a statisztika általában elfogadható nehézségű.

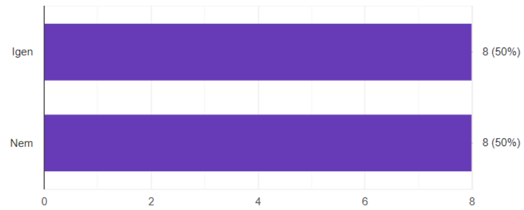


3.4. ábra. Könnyebb e a tudást feleleveníteni?

A válaszadók többsége (37,5%) úgy véli, hogy a 9. osztályban a valószínűségszámítás oktatása segít abban, hogy a gyerekek megszerzett tudása jobban feleleveníthető legyen.

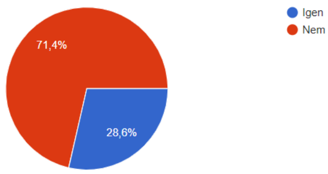
Egy kisebb rész (18,8%) szerint a 9. osztályban nem lesz könnyebb a gyerekek számára a korábban megszerzett tudás felidézése.

Az válaszadók jelentős hányada (43,8%) szerint ez változó lehet, ami azt jelenti, hogy ez attól függ, hogy az adott diák milyen mértékben használja vagy gyakorolja az előző években szerzett tudását, fontos lehet az előző évek tananyagának rendszeres felidézése .



3.5. ábra. Könnyebb e a tudást feleveníteni?

Igen - (50%) Nem - (50%) A válaszok alapján az a következtetés vonható le, hogy megoszlanak a vélemények arról, hogy elegendő-e 8 óra a valószínűségszámítás témakör átadására a 9. osztályban. Ez azt jelentheti, hogy ez az időmennyiség lehet elégséges bizonyos csoportok számára, de mások számára nem biztosít elegendő időt az anyag megértéséhez és elsajátításához. Fontos lehet az oktatási módszerek és az órák hatékony kihasználása annak érdekében, hogy a tanulók minél jobban megértsék a témakört, függetlenül az időkerettől.



3.6. ábra. Elegendőnek tartja e a 10 órát 11.osztályban a valószínűségszámítás témakör átadására?

Igen - (28,6%) Nem - (71,4%) A válaszok alapján az álláspontok erősen megoszlanak arról, hogy elegendő-e 10 óra az 11. osztályban a valószínűségszámítás témakörének átadására. A többség szerint ez az időkeret nem elegendő az anyag megértéséhez és elsajátításához. Ez arra utalhat, hogy szükség lehet további időre vagy hatékonyabb oktatási módszerekre annak érdekében, hogy a tanulók megfelelően megértsék és elsajátítsák a valószínűségszámítás témakörét.

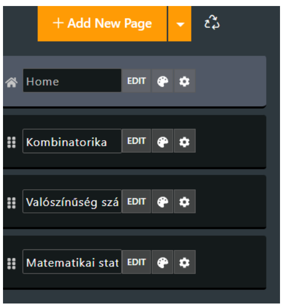
4. fejezet

Online tananyag készítése

Az online tananyag megvalósításánál fő szempontként arra törekedtem, hogy egy átlátható, könnyen és jól értelmezhető oktatási anyagot hozzak létre a tanulók számára. A témakörök átadásánál törekedtem a fogalmak induktív bevezetésére a könnyebb elsajátítás végett. Az online tananyag létrehozásakor szemügyre vettem a Tuija Arola által készített "Kézikönyv az e-learning tervezéshez" dokumentumát.[10]

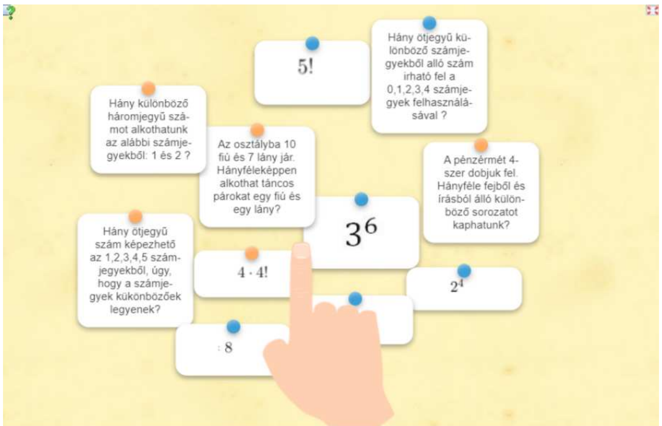
4.1. ábra. Weboldal

A témakörök melyeket kidolgoztam a Kombinatorika, a Klasszikus valószínűségszámítás és a Matematikai statisztika fejezetek voltak az oktatás terén. A tananyag átadása után a gya-



4.2. ábra. Temakorok

korlati feladatokra helyeztem hangsúlyt, melyet Teszt formájában kiviteleztem az ismeretek rögzítése és a problémamegoldó készség fejlesztése gyanánt. A teszt elvégzése előtt Segítségül a LearningApps-et használtam a látványosság, az interaktív tablánál való gyakorlás és az érdeklődés fenttartása miatt. Könnyen tud a Tanár és a diák kapcsolatot teremteni egymás



4.3. ábra. Teszt

között ezáltal javul a Tanár-diák közötti kommunikáció. Mindezek mellett könnyen követhető és visszavezethető.

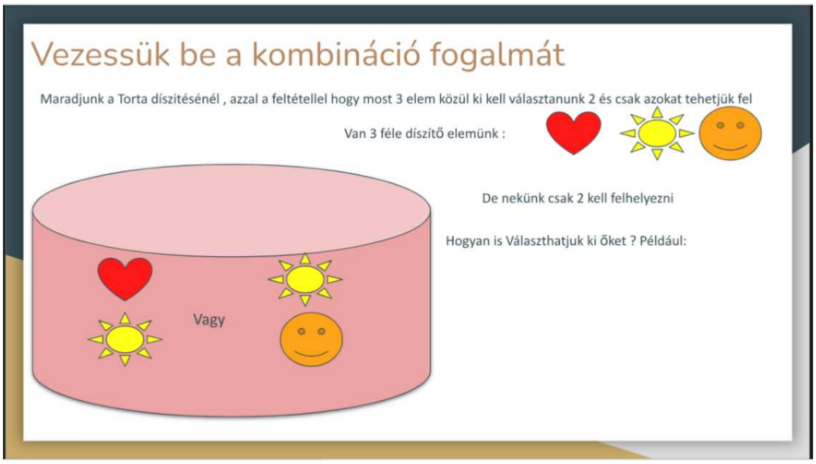
4.1. Az oldal struktúrális felépítése

Weboldalam strúktúrális felépítésénél az egyszerűségre és a könnyed kezelhetőségre törekedtem. A témakörök a tantervnek megfelelően követik egymást :

