

Міністерство освіти і науки України
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II
Кафедра математики та інформатики

Реєстраційний № _____

Кваліфікаційна робота
Цифрові методи в навчанні алгебраїчних
виразів та рівнянь

БАЛОГ ЕНІКЕВ АТІЛІВНА

Студентка IV-го курсу

Освітня програма «Середня освіта (Математика)»

Спеціальність 014 «Середня освіта (Математика)»

Рівень вищої освіти: бакалавр

Тема затверджена на засіданні кафедри

Протокол № 3 / 2024

Науковий керівник: **Якоб Еніке Бейлівна**
(доктор філософії з галузі природничі науки,
математика та інформатика, старший викладач)

Завідувач кафедрою математики та інформатики:

Кучінка Каталін Йожефівна

(к. ф.-м. н, доцент)

Робота захищена на оцінку _____, «__» _____ 202_ року

Протокол № _____ / 202_

**Міністерство освіти і науки України
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II**

Кафедра математики та інформатики

**Кваліфікаційна робота
Цифрові методи в навчанні алгебраїчних
виразів та рівнянь**

Рівень вищої освіти: бакалавр

Виконавець: студентка IV-го курсу

Балог Енікев Аттілівна

освітня програма «Середня освіта (Математика)»

спеціальність 014 «Середня освіта (Математика)»

Науковий керівник: Якоб Еніке Бейлівна

*(доктор філософії з галузі природничі науки,
математика та інформатика, старший викладач)*

Рецензент: Пап Габрієлла Габорівна

(старший викладач)

Берегове
2025

Зміст

1. Визначення поняття алгебраїчного мислення	10
1.1 Відмінність між арифметичним та алгебраїчним мисленням	11
1.2 Основні характеристики алгебраїчного мислення	11
2. Теоретичні основи цифрової педагогіки	13
2.1 Поняття цифрової компетентності та її значення в освіті	14
2.2 Характеристики учня XXI століття	16
2.3 Типи цифрових навчальних засобів та їх використання	17
3. Дидактичні та психологічні основи навчання алгебраїчних виразів та рівнянь	21
3.1 Розміщення формул скороченого множення в навчальній програмі 7 класу	21
3.2 Процес формування понять в навчанні алгебри	22
3.3 Труднощі в розумінні алгебраїчних виразів та рівнянь	23
3.4 Конструктивістська теорія навчання і викладання алгебри	24
4. Вплив цифрових методів на мотивацію та успішність учнів	26
5. Методологія дослідження	28
5.1 Дослідницькі запитання та гіпотези	28
5.2 Структура та хід дослідження	29
5.3 Характеристика учнів та шкіл, які брали участь у дослідженні	29
5.4 Використані інструменти та цифрові технології	30
5.5 Метод збору даних та умови збору	31
6. Аналіз результатів дослідження	34
6.1 Аналіз результатів вхідного тестування	34
6.2 Досвід використання цифрових засобів під час навчання	49
6.3 Аналіз результатів підсумкового тестування	52
6.4 Аналіз анкетування та відповідей учнів	66
7. Висновки	70
Резюме (українською)	73
Резюме (угорською)	74
Подяки	75

Список використаної літератури	77
Додатки	86

**Ukrajna Oktatási és Tudományügyi Minisztériuma
II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola**

Matematika és Informatika Tanszék

**DIGITÁLIS MÓDSZEREK AZ ALGEBRAI
KIFEJEZÉSEK ÉS EGYENLETEK TANÍTÁSÁBAN**

Szakdolgozat

Készítette: Balogh Enikő

IV. évfolyamos matematika

szakos hallgató

Témavezető: Jakab Enikő

*(Természettudományok, matematika és informatika
tudományterületén szerzett filozófia doktora, adjunktus)*

Recenzens: Papp Gabriella

(adjunktus)

Tartalomjegyzék

Bevezetés	8
1. Az algebrai gondolkodás fogalmának meghatározása	10
1.1. Különbség az aritmetikai és az algebrai gondolkodás között	11
1.2. Az algebrai gondolkodás fő jellemzői	11
2. A digitális pedagógia elméleti alapjai	13
2.1. A digitális kompetencia fogalma és jelentősége az oktatásban	14
2.2. A 21. Századi tanuló tanulási jellemzői	16
2.3. Digitális taneszközök és alkalmazások típusai	17
3. Az algebrai kifejezések és egyenletek tanításának didaktikai és pszichológiai alapjai	21
3.1. A rövidített szorzás tantervi elhelyezése a középiskola 7. évfolyamán	21
3.2. A fogalomalkotás folyamata az algebra tanulásában	22
3.3. Algebrai kifejezések és egyenletek értelmezésével kapcsolatos tanulási akadályok	23
3.4. A konstruktív tanuláselmélet és az algebra tanítása	24
4. A digitális módszerek hatása a tanulói motivációra és teljesítményre	26
5. Kutatási módszertan	28
5.1. Kutatási kérdések és hipotézisek	28
5.2. A kutatás felépítése és menete	29
5.3. A vizsgálatban részt vevő tanulók és iskolák jellemzői	29
5.4. Alkalmazott eszközök és digitális technológiák	30
5.5. Az adatgyűjtés módszerei és körülményei	31

5.6. Eredmények értékelése és elemzése	34
5.6.1. Az előteszt eredményeinek értékelése	34
5.6.2. A tanítási szakasz digitális eszközökkel támogatott tapasztalatai	49
5.6.3. Az utóteszt eredményeinek értelmezése	52
5.7. A kérdőíves adatfelvétel és a válaszok elemzése	66
6. Következtetés	70
Összefoglalás	73
Köszönetnyilvánítás	74
Mellékletek	83
Резюме	84

Bevezetés

Amióta tanárként dolgozom egyre inkább foglalkoztat az, hogy hogyan lehet a diákokkal igazán kedveltetni a matematika tantárgyát, hogyan lehet akár új módszereket is alkalmazva nem csak motiválni a diákokat, de megkönnyíteni a tananyag megértését.