Kombinatorika

4.4. ábra. Kombinatorika

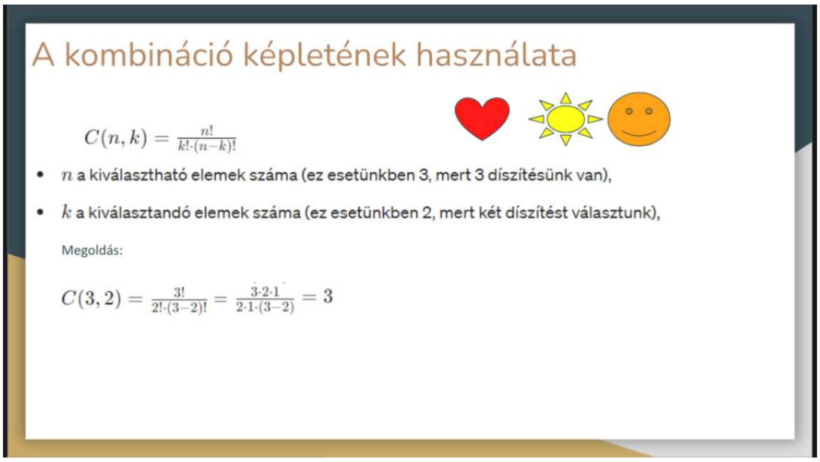
Az elméleti alapokat a Kombinációhoz induktívan vezetem be. Példák bemutatásával és az események szemléltetésével próbálom szemléltetni a történéseket. Majd amikor a diákok képet



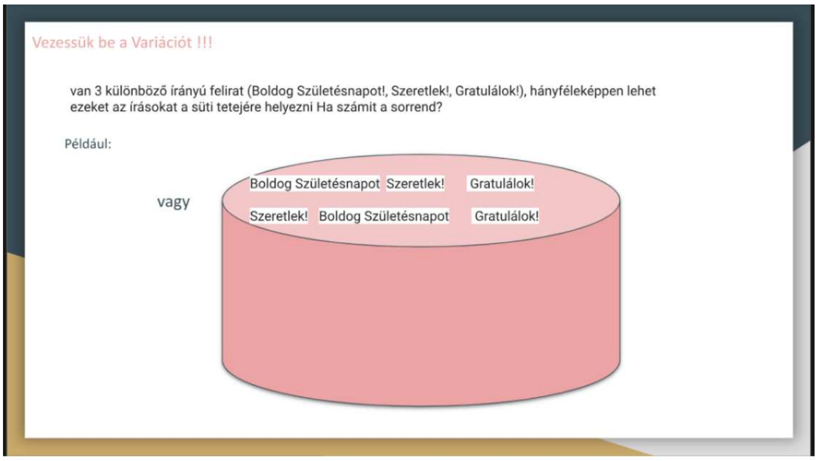
4.5. ábra. Kombinatorika elmélet 1

kaptak a kombináció fogalmáról megismertetem velük a megoldó képletet és azok részleteit

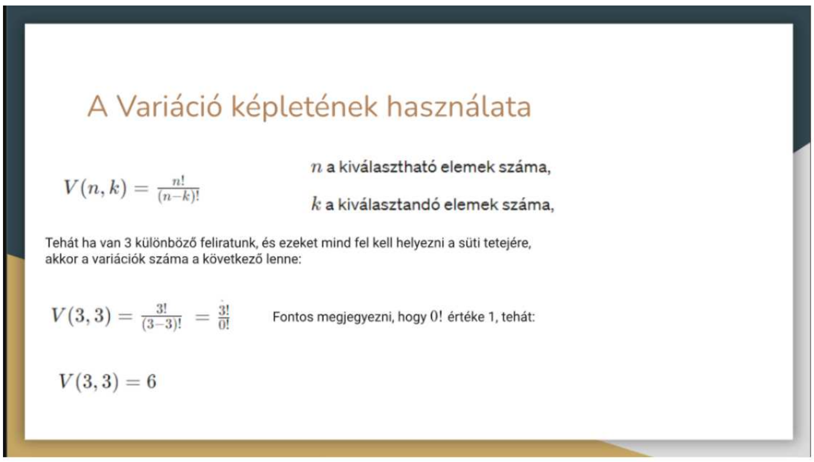
A variáció témakört hasonlóan a kombinációhoz szintém induktívan próbálom bevezetni lehetéges események bemutatásának segítségével.



4.6. ábra. Kombinatorika elmélet 2

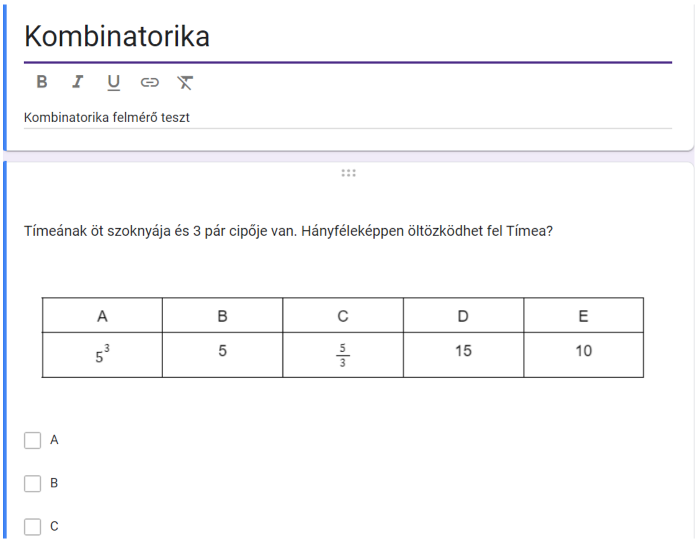


4.7. ábra. Kombinatorika elmélet 3



4.8. ábra. Kombinatorika elmélet 4

Mikor átadtam a szőkséges tudást az elméleti részhez és megtörtént a begyakorlás a Learningapps játékos feladatok megoldása, ezek után összeállítottam egy dolgozathoz hasonló témával kapcsolatos feladatokból álló tesztet a tanulók tudásának felmérésére.
Ezt Google Forms segítségével kiviteleztem.



Kombinatorika

Kombinatorika felmérő teszt

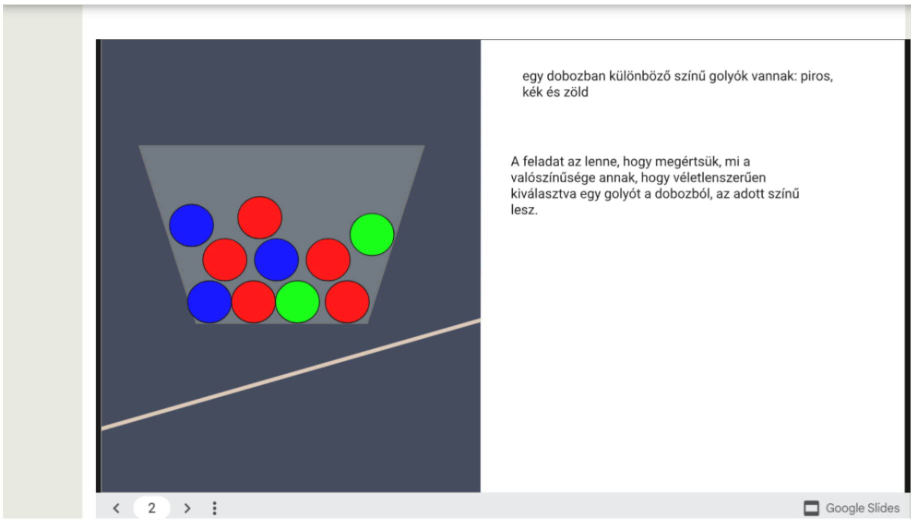
Tímeának öt szoknyája és 3 pár cipője van. Hányféleképpen öltözködhet fel Tímea?

A	B	C	D	E
5^3	5	$\frac{5}{3}$	15	10

- [ ] A
- [ ] B
- [ ] C

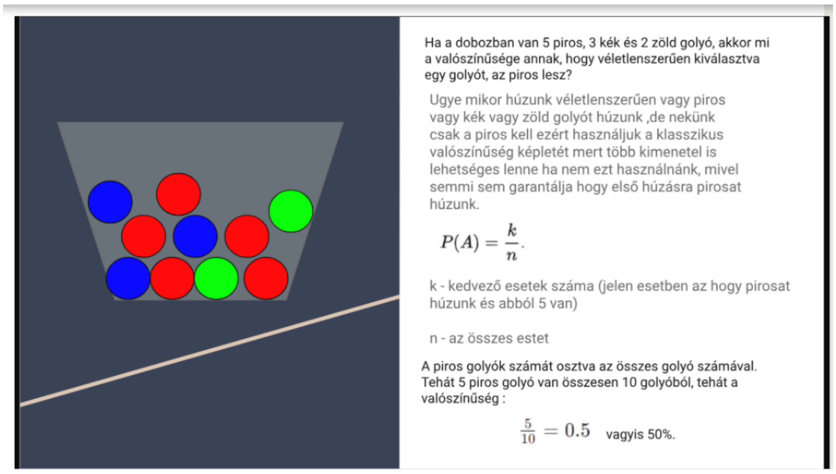
4.9. ábra. Teszt1

Klasszikus valószínűségszámítás



4.10. ábra. Klasszikus valószínűség

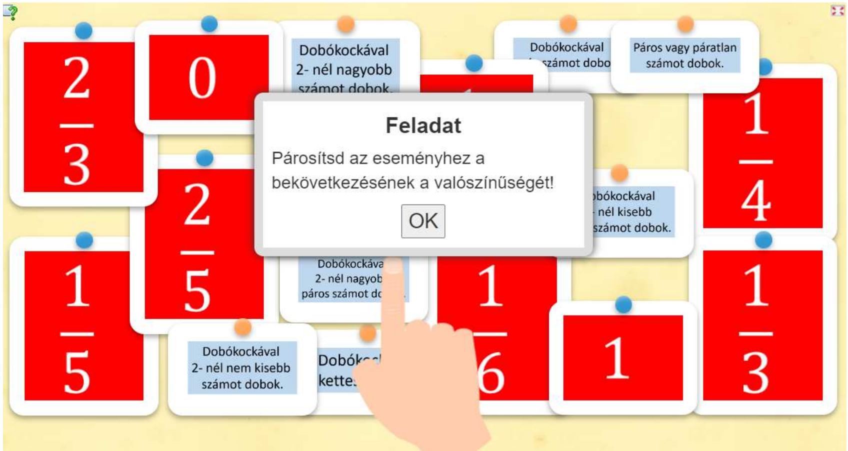
A témakörhöz az elméleti részt induktívan tárom a diákok elé. Úgy gondolom ez sokkal gyakorlatiasabb és igy jobban megrögzűl a tudás a diákok fejében, de ez csoportfüggő és ki kell tapasztalni melyik tanítási módszer a legalkalmasabb számukra.



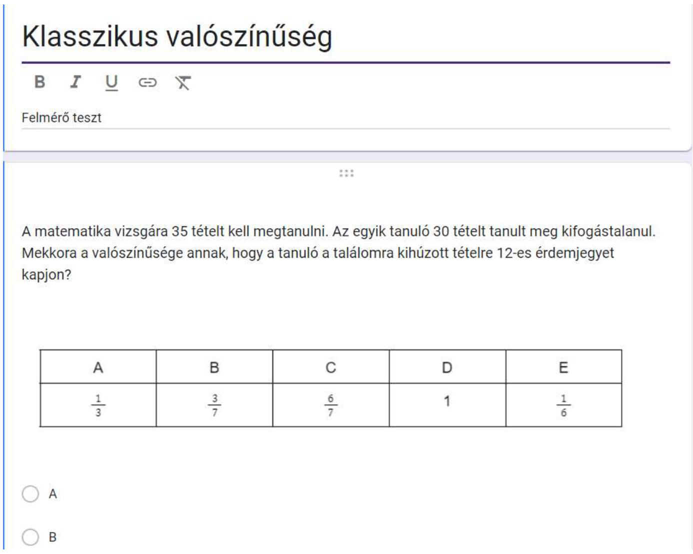
4.11. ábra. Klasszikus valószínűség elméleti rész

A tananyag átadása után a motiváció fenttartására törekedtem játékos és interaktív feladatok megoldásával. A teszt elvégzése előtt Segítségül a LearningApps-et használtam. Kisebb ismétlésként a kombinatorikával kapcsolatos Learningapps feladatokat készítettem a tanultak felevelenítésére és a problémamegoldó készség fejlesztésére

Összeállítottam egy dolgozathoz hasonló témával kapcsolatos feladatokból álló tesztet a tanulók tudásának felmérésére. Ezt Google Forms segítségével kiviteleztem.