A mai generációnak a hagyományos oktatás sok esetben unalmas, annyi impulzus éri őket, hogy a hagyományos oktatás és a pedagógus nem tudja felvenni a versenyt. Véleményem szerint a pedagógusnak sem szabad leragadnia a hagyományos tantermi oktatásnál, hanem meg kell találni a diákokkal a közös nevezőt. A 21. században szükség van az oktatás átrendeződésére, hogy a diákok sikeresen sajátítsák el a tananyagot. Mára már a hagyományos tantermi oktatás kevésnek bizonyul, ezért fontos, hogy digitális technológiákat alkalmazzunk az oktatás során. A tanulók információszerzési és -feldolgozási szokásai jelentősen megváltoztak, így az oktatásnak is alkalmazkodnia kell az új generáció tanulási jellemzőihez.

A digitális pedagógia nem csupán új eszközök alkalmazását jelenti, hanem új szemléletet is kíván a tanároktól: személyre szabott, rugalmas és motiváló tanulási környezetet kell kialakítaniuk.

Dolgozatomban arra keresem a választ, hogy milyen mértékben és milyen módon befolyásolja a digitális eszközökkel támogatott oktatás a tanulók teljesítményét és motivációját az algebrai kifejezések, azon belül a rövidített szorzás képleteinek tanulása során, különös tekintettel a szöveges feladatok értelmezésére.

A kutatásom során négy középiskola diákainak bevonásával valósult meg. Két intézményben (a Guti Gimnáziumban és a Beregszászi Bethlen Gábor Líceumban) digitális eszközök segítségével tanítottam az algebrai kifejezések témakörén belül a két kifejezés különbségének és összegének a szorzatát, két kifejezés négyzetének különbségét, két kifejezés összegének és különbségének négyzetét, két kifejezés köbének összegét és különbségét. A Nagyberegi Református Líceum és a Beregszászi Kos-

suth Lajos Líceum diákjai hagyományos oktatásban részesültek. A bemeneti és kimeneti tesztek összehasonlítása alapján elemzem a tanulók fejlődését és a digitális pedagógia hatékonyságát. Majd egy kérdőív segítségével mértem fel azt, hogy a diákoknak milyen élményt nyújtottak az órákon való részvétel.

A dolgozatom első fejezete az algebrai gondolkodás fogalmának a meghatározásával foglalkozik, azon belül kitér az aritmetikai és az algebrai gondolkodás különbségeire, illetve az algebrai gondolkodás fő jellemzőit is vizsgálja. A második fejezetben a digitális pedagógia elméleti alapjait mutatom be, ezen belül a digitális kompetenciák fogalmát és jelentőségét az oktatásban, illetve a 21. századi tanuló tanulási jellemzőit. Ezt követően a harmadik fejezetben foglalkozom az algebrai kifejezések és egyenletek tanításának didaktikai és pszichológiai alapjaival. A fejezetben belül kitérek az algebra tantervének áttekintésére, a fogalomalkotás folyamatára az algebrai tanulás során. Megvizsgálom a tipikus tanulási nehézségeket az algebrai kifejezések és egyenleteknél, majd a konstruktív tanuláselmélet és az algebra tanulásának kapcsolatát. A negyedik fejezetem a digitális módszerek hatása a tanulói motivációra és teljesítményre témakörét vizsgálja. A fejezet során kitérek a tanulói motiváció jellemzőire és változására a digitális környezetben.

Céлом, hogy rávilágítsak: a digitális eszközök megfelelő alkalmazása nem csupán technikai újítás, hanem lehetőség arra, hogy hatékonyabb, személyre szabottabb és élményszerűbb tanulási folyamatokat hozzunk létre – különösen olyan komplex és absztrakt területeken, mint az algebra.

1. fejezet

Az algebrai gondolkodás fogalmának meghatározása

Az algebrai gondolkodáshoz szükség van arra, hogy az aritmetikai gondolkodáson túl olyan kognitív képességeket alkalmazzunk, mely nem csak a számokkal való műveleteket, hanem a szimbólumok kivetítését és összetettebb összefüggések megértését képezi, mely során sikeresen old meg összetettebb matematikai feladatokat. A cél, hogy a diákok az oktatás során az új matematikai fogalmakat tudakozás útján tapasztalják meg, ezáltal a későbbiekben tudjanak általánosítani a pontos számítások után, mely által átfogó képet kapnak arról, hogy szimbólumok a gondolatok közvetítésének eszközei [1].

Kriegler szerint az algebrai gondolkodás legfontosabb elemei a minták, relációs összefüggések felismerése.

Az algebrai gondolkodás során nem csak új szimbólumok elsajátítása a cél, hanem hogy átfogó gondolkodás formálás történjen, a matematikai struktúrák összhangjával. Ezen folyamat során a diákok az aritmetikai műveletekről áttérnek a változók és különböző szimbólumok bevezetésére [21].

Az algebrai gondolkodás aritmetikai műveletek kiszélesítése, vagyis olyan szemleletmód és gondolkodás, mely során a diákok nem csupán számokkal, hanem ismeretlennel dolgozzák fel a tananyagot. Ez nagyban segít az egyenletek és egyenlőtlenségek esetén a könnyebb megértést, az általánosítást, mely során a könnyedén tudják majd alkalmazni az adott témakört, más logikai esetekben is [22].

1.1. Különbség az aritmetikai és az algebrai gondolkodás között

Míg az aritmetikai gondolkodás során konkrét számokon és ismert műveleti algoritmusokon alapul, ahol a számításokat egy algoritmus felépítése alapján végzünk el. Ezzel szemben az algebrai gondolkodás tágabban értelmezi, mely során a számokat már absztrakt szimbólumokkal párosítunk, ezáltal általánosítani is könnyebb, mely során a relációs összefüggések megértése is egyszerűbbé válik. A tanulóknak el kell sajátítaniuk a változókkal való munkát és ez által általánosítva levonniuk a következtetést a feladattípusok megoldása során [8].