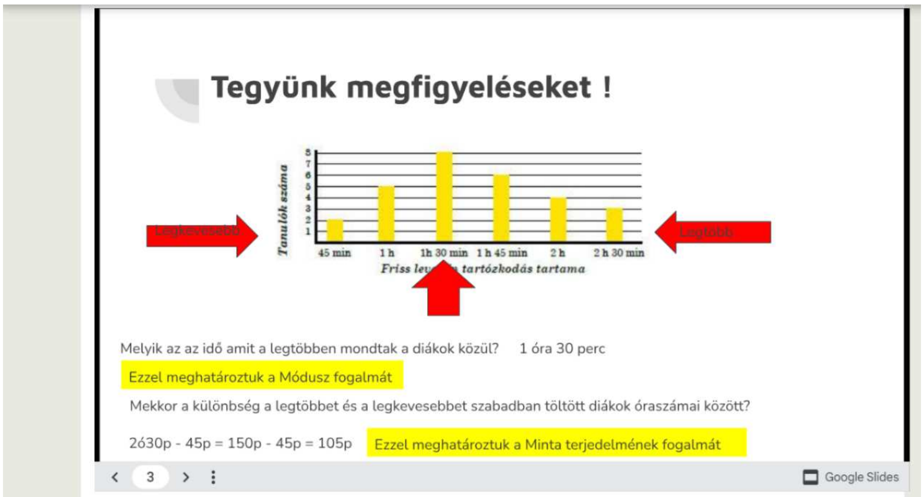
4.12. ábra. Learningapps2



4.13. ábra. Teszt2

Matmematikai statisztika

Először az elméleti alapokat szeretném bemutatni a diákok számára ezt szintén induktív módon teszem szituációk bemutatásával. Először



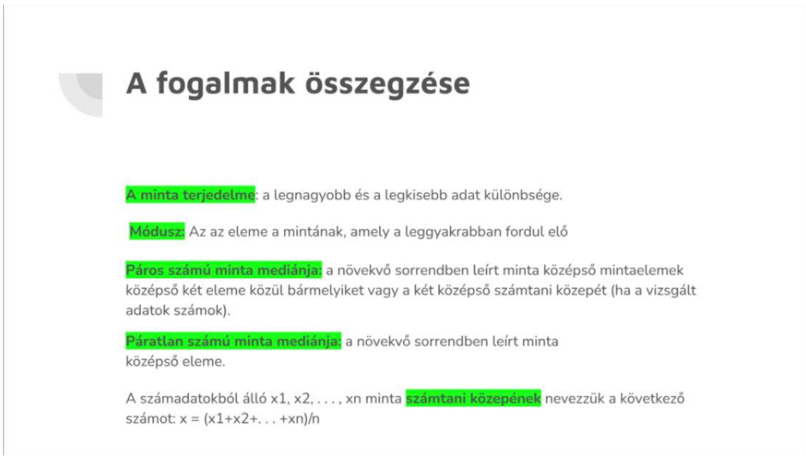
4.14. ábra. Statisztika

4.15. ábra. Statisztika elméleti rész 2

A tananyag átadása után a motiváció fenttartására törekedtem játékos és interaktív feladatok megoldásával. Az óra végére egy mindennapi példákon alapuló Valószínűségiszámítással kapcsolatos események eldöntését szerettem volna gyakorolni . Ezzel mutatni és levonatkoztatni a tananyagot a való élet történéseire. Segítségül a LearningApps-et használtam .

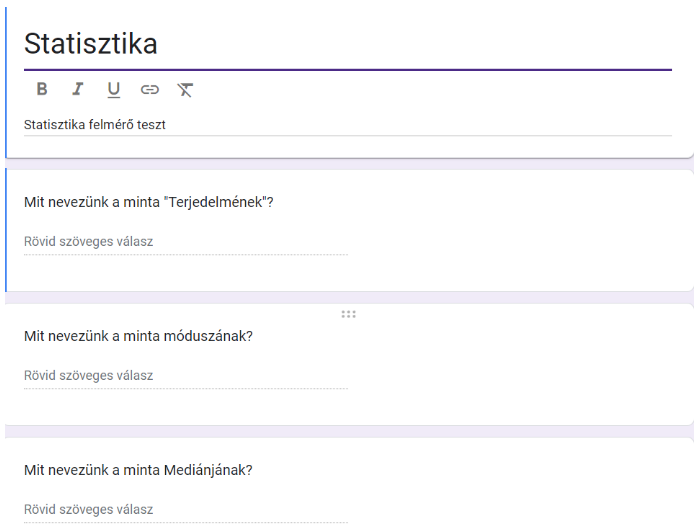
Összeállítottam egy dolgozathoz hasonló témával kapcsolatos feladatokból álló tesztet a tanulók tudásának felmérésére. Ezt Google Forms segítségével kiviteleztem.

4.16. ábra. Statisztika elméleti rész 3



4.17. ábra. Statisztika elméleti rész 4

4.18. ábra. Learningapps3



4.19. ábra. Statisztika teszt

5. fejezet

Feladatok megoldása

5.1. Kombinatorikai teszt feladatok megoldása

Tímeának öt szoknyája és 3 pár cipője van. Hányféleképpen öltözködhetfel Tímea?

Megoldás: $5 \cdot 3 = 15$

Hány olyan háromjegyű szám létezik, ameleyekben a számjegyek páratlanok?

Megoldás:
páratlan számok: 1,3,5,7,9 - ez 5 db
Ha számok nem ismétlődhetnek: $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Hány ötjegyű szám képezhető az 1,2,3,4,5 számjegyekből, úgy, hogy a számjegyek kükönbözőek legyenek?

Megoldás:
Mivel 5 számjegyünk van, ezért az első számot 5 számjegy közül választhatjuk, a másodikat már csak 4, mivel egyet már választottunk és így tovább.
$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$

A pénzérmét 4-szer dobjuk fel. Hányféle fejből és írásból álló különböző sorozatot kaphatunk?

Megoldás:
Ha feldobunk egy pénzérmét akkor vagy fej vagy írás lesz az eredmény. Ez két különböző kimenetel. Mivel 4-szer dobjuk fel ezért:
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$

Hány 5-tel osztható ötjegyű szám létezik?

Megoldás:
Egy szám akkor osztódik 5-el ha az utolsó számjegy 0 vagt 5.
A számjegyek ismétlődhetnek:
$9 + 10 + 10 + 10 + 2$ - egy szám nem kezdődhet 0-val ezért csak 9 számjegy közül választhatjuk ki az első számjegyet.

5.2. Klasszikus valószínűségi teszt feladatok megoldása

A matematika vizsgára 35 tételt kell megtanulni. Az egyik tanuló 30 tételt tanult meg kifogástalanul. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a tanuló a találomra kihúzott tételre 12-es érdemjegyet kapjon?

Megoldás:$P = \frac{kedvezo}{osszes}$; $P = \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$

A matematika vizsgára 30 tételt kell megtanulni. Az egyik tanuló egy tételt tanult meg. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a tanuló nem teszi le a vizsgát, ha csak egy tételre válaszolhat?

Megoldás: Vegyük az ellenkező esetet és tételezzük fel hogy a tanuló le tette a vizsgát. Ennek a valószínűsége : $P = \frac{1}{30}$
Annak a valószínűsége, hogy a tanuló olyat tételt húz amit tud: $1 - \frac{1}{30} = 0.96$

Egy dobozban 7 kék és 5 sárga golyó van. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a dobozból találomra kivett golyó
1) sárga;
2) kék?

Megoldás:

1) $P = \frac{5}{12}$

2) $P = \frac{7}{12}$

A 2,4,6,8 számjegyekből háromjegyű számot képezünk. Mennyi lesz annak a valószínűsége, hogy a kapott szám osztható:
1) 5-tel
2) 2-vel?

Megoldás:
1) P(A) - annak a valószínűsége hogy a szám 5-tel osztható
$P(A) = 0$, mivel egy szám akkor osztható 5-el ha 0-ra vagy 5-re végződik.
2) P(B) - annak a valószínűsége hogy szám 2-vel osztható
$P(B) = 1$, mivel egy szám akkor osztódik 2-vel ha 0-ra vagy páros számra végződik, és ez a feltétel jelenleg mindig teljesűlni fog.

5.3. Statisztikai teszt feladatok megoldása

A statisztikai feladatok megtervezésénél szemügyre vettem a Dr. Tómács Tibor által készített "Matematikai statisztika gyakorlatok" című dokumentumát. [9]

A telefontársaság megakarja ismerni az előfizetők napi telefonhívásainak számát. 100 ember adatait diagrammon (5.2.) ábrázolták. Számítsátok ki az adott minta terjedelmét, átlagos középértékét, mediánját és móduszát!

Megoldás:
A minta terjedelme = legnagyobb adat - legkisebb adat; 11 - 0 = 11

Átlag= $\frac{14 \cdot 0+0 \cdot 1+5 \cdot 2+10 \cdot 3+10 \cdot 4+12 \cdot 5+15 \cdot 6+14 \cdot 7+8 \cdot 8+8 \cdot 9+3 \cdot 10+1 \cdot 11}{100} = \frac{505}{100} = 5.05$

Medián $= 8$ - páratlan számú minta középső eleme

Módusz $= 6$ - leggyakrabban előforduló elem

5.4. Begyakorló feladatok megoldása

Az osztályba 10 fiú és 7 lány jár. Hányféleképpen alkothat táncos párokategy fiú és egy lány?

Megoldás: $10 \cdot 7 = 70$

Hány különböző háromjegyű számot alkothatunk az alábbi számjegyekből:
1) 1 és 2;
2) 0 és 1
(a számjegyek ismétlődhetnek)?

1)Megoldás: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
2)Megoldás: $1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$

Hány ötjegyű szám képezhető az 1,2,3,4,5 számjegyekből, úgy, hogy a számjegyek kükönbözőek legyenek?

Megoldás:
Mivel 5 számjegyünk van, ezért az első számot 5 számjegy közül választhatjuk, a másodikat már csak 4, mivel egyet már választottunk és így tovább.
$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$

A pénzérmét 4-szer dobjuk fel. Hányféle fejből és írásból álló különböző sorozatot kaphatunk?

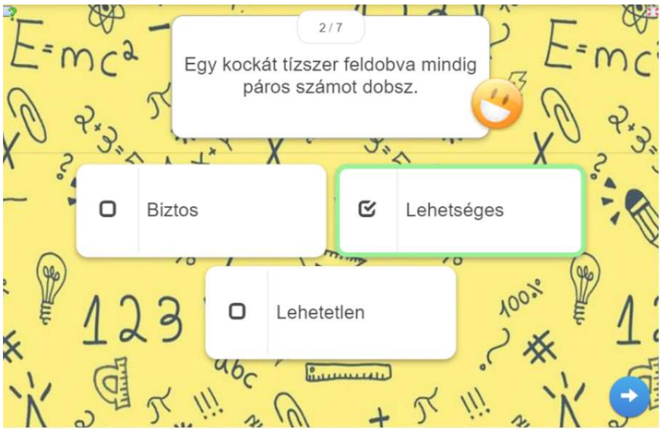
Megoldás:
Ha feldobunk egy pénzérmét akkor vagy fej vagy írás lesz az eredmény. Ez két különböző kimenetel. Mivel 4-szer dobjuk fel ezért:
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$

Hány ötjegyű különböző számjegyekből alló szám irható fel a 0,1,2,3,4 számjegyek felhasználásával ?

Megoldás:
Az első számjegy nem lehet 0, ezért már csak 4 számjegy közül választhatunk.
$4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4 \cdot 4!$

Biztos, lehetséges vagy lehetetlen?