1.2. Az algebrai gondolkodás fő jellemzői

A következő négy pontban fogom bemutatni azon jellemzőket, melyek nagyban hozzájárulnak az algebrai gondolkodás sikeréhez.

Általánosítás során a diákok adott konkrét eset alapján levonják a következtetést, ezáltal kapnak egy átfogó képet arról, hogy melyek azok az általános szabályok és minták, melyek akár több problémára is alkalmazhatóak. [24].

Az általánosítás képesség fejleszthető, melyhez nagyban hozzájárul az, ha a diák sikeresen alakít ki egy általános matematikai nyelvet, mely során a komplexebb problémákat is képes egyszerűsíteni és megtalálni a megoldási elvet [1].

Kulcsfontosságú az általánosítás fejlesztése ahhoz, hogy mélyebb és magasabb szintre emeljük az algebrai gondolkodást, mely hozzájárul a tanulók számára a szabályszerűségek felismeréséhez is [36].

David Tall kutatásában kimondja, hogy a matematikai készségek fejlődésében a tanulók nemcsak megtanulják a mechanikus eljárásokat, hanem képesek lesznek rugalmasan váltani a konkrét számítási módszerek és az absztrakt, általános matematikai minták felismerése között. Ez a gondolkodásmód lehetővé teszi számukra, hogy a matematikai problémákat ne csak lépésről lépésre oldják meg, hanem megértsék a mögöttes struktúrákat is, és így magasabb szintű matematikai érvelésre tegyenek szert [7].

A formalizáció során a diákok gyakran képletes módon megfogalmazott matematikai ötleteket és észrevételeket egy precíz, jól definiált és logikailag összefüggő

jelölési rendszerbe alakítják át [7].

Ez a lépés az absztrakció elengedhetetlen eleme, amely lehetővé teszi, hogy az egyszeri, konkrét esetekből általánosítható matematikai struktúrák jöjjenek létre. [36]. A formalizáció során nem csak számítási feladatokat végeznek és ismétlik azokat, hanem ezáltal képesek mélyebben megérteni és általánosítani, így a nehezebb fogalmakat is képesek kialakítani [7].

A Geogebra alkalmazása hozzájárul a formalizációhoz, a következő tanulmány pontosan ennek a lehetőségeit térképezi fel. A kutatás a vizuális eszközökkel támogatott formalizációra reflektál [23].

A változók kezelése, alkalmazása esetén lehetőségünk általánosítani a matematikában. Ezáltal túl lépünk az aritmetikai műveleteken és sokkal magasabb szintű gondolkodásra törekszünk, mely elengedhetetlen része az algebra megértésének [21].

Amikor egy algebrai azonosságot hozunk létre, a változó bevezetése lehetővé teszi, hogy több, különböző konkrét esetből származó szabályosságot egy egységes, általános képletté alakítsunk, melyet a tanulók később számos probléma megoldására alkalmazhatnak [45].

A változók segítségével a tanulók nem csupán konkrét példákra alapuló számolást végeznek, hanem képesek megérteni és alkalmazni azokat az általános szabályokat és struktúrákat, amelyek az algebrai gondolkodás magasabb szintjét jellemzik [20].

A Szimbolikus reprezentáció a komplex matematikai összefüggéseket amikor kifejező jelölések segítségével írunk fel akkor beszélhetünk szimbolikus reprezentációról. [34] Amellett, hogy a számolási művelete leegyszerűsítését segíti, esélyt ad a vizuális elemek használatával, a könnyebb megértésre az összefüggések során [35, 12].

2. fejezet

A digitális pedagógia elméleti alapjai

Amikor a digitális világgal állunk szemben pedagógusként, még mi sem látunk egy teljes képet arról, hogy a diákok milyen információ halmazzal is rendelkeznek a világról, egymásról a közösségi médián belül. Ezen információ halmaz által a diákok olyan információ rengeteghez jutnak hozzá, mely tanulmányaikra és osztály közösségükre egyaránt akár negatív hatással lehet. Ezek az aprónak tűnő dolgok igencsak befolyásolják a pedagógus munkáját a tanórák során. Az online lehetőségek olyan eszközöket biztosítanak, melyek miatt a tanár szerepe ártékelődik [43].

A digitális világban az információ gyors elérése adott, a tanár fő feladata, hogy az információ berögzült tudássá alakulhasson ezen eszközök alkalmazásával [9, 10]. Ahhoz, hogy az oktatás létrejöjjön három tényezőre van szükség a diákra, a pedagógusra és a tananyagra. A digitális világban ezek közül a tanár és a tananyag pótolható, viszont egy létfontosságú elem marad az pedig a diák.

Generációs különbségek.