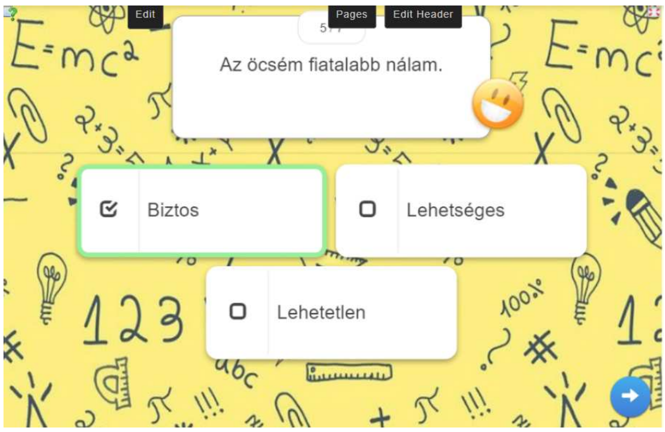
5.1. ábra. Begyakorlás 1. feladat



5.2. ábra. Begyakorlás 2. feladat

5.3. ábra. Begyakorlás 3. feladat

5.4. ábra. Begyakorlás 4. feladat

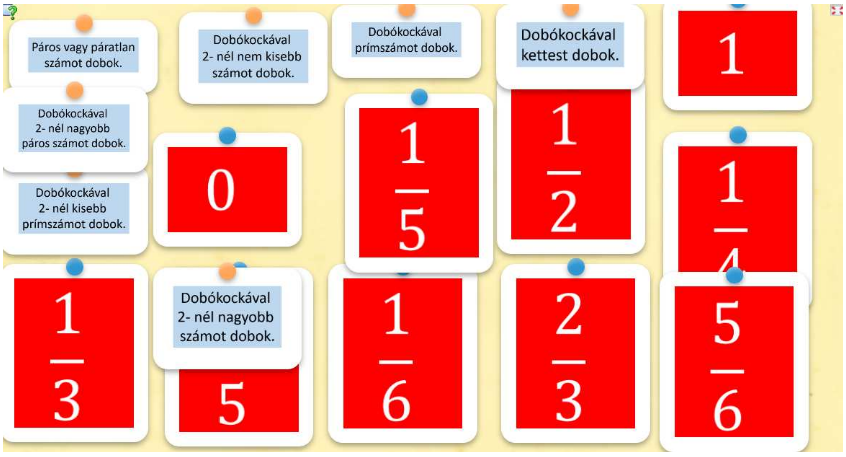


5.5. ábra. Begyakorlás 5. feladat

5.6. ábra. Begyakorlás 6. feladat

5.7. ábra. Begyakorlás 7. feladat

Klasszikus valószínűségi begyakorló feladatok megoldásai



5.8. ábra. Klasszikus begyakorlás

Dobókockával kettőnél nagyobb számot dobok ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események (azaz a 3, 4, 5, és 6) száma négy, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

páros vagy páratlan számot dobok ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események (azaz az 1, 2, 3, 4, 5, és 6) száma hat, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{6}{6} = 1$$

Dobókockával 2-nél nagyobb páros számot dobok ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események (azaz a 4 és 6) száma kettő, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Dobókockával 2-nél nem kisebb számot dobok ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események (azaz az 2, 3, 4, 5, és 6) öt hat, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{5}{6}$$

Dobókockával hármast dobok ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események (2) száma egy, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{1}{6}$$

Dobókockával prímszámot dobok ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események (azaz az 2, 3, 5) száma három, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Dobókockával 2-nél kisebb prímszámot dobok ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma nulla, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = 0$$

5.9. ábra. Klasszikus begyakorlás 2. teszt

Páros számot kapunk ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 2, 4, 6) három, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Páratlan számot kapunk ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 1, 3, 5) három, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Prím számot kapunk ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 2, 3, 5) három, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Olyan számpot kapunk ami 4-nek osztója ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 1, 2, 4) három, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Nem 3-al osztható számot kapunk ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 1, 2, 4,

5) négy, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Olyan számot kapunk ami osztója 6-nak?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 1, 2, 3, 6) négy, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

4-nél nem nagyobb számot kapunk ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 1, 2, 3, 4) négy, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

20 egyik osztóját kapjuk ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 1, 2, 4, 5) négy, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

3 többszörösét kapjuk ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 3, 6) kettő, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

négyzetszámot kapunk ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 1, 4) kettő, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

3-nál kisebb számot kapunk ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 1, 2) kettő, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Összetett számot kapunk ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 4, 6) kettő, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

6-ost dobunk ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 6) egy, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{1}{6}$$

Olyan számot kapunk, aminek 4-es maradéka 3 ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 3) egy, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{1}{6}$$

1-est dobunk ?

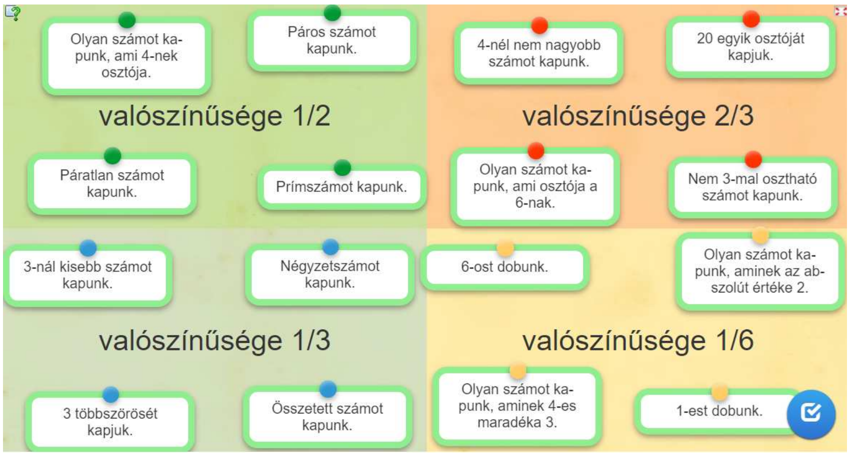
Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 1) egy, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{1}{6}$$

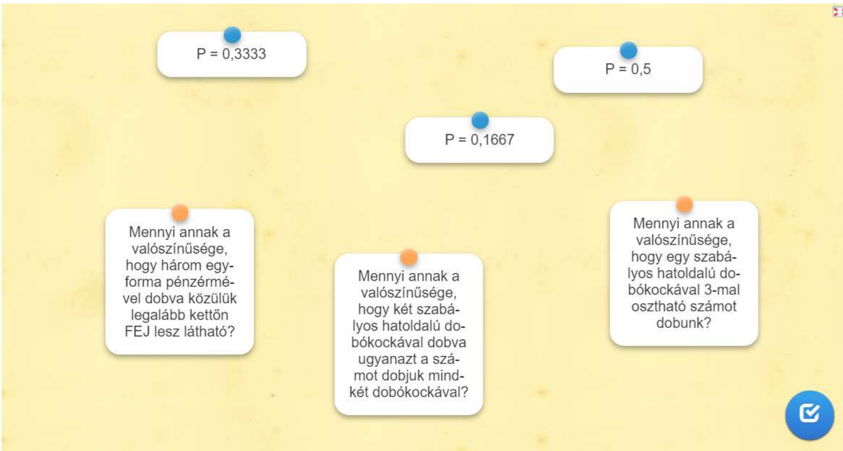
Olyan számot kapunk, aminek az abszolút értéke 2 ?