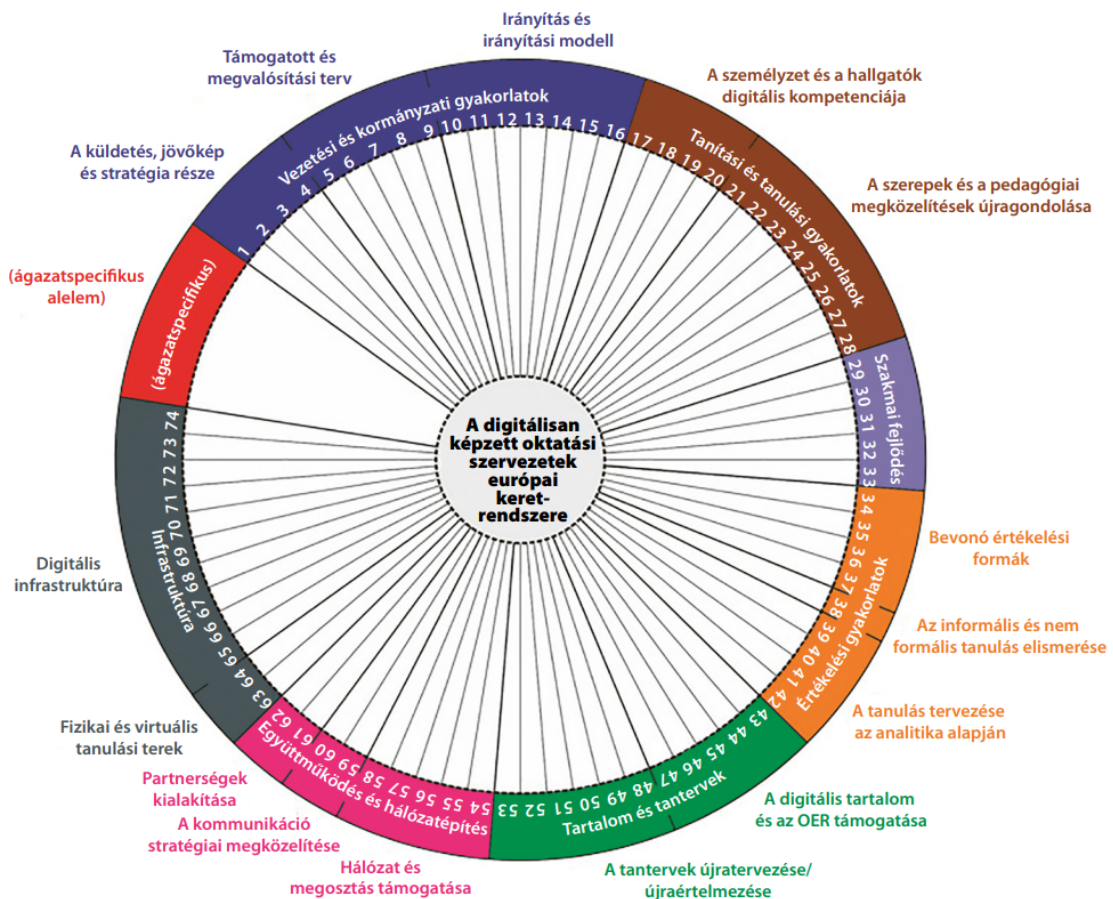
Az Y, Z és Alfa generációk már a digitalizáció részei, így könnyebben veszik, azokat az akadályokat melyet az internet világa nyújt. Ha az iskolai oktatásról beszélünk akkor főként a Z és az Alfa generáció érintett és őket kell megvizsgálnunk, feltérképezniük. Ezen generációk már internethez kötöttek, itt már úgy érkeznek az oktatásba, hogy eszközhasználatuk magas szintű, óvodás korukban már a mesét is egyénileg irányították vagy léptek túl rajta [32].

A pedagógus titka lehet az, ha ötvözni tudja a digitális módszereket a hagyományos oktatási módszerekkel. A diákokat ezáltal közös gondolkodásra motiváljuk, mely egy olyan megújult közösséget hozhat létre, amely nagyban növeli

a közösség digitális kompetenciáinak fejlődését [15].

2.1. A digitális kompetencia fogalma és jelentősége az oktatásban

Az önértékelési és irányítási folyamatok, továbbá a digitális tanítási formák bevezetéséhez hozták létre a DigCompOrg (Digitally Competent Educational Organisations – Digitálisan Kompetens Oktatási Szervezetek) keretrendszerét, amely oktatási szervezetek úgymint, az általános iskolák, középiskolák, szakképzési intézmények, felnőttoktatási és felsőoktatási intézmények használhatják [43].



2.1. ábra.

A digitálisan képzett
oktatási szervezetek európai keretrendszere [6]

Információ Ebben az esetben három kompetenciára van szükségünk az információ

megtalálására, keresésére, annak értelmezésére, illetve a régi információk előhívására, tárolására. Vagyis az illetőnek tudnia kell elvégezni bizonyos műveleteket, mint egy online időpontfoglalás, ügyintézés, akár egy adott termékkel kapcsolatos információ keresése [32].

Kommunikáció

Olyan interakciók tartoznak ide melyeket a technológia adta lehetőségeket felhasználva kell tudjunk elvégezni. Ebben az esetben képesek vagyunk digitális tartalmakat és információkat megosztani, emellett akár az online rendszereken belül digitálisan gyakorolni állampolgárságunk, személyazonosításunk [43].

Együttműködés

Az egyén mennyire képes együttműködni a munkája során, mások felzárkóztatásában milyen szintű szerepet tud vállalni és azt hogyan viszi véghez [6].

Tartalom elkészítése Az illető képes digitális tartalmakat létrehoz, emellett tisztában van a szerzői jogokkal. A személyes adatokra [15]. Emellett fontos tényező, hogy tud prezentációt készíteni, melyben nem okoz gondot a kép, hang és videó beillesztése, az elemek megváltoztatása, formázása. Illetve a kódolás is hozzátartozik a tartalmak létrehozásához.

Biztonság Ahhoz, hogy megvizsgáljuk ezt a részét a digitális kompetenciák közül, fontos négy kompetenciát megemlítenünk, mely elengedhetetlen a biztonságos digitális léthez. Az első, hogy az eszközeink biztonsága meglegyen, melyben a különböző vírusírtók lehetnek segítségünkre. Emellett elengedhetetlen a személyes adataink biztonsága sem, ehhez szükségünk van olyan jelszavakra, amelyek megfelelőek és nem a legegyszerűbb számkombinációk alkalmazására, illetve adataink mellett a fizikai egészségünk megőrzése sem elhanyagolható ezért fontos megemlíteni, hogy a képernyőhasználat az legyen minél biztonságosabb, nem csak a képernyő fényereje, hanem az egyhelyben való ülés. Környezetünk szempontjából, fontos kitérnünk arra, hogy az online tartalmak befolyással bírnak ezen területen is, így tudatosan kell kezelnünk az online világban megjelent híreket, trendekre [32].

Problémamegoldás.

Az egyik legfontosabb alkotó eleme a digitális kompetenciáknak, a probléma megoldás. A szoftverek telepítése, használata, a technológiai eszközökkel való problémák

megoldása elengedhetetlen. Ahhoz, hogy egy diák és tanár megfelelően tudja használni az online szoftvereket és innovatívan használja fel az oktatásban, ahhoz ismeretet kell szereznie ezen szoftverek működéséről. Ha felismerjük hiányosságainkat és fejlesztjük, ezzel bebizonyítjuk, hogy a digitális kompetenciák fejleszthetőek már csak meg kell találnunk az ehhez megfelelő eszközöket [43].

Hogy miért elengedhetetlen a digitális tudás az oktatásban napjainkban? A diákok eszközhasználata nagyon magas, mégis sokszor ellenállást tapasztalunk akkor, ha digitális eszközökkel való oktatásra törekszünk. Ha logikusan gondolkodunk, akkor úgy véljük, hogy evidens a diákok részéről az együttműködés, kényelmesen mozognak ezen területen és motiválóan hat a tanulási szokásaikra, ha megmutatjuk számukra, hogy milyen hasznos tevékenységre lehet használni a rendelkezésre álló digitális eszközeinket. Sajnos viszont ezen kezdeményezések során rádöbbenünk arra, hogy sok esetben a diák nem érti, nem látja át egy-egy digitális rendszer működését. A diákok eszközhasználata korlátokba ütközik, mely során kiderül, hogy a tanulási módszerekre nem állnak készen [32].

2.2. A 21. Századi tanuló tanulási jellemzői

A digitális eszközök jelenléte nem csak a diákok, de a tanárok számára is fontos, mely egy iskolai átalakulást hoz magával, ahol elengedhetetlen lesz a digitális eszközök valamely szintű alkalmazása [19].

Ahhoz, hogy az oktatáson belül átlátható képet kapjunk a digitális kompetenciák fejlesztési lehetőségeiről, meg kell értenünk mi is alkotja a digitális kompetencia teljes egészét. Elsősorban kritikus gondolkodáson és felelősségteljes alkalmazáson múlik. Ahhoz, hogy a digitális technológiát megfelelően tudjuk elsajátítani a tanulás és a munka során elengedhetetlen, hogy körültekintően használjuk azt. A digitális kompetenciákhoz tartozik, hogy az információ és adathalmazt megfelelően tudjuk hasznosítani, mint digitális tartalmak az oktatás esetében digitális tananyagok, tanulást segítő játékok, feladatok létrehozása [26]

Az alapvető készségek és képességek, mint a kritikus gondolkodás, a kreativitás, a kommunikáció és az együttműködés melyek elengedhetetlenek a diák fejlődéséhez.

A kritikus gondolkodás, amely segítségével képesek vagyunk mérlegelni és megítélni egy adott állításról, hogy releváns vagy sem. A kritikus gondolkodás, nagyban hozzájárul ahhoz, hogy megmutassuk a diákoknak, hogy a szavaknak jelentésük és erejük van, mely nagyban segítheti őket eligazodni a digitális világban [17]. A kreativitás fejleszthető, mely során az egyén képes egyénileg alkotni és fejleszteni, újragondolni (Tolmácsolás, digitalizáció, mesterséges intelligencia Horváth Il-dikó). 17 A digitális pedagógia elengedhetetlen része, melyben a tanár és a diák egyaránt érdekelt, viszont ugyanolyan fontos hangsúlyt fektetnünk az ismeretek berögződésére, mint a kreativitás, mely során számolnunk kell pozitív és negatív hatásokkal melyekre a pedagógusnak fel kell készülnie, különben egy pozitív élmény helyett a diákban sikertelenség érzése támad, ha nem tud kezelni egy online felületet, vagy ha a digitális eszközök alkalmazásakor problémák merülnek fel, mely rontsa az oktatás minőségét [43].

A tanulás fogalma napjainkban megváltozott, a tanulási tevékenységek meg reformálódni látszanak. A tanítás-tanulás másként jelenik meg, sokkal összetettebb módon kell értelmeznünk, átértékelődik a pedagógus szerepe és tevékenysége, melyre nyitottnak kell lennie a tanárnak a tanítás sikeressége érdekében [9, 10].

A digitális módszerek alkalmazása nagyban hozzájárulhat a tanítás sikeréhez, a tananyag mély berögzüléséhez. A digitális eszközök nem váltják le az oktatás helyszínét, inkább színesítik és több lehetőséget biztosítanak az kreativitás és a digitális kompetenciák fejlesztéséhez, továbbá lehetőséget ad csoportmunkára, élményszerűsége, amely által az oktatás minősége javul és a diákok az adott tantárggyal kapcsolatban motiváltabbak lehetnek [43].

2.3. Digitális taneszközök és alkalmazások típusai

A digitális eszközök rengeteg formája ismert, ebben a bekezdésben viszont bemutatom csoportosítva, hogy milyen eszközöket alkalmazhat az oktatásban a matematika tanítása során egy pedagógus.

Prezentáció

A prezentációs eszközök segítenek a strukturált, logikus és átlátható módon

szemléltetni a matematikai tartalmakat az oktatás során. A prezentációk segítségével vezethetünk be új tananyagot, a prezentálás során lehetőségünk van kiemelni fontos elemeket és vizuálisan is elősegíteni az ismeretek elmélyülését. Ezt az eszközt olyan témakörök esetében tudjuk igazán hasznosítani, ahol használnunk kell ábrákat, grafikonokat, képletek lépésenkénti levezetését [32].