Megoldás: Összesen hat lehetséges kimenetel van. Az események száma (azaz az 2) egy, tehát az esemény valószínűségét úgy kapjuk meg, hogy elosztjuk az események számát az összes lehetséges kimenetelek számával:

$$\text{Valószínűség} = \frac{\text{Kedvező kimenetelek száma}}{\text{Összes lehetséges kimenetel száma}} = \frac{1}{6}$$



5.10. ábra. Klasszikus begyakorlás 2. teszt eredményei



5.11. ábra. kombinatorika 3. begyakorlás

Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy szabályos hatoldalú dobókockával 3-mal osztható számot dobunk?

Megoldás:$P = \frac{kedvezo}{osszes}$; $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,3333$

Mennyi annak a valószínűsége, hogy két szabályos hatoldalú dobókockával dobva ugyanazt a számot dobjuk mindkét dobókockával?

Megoldás:$P = \frac{kedvezo}{osszes}$; $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0,1667$

Mennyi annak a valószínűsége, hogy három egyforma pénzérmével dobva közülük legalább kettőn FEJ lesz látható?

Megoldás: Minden pénzérmének két lehetséges kimenetele van: fej (F) vagy írás (Í). Három érmével dobva az összes lehetséges kimenetel a következőképpen alakul:
FFF, FFI, FIF, FII, IFF, IFI, IIF, III

FFI, FIF,IFF

$P = \frac{kedvezo}{osszes}$; $P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0,5$

5.5. Techinaik eszközök

Weboldalam létrehozásánál különféle online eszközök áltak rendelkezésemre:

SITE123 - Több online platform megtekintése és tesztelése után ezt találtam a legjobbnak feladatom megvalósítására. Ez egy online platform melyen az online tananyagot fejlesztettem, itt készítettem el weboldalam. Pozitív tapasztalatom van a platformmal kapcsolatban mivel könnyen tudtam egy kompakt oldalt létrehozni mely a látogatók számára átlátható és könnyen kezelhető ez volt a fő szempontom.

LearningApps - ezzel próbáltam fenttartani az érdeklődést, valamint a Valószínűségszámítás témakör elméleti részéből kinyert gyakorlati tapasztalatokat hasznosítani, remek gyakorló interaktív játékos feladatokkal melyekkel saját magunkat is tudjuk ellenőrizni.

Google Slides - Az itt készített online prezentációk szolgáltak alapul a weboldalamnak. Ezekben a prezentációkban szemléltetem és vezetem be a témakörökhöz tartozó defíniciókat és alapismeretek, induktiv bevezetést alkalmaztam.

Google Forms - A felmérő tesztek megvalósítását itt valósítottam meg. Ezt találtam megfelelőnek , mivel a diákok tudják saját magukat ellenőrizni jó választ adtak e meg valamint átlátható és könnyen kezelhető. Választásom azért is esett erre a formátumra mivel könnyedén billeszthető weboldalamra ezáltal hozzáférést is biztosit. Mind a 3 témakörhöz amit kifejtettem készítettem egy egy ellenőrző tesztet melyekkel megfelelő képpen felmérhetjük a tanulók tudását.

Weboldalam elérhetősége:
`https://6616f7556aba4.site123.me/`

Összefoglalás

A szakdolgozatom témája: „Online tananyag fejlesztése valószínűségszámítás témakörben”. Szakdolgozatom célja egy olyan könnyedén átlátható online tananyag kialakítása melyben az általános valamint középiskolai valószínűségszámitással kapcsolatos feladatai és elméleti része találhatóak meg matematikából felkészülési vagy felmérési célból.

Munkám elvégzéséhez először felfrissítettem a valószínűségszámítással kapcsolatos tudásom, így ismét belátást nyertem az témakör alapjaiba és rejtelmeibe. Ezt követően rendszereztem a valószínűségszámítás főbb axiómáit és képleteit. Mindezek után a begyűjtött és felelevenített tudásommal kidolgoztam a feladatok megoldását .

Mindezek után elkészítettem weboldalam ahová feltöltöttem az online tananyaghoz szükséges bemutatókat, begyakorló feladatokat, teszteket a tanárok és diákok számára.
A kérdőív felméréseiből nyert információ alapján eredményül a klasszikus valószínűség témakört véltem a legnehezebben átadhatónak erre nagyobb figyelmet fordítottam

A témám feldolgozása során bővült a matematika tudásom és fejlődött a problémamegoldó készségem. Elsajátítottam a feladatok megoldásaihoz szükséges alapvető ismereteket.
Összegzésképpen azt a konzekvenciát vonhatjuk le, hogy a feladatok megoldásainál fontos az átláthatóság, a részletesség a figyelem és a koncentráció megléte hogy hibátlan végeredményt kapjunk, mert ezt a megszerzett tudást a való életben sokszor kamatoztathatjuk.

Az oldal az alábbi QR kódon található:

5.12. ábra. Az oldal QR kódja

Irodalom

[1] *D*r. M. I. Burda, B. V. Kudrenko, O. Ya Bilyanina, A. I. Azarenkova, O. I. Bukovska, T. S. Kindyukh, O. E. Liszenko, A. V. Mylyanyk, N. V. Panova, A. V. Pankov, 2017 [online dokumentum] URL: https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-6-9-klasivMatematika5-9osztГrly

[2] *Dr. M. I. Burda, Y. I. Malyovany, E. P. Nelin, D. A. Nomirovszkij, A. V. Pankov, N. A. Tarasenkova, M. V. Chemerys, M. S. Yakir* [online dokumentum] URL:https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv

[3] Merzljak A.H., Polonszkij V.B., Jakir M.Sz. *Algebra, Tankönyv az általános oktatási rendszerű tanintézetek 9. osztálya számára* Lemberg, „Szvit" Kiadó, 2017. – 272. old

[4] Merzljak A.H., Nomirovszkij D., Polonszkij V.B., Jakir M.Sz. *Algebra és az analízis elemei* Mértan, Tankönyv az általános oktatási rendszerű tanintézetek 11. osztálya számára Lemberg, „Szvit" Kiadó, 2019. – 208. old

[5] Monostory Iván *Valószínűségelmélet és Matematikai Statisztika* Műegyetemi kiadó, 2005

[6] Obádovics J. Gyula *Valószínűségszámítás és matematikai statisztika* Scolar Kiadó Kft. 2020.