A prezentálást többféle módon is alkalmazhatjuk. Új fogalmak bevezetése esetén, főként akkor remek választás, ha egy nehezebben megérthető anyagot szeretnénk átadni. A prezentációba képeket és különböző animációkat vagy akár videókat is tudunk illeszteni. Tananyag összefoglalására is használhatjuk, ami a már korábban tanultakat összesíti. Használhatjuk projektfeladatok vagy akár csoportmunkák során is, melyben a tanulókat is önálló munkára ösztönözzük [48].

A prezentációk előnye, hogy:

- Vizuális tanulást támogatnak, ami különösen fontos az absztrakt fogalmaknál,
- Segítik a figyelem fenntartását és az érdeklődés felkeltését,
- Lehetővé teszik a differenciálást, mivel a tartalom vizuálisan is megjeleníthető több szinten,
- Támogatják a tanulók aktív bevonását és a digitális kompetenciák fejlődését, ha a tanulók maguk is készítenek prezentációkat. [44].

A prezentációt egy szemléltetőként tudjuk használni, mely a tanórák során jobban berögzül a tapasztalt információ. Fontos, hogy az oktatás során az elkészített prezentáció minden diák számára látható legyen a diák minden helyzetéből. A leggyakrabban használt prezentációkészítő alkalmazások közé tartozik a Microsoft PowerPoint, a Google Slides vagy a Prezi. Ezek mind lehetőséget adnak képek, grafikonok, videók beillesztésére, animációk és áttűnések használatára, valamint akár az élő prezentáció során történő jegyzetelésre is. A PowerPoint előnye a könnyű kezelhetőség és az offline használhatóság, míg a Google Slides erőssége az online együttműködés és a fájlok bárholonnan elérhető tárolása. A Prezi dinamikus mozgásra és térbeli elrendezésre épülő megoldása különösen jól használható összefüggések vizuális ábrázolására [16].

Interaktív feladatkészítő

Az interaktív feladatkészítő eszközök olyan online platformok (pl. Wordwall, LearningApps, Genially, Baamboozle), amelyekkel a pedagógus látványos, játékos feladatokat állíthat össze. Ezeken a felületeken mozgatható objektumokkal, rajzolható ábrákkal, szimulációkkal vagy egyéb multimédiás elemekkel tehetők interaktívvá a matematikai feladatok. A diákok okoseszközeiken vagy a tantermi kivetítőn keresztül oldhatják meg ezeket a feladatokat, és azonnal visszajelzést kapnak eredményükről. Az interaktív, játékos megoldásokkal készült feladatok élvezetesebbé teszik a tanórát, ezáltal a tanulók motiváltabban vesznek részt az órán [48] .

A legtöbb interaktív eszköz automatikusan ellenőrzi a megoldásokat, így a tanuló még az órán látja, ha hibázott, és javíthatja tudását. Ez gyorsítja a tanulási folyamatot és folyamatos önellenőrzést tesz lehetővé. Ezek az eszközök általában lehetővé teszik a feladatok nehézségének és típusának testre szabását [48]

A digitális környezet személyre szabhatósága révén a tanár könnyebben igazíthatja a kihívások szintjét a diákok egyéni tudásszintjéhez. Így a gyengébb és az előrehaladottabb tanulók is saját szintjükhöz igazított feladatsorokat kaphatnak [48]

A következőkben felsorolom azokat a feladatkészítő programokat, melyek alkalmazása segíthet a digitális eszközökkel való oktatás során.

Wordwall - Interaktív játékos feladatkészítő program, mely 33 sablont biztosít a felhasználóinak [42].

LearningApps és az Okosdoboz – ezen alkalmazások segítségével tankockákat készíthetünk.

Geogebra – dinamikus matematikai program, mely egyszerre van segítségünkre az algebra és a geometria ábrázolásában. Az objektumok szabadon elmozdíthatóak, így a diákoknak sokkal szemléletesebb bemutatása során megjegyzik és megértik a tananyagot [38].

3. Tesztelő eszközök

A digitális tesztelő eszközök olyan alkalmazások, amelyekkel a pedagógus online dolgozatokat, kvízeket, tudáspróbákat állíthat össze és oszthat ki a diákoknak. Ezeket az eszközöket használhatjuk a tananyag számonkérésére és gyakorlására egyaránt.

Automatikus javítás – A tanulók aktuális tudásszintjéhez igazítja a feladatokat. Ez lehetőséget ad személyre szabott tanulásra, mivel a tanuló tudásához igazítottan kap könnyebb vagy nehezebb kérdéseket [47].

Nyomon követhetőség, kiértékelés – A pedagógus egyszerűen azonosíthatja a tanulók gyenge pontjait, és célzottan tud beavatkozni az egyéni vagy csoportos fejlesztés során [11].

Motiváció – Növelik a diákok tanulási kedvét, aktivitását, és élményszerűbbé teszik az ismétlést, gyakorlást. A pontversenyek és rangsorok ösztönzik a diákokat a részvételre, és elősegítik a pozitív versengést [39].

Kahoot és Quizizz – Olyan kvízkészítő alkalmazások, melyek a feladatok megválaszolásával rögtön visszajelzést adnak a helyes megoldásokról. A diákok körében nagyon népszerűek [32].

Redmenta – Feladatkészítő program, mely új AI-funkcióval bővülve segíti a tanárok munkáját. A Redmenta használatával nyomtatott vagy online formában, akár Google Classroom-ba illesztve is irathatók felmérők. Lehetőség van időkorlát, illetve kitöltési korlát beállítására is [42].

Ezen digitális eszközök csak akkor válhatnak hatékonná, ha a pedagógus felkészült, ismeri az adott területet, és sikeresen át is tudja adni ezt a tudást a diákoknak.

3. fejezet

Az algebrai kifejezések és egyenletek tanításának didaktikai és pszichológiai alapjai

3.1. A rövidített szorzás tantervi elhelyezése a középiskola 7. évfolyamán

Az ukrainai tanmenet során a 6. osztályig matematika tantárgyat tanulnak a diákok. A 7. osztályban csoportosítjuk algebra és mértan tantárgyakra, ahol az algebrai oktatás során heti 3 órában, míg a mértan tantárgy oktatása során 2 órában sajátítják el a tananyagot [31].

A következő táblázatba foglaltam össze azon témaköröket, melyeket a rövidített szorzás képletein belül veszünk át [31].

Téma	Óraszám
Két kifejezés különbségének és összegének szorzata	2
Két kifejezés négyzetének a különbsége	2
Két kifejezés összegének és a különbségének a négyzete	2
Polinom átalakítása két kifejezés összegének és különbségének négyzetévé	2
Két kifejezés köbének összege és különbsége	2

3.1. táblázat. A rövidített szorzatok tanításának tematikus felosztása

3.2. A fogalomalkotás folyamata az algebra tanulásában

A fogalomalkotás az elvonatkoztatás eredményeként jön létre. Tárgyi és logikai tartalmat különböztetünk meg. A tartalom azon tulajdonságok összesége, amelyek segítségével kifejezzük a fogalom lényegét. Ha ezen fogalom tartalmi része összeegyeztethető, abban az esetben beszélhetünk logikai tartalomról. A fogalmak mindegyike önálló jelentésű, így önálló jelként tekintünk rá. A szó, a fogalom külső kifejezése, amely segítségével felfoghatóvá és érzékelhetővé válik [33].

Ahhoz, hogy a tanuló a matematikai fogalmak tanulása során sikereket érjen el, elengedhetetlen része a jó definíció megfogalmazása. A megfelelő definíció nem lehet sem túl szűk, sem túl tág. Nem tartalmazhat ellentmondást, egyértelmű és világos kell legyen. Fontos kiemelni, hogy a megfelelő fogalomhasználat is fontos, mely során csak olyan fogalmak szerepelhetnek egy újabb fogalom bevezetésénél, melyet a diák már ismer [33].

A matematika tanításánál a problémamegoldó megközelítés nagyban hozzájárul ahhoz, hogy nem csupán ismeretátadás történik az oktatás során, hanem ismeretépítésre fókuszál. Amely során a diákok egyénileg is fejlesztik a problémamegoldó készségüket. Fontos, hogy a fogalom megértése és megtanulása ne a bemagolás elvén történjen, hanem tanulási tevékenység során [33].

Leitner Lászlóné a fogalomtanítás során két típust különít el. Az első a megkezdett fogalom folytatása, hogy a már kialakított fogalmakat bővítjük. A második azaz új fogalom teljes kiépítése.

Ha a tanulók meglévő kognitív sémái megfelelően aktiválódnak, abban az esetben az új fogalmak sikeresen beépülnek a gondolkodási rendszerükbe viszont, ha nem, akkor csupán memorizált információként maradnak fent.

Következtetésként az vonható le, hogy a tanulók fogalomtanulása nem szólhat a bemagolásról. Fontos, hogy az aktív megértési folyamat legyen a cél [33].

3.3. Algebrai kifejezések és egyenletek értelmezésével kapcsolatos tanulási akadályok

A következőkben négy kutatást szeretnék összesíteni, mely során megmutatkoztak azok a tipikus tanulási nehézségek, melyek az algebrai oktatás során, azon belül az algebrai kifejezések és egyenletek megoldása során jelentkeztek.

1. Ezen tanulmány főként az algebrai problémamegoldások során felmerülő nehézségeket vizsgálja. Az egyik fő probléma a szövegértelmezése, főként matematikai kontextusba helyezve. Ez a kutatás kimondja, hogy változást tapasztaljunk az algebra oktatása során, fontos hangsúlyt fektetni a szöveges feladatok és az algebrai gondolkodás kapcsolatára és annak összehangolására [5].

2. A tanulási nehézségek hátterében sokszor motivációs vagy pszichológiai okok, tényezők is állhatnak, melyek befolyásolják a tanulás eredményességét. A diákok szorongással és bizonytalansággal küzdenek, melyek korlátozó tényezők a tanulás során. Ezen tanulmány azt vizsgálja milyen módszerekkel csökkenthető a matematika tanulással kapcsolatos szorongás és stressz, hogy milyen technikákat alkalmazva tudunk örömteli és tartalmas oktatást végezni a diákok között [13].

3. A következő tanulmány pontosan az algebrai egyenletek és egyenlőtlenségek tanításának módszereit vizsgálja középiskolás diákok körében. A kutatás célja olyan innovatív oktatási technikák kidolgozása, amelyek segítik a diákokat az algebrai problémák megértésében és megoldásában [40].

4. Ez a tanulmány az algebrai elemek tanulásának nehézségeit vizsgálja az általános iskola alsóbb évfolyamain. A kutatás szerint a fiatalabb diákok gyakran küzdenek az algebrai fogalmak megértésével, különösen az egyenletek és egyenlőtlenségek terén. Az egyik fő probléma az, hogy a diákok nehezen különböztetik

meg az aritmetikai és algebrai műveleteket, valamint a matematikai terminológia használata nem mindig egyértelmű számukra. A tanulmány javasolja az interaktív és vizuális tanítási módszerek alkalmazását, amelyek segítenek a diákoknak mélyebben megérteni az algebrai struktúrákat [4].