[7] Dr. Pintér Klára főiskolai docens *Matematika tantárgy-pedagógia* [online dokumentum] URL:http://www.jgypk.hu/mentorhalo/tananyag/Matematika_tantrgypedaggia/index.html

[8] Dr. Tómács Tibor *Matematikai statisztika* Eszterházy Károly Főiskola, Eger (2012)

[9] Dr. Tómács Tibor *Matematikai statisztika gyakorlatok* Eszterházy Károly Főiskola, Eger (2012)

[10] Tuija Arola *Kézikönyv az e-learning tervezéshez* Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu Wrocław 2023 [online dokumentum] URL: https://www.gtk.uni-pannon.hu/wp-content/uploads/2023/10/HU_Manual-for-e-learning-design_Raport.pdf

Ábrák jegyzéke

Mellékletek

Valószínűségszámítás oktatása

A kérdőív kérdéseket tartalmaz arról, hogy mennyire találják nehéznek a Valószínűségszámítás témakör oktatását és hogy milyen területeken tapasztalnak nehézségeket.

1. Neme

Válassza ki az összeset, amely érvényes.

- [ ] Férfi
- [ ] Nő

2. Mennyi ideje dolgozik az oktatás területén?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- Kevesebb, mint 1 év
- 1-5 év
- 6-10 év
- 11-15 év
- Több mint 15 év

3. Milyen osztályokban tanít/tanított matematikát ?

Válassza ki az összeset, amely érvényes.

	1. oszlop
5.osztály	☐
6.osztály	☐
7.osztály	☐
8.osztály	☐
9.osztály	☐
10.osztály	☐
11.osztály	☐

4. Mennyire ért egye a következő állítással? A tanulók számára nehéz a valószínűségszámítás és statisztika témakör követelményeinek teljesítése a 7.osztályban.

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

	nagyon egyszerű	egyszerű	közepes	nehéz	nagyon nehéz
Valószínűségszámítás	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭

5. A tanulók számára nehéz a valószínűségszámítás és statisztika témakör követelményeinek teljesítése a 9.osztályban.

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

	nagyon egyszerű	egyszerű	közepes	nehéz	nagyon nehéz
Valószínűségszámítás	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Statisztika	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭

6. Mennyire ért egye a következő állítással? A tanulók számára nehéz a valószínűségszámítás és statisztika témakör követelményeinek teljesítése a 11.osztályban.

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

	nagyon egyszerű	egyszerű	közepes	nehéz	nagyon nehéz
Valószínűségszámítás					
Statisztika					

7. Véleménye szerint nehézséget okoz-e a tanulók számára a következő :

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

	Nagyon könnyű	Könnyű	Közepes	Nehéz	Nagyon nehéz
Műveletek eseményekkel					
Események gyakorisága					
Eseményterek					
Visszatevéses mintavétel					
Visszatevés nélküli mintavétel					
Feltételes valószínűség					

8. Melyik az az altéma melyet a tanulóknak nehezebb/könnyebb elsajátítani a Statisztika témakörben?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

	Egyáltalán nem értek egyet	Inkább egyetértek, mint nem	Nem tudok határozott választ adni	Inkább nem értek vele egyet	Teljes mértékben egyet értek
Statisztikai adatok ábrázolása	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Statisztikai adatok jellemzése	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭
Várható érték meghatározása	⬭	⬭	⬭	⬭	⬭

9. Hogyan látja a 7.osztályos Valószínűségszámítás oktatása után a 9.osztályban jobban feleleveníthető a gyerekek megszerzett tudása?

Válassza ki az összeset, amely érvényes.

- [ ] Igen
- [ ] Nem
- [ ] Változó

10. Elegendőnek tartja e a 8 órát 9.osztályban a valószínűségszámítás témakör átadására?

Válassza ki az összeset, amely érvényes.

- [ ] Igen
- [ ] Nem

11. Elegendőnek tartja e a 10 órát 11.osztályban a valószínűségszámítás témakör átadására?

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- Igen
- Nem

12. Melyek azok a témakörök melyek elősegítik a Valószínűségszámítás és Statisztika tananyagok könnyebb elsajátítását?

____

Ezt a tartalmat nem a Google hozta létre, és nem is hagyta azt jóvá.

Google Űrlapok

Резюме

Тема моєї дипломної роботи: «Розробка навчального онлайн-матеріалу з теорії ймовірностей». Метою дипломної роботи є розробка простого у використанні навчального онлайн-матеріалу з теоретичною частиною та вправами для підготовки або оцінювання з обчислення ймовірностей у загальній та середній школі.

Для того, щоб завершити свою роботу, я спочатку освіжив свої знання про ймовірність, щоб знову отримати уявлення про основи та таємниці цього предмета. Далі я систематизував основні аксіоми та формули теорії ймовірностей. Потім, використовуючи зібрані та відновлені знання, я розробив розв'язки задач.

Після цього я створив веб-сайт, на якому розмістив підручники, вправи та тести для вчителів та учнів. На основі інформації, яку я отримав з анкетних опитувань, виявив, що класична теорія ймовірностей є найскладнішою темою для викладання, і їй потрібно приділити більше уваги.

Мої математичні знання та навички розв'язування задач покращилися під час роботи над темою. Я здобув базові знання, необхідні для розв'язування задач. Вважаю важливим, що для отримання бездоганного результату важливо бути чітким, детальним, уважним і зосередженим при розв'язуванні задач, адже ці знання можуть стати в нагоді в реальному житті.

5.13. ábra. QR-код сторінки

Nyilatkozat

Alulírott, Ködöböcz Kristóf, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) képzési program hallgatója, kijelentem, hogy a dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskolán, a Matematika és Informatika Tanszéken készítettem, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) BSc diploma megszerzése végett.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola könyvtárában a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

Звіт про перевірку схожості тексту Oxsico

Назва документа:

Szakdolgozat_Kodobocz_Kristof.pdf

Ким подано:	Дата перевірки:	Дата звіту:
Пап Габріелла	**2024-05-28 19:54:49**	**2024-05-28 20:28:35**
Ким перевірено:	Кількість сторінок:	Кількість слів:
I + U + DB + P + DOI	**39**	**16973**

Схожість 0%	Збіг: **10 джерела**	Вилучено: **0 джерела**
Інтернет: **10 джерела**	DOI: **0 джерела**	База даних: **0 джерела**
Перефразовування 0%	Кількість: **0 джерела**	Перефразовано: **0 слова**
Цитування 1%	Цитування: **6**	Всього використано слів: **497**
Включення 0%	Кількість: **0 включення**	Всього використано слів: **0**
Питання 0%	Замінені символи: **0**	Інший сценарій: **45 слова**