A négy kutatás segítségével levonhatjuk a következtetést, melyben kiderül, hogy a tanulási nehézségek az algebra tanulásánál sok diák esetében gondot okoz a szöveges feladatok matematikai szerkezetének felismerése, az aritmetikai és algebrai gondolkodás közti váltás, valamint a vizuális elemek helyes értelmezése. Emellett a szorongás és önbizalomhiány sokszor akadályozza a problémamegoldást, míg mások mechanikusan alkalmazzák a szabályokat anélkül, hogy valóban értenék az összefüggéseket. Ezek a nehézségek leküzdhetők interaktív és vizuális oktatási módszerekkel, fokozatos építkezéssel és az alapok elmélyítésére szánt megfelelő idővel.

3.4. A konstruktív tanuláselmélet és az algebra tanítása

A konstruktív tudáselmélet kimondja, hogy a tanulók nem csak befogadják az információkat, annál inkább a saját tapasztalásaikra építve alakítják ki a saját matematikai gondolkodásukat. Mely nagyon fontos részét képezi akkor, ha algebra tanulásáról van szó. Hallagan és munkatársai kiemelik a vizsgálatuk során, hogy azon módszerek, melyek hétköznapi problémák megoldásával vett foglalkoznak, nagyban segítik a diákok tudásfejlődését. A nehezebb szintű fogalmak gyakran megnehezítik az összefüggések megértését. Számos tanulónak gondot okoznak az absztrakt fogalmak, melyet nehezen sajátítanak el [14].

A következő tanulmányban rámutattak arra, hogy az oktatás során a leghatékonyabb módszerek a játékos és vizuális elemek bevezetése és alkalmazása a tanulási folyamatba. Nagyban befolyásolják az interaktív és vizuális elemek használata a konstruktív megközelítésnek a sikerességét. A kutatók felhívják a figyelmet arra, hogy a tanulók az egyenletek logikai szerkezetét sikerebben megértik akkor, ha azokat interaktív eszközökkel mutatjuk be számukra az oktatás során [3].

Azon diákok, akik szerves részei a problémák megoldásának és van bennük akarat az önálló felfedezésre az összefüggések terén, ezen diákok sikerebben és magabiztosabban végeznek el algebrai kifejezéseket és egyenleteket. Mivel a tanulók mo-

tívációja és önbizalma elengedhetetlen részét képezi annak, hogy milyen az algebrai teljesítményük [29].

Az algebrai oktatás korszerűsítésével, nem csak a diákok aktív részvétele, de az önálló tanulásra való ösztönzés is megjelenik az oktatás során. A konstruktív megközelítés nem csak a matematikai problémamegoldásra, hanem az általános kritikai gondolkodás fejlesztésére is hatással van. Ehhez elengedhetetlen a pedagógiai módszerek folyamatos fejlesztése, ha hatékony oktatást akarunk végezni. A hagyományos tanítási technikák nem mindig elegendőek az algebra mélyebb megértéséhez, ezért kell alkalmaznunk interaktív eszközöket.

4. fejezet

A digitális módszerek hatása a tanulói motivációra és teljesítményre

A digitális oktatási módszerek az oktatásban egyre nagyobb szerepet kapnak. Az online oktatás idejében köszöntött be igazán ezen eszközök szükséges használata. A tanulási folyamatokban fontos szerepet játszik a diákok motivációja és teljesítménye tekintetében is. Míg ezen eszközök növelhetik az egyéni és önálló tanulást, addig csökkentik a személyes interaktivitást, mely következtében a tanulási folyamatokat személyre kell szabni [2].

A digitális eszközök folyamatos jelenléte egyszerre lehet segítő, de elvonhatja a figyelmet, mely következtében csökkeni fog a diákok teljesítménye. Ezért elengedhetetlen, hogy a pedagógus személyében egy tudatos eszközhasználat legyen jelen, mely során elkerülhető a negatív hatása [28].

Vannak olyan platformok melyek már nem csak interaktív eszközökkel rendelkeznek, hanem a mesterséges intelligenciát is alkalmazzák. Ezen oldalak képesek növelni és javítani a diákok teljesítményén, mivel olyan személyre szabott feladatokat képesek létrehozni, melyek segítségével aktív tanulás történik, ahol egyénileg képesek a diákok a saját tempójukban elsajátítani különböző témaköröket, akár ismétlésekkel együtt [25].

A pedagógusok és a diákok számára is remek lehetőségeket nyújtanak a digitális eszközök. A pedagógus tekintetében nemcsak szakmai fejlődést, de motivációt is adhat, mert a diákoktól ezáltal érdeklődést tapasztal az oktatás során. Mely kölcsönös fejlődésre indítja mind a diákokat, mind a pedagógusokat is [41].

A diákok a tanulási eredmények javulásában, már sokkal inkább fontos szerepe van annak, hogy hogyan állnak a digitális eszközeikhez. A digitális környezet hatással van a diákok teljesítményére, mely erősíti az önálló tanulást, és az egyén motivációját is növelheti [46].

A digitális eszközökkel való oktatás során a diákok motivációja többféle módon mutatkozik meg. Az egyéni tanulás lehetőséget biztosít a saját tempóban történő tanuláshoz, emellett lehetőséget nyújt mélyebb érdeklődésre, mely sikerélményt nyújt, ezáltal motiválja a diákokat [30].

A diákoknak igényük van a játékra egyébként is, ezért ezeket a játékos elemeket alkalmazva és felhasználva tudunk elérni előre lépést a tanulás során. Az élmény mely ezen eszközök használatakor jelen van, elősegíti a tananyag mélyebb megmaradását [27].

5. fejezet

Kutatási módszertan

Mint a világ minden területén, úgy az oktatásban is jelentős szerepet tölt be a digitális eszközök és módszerek alkalmazása. Számos hátránya, de számtalan előnye is van a digitális eszközök alkalmazásának a matematikaoktatás során. Az algebrai gondolkodás esetén fontos kitérnünk a hagyományos és a digitális eszközökkel támogatott oktatás közötti különbségekre, hogy milyen hatást gyakorol a diákokra a digitális oktatás vagy épp annak a hiánya. A digitális eszközök tudatos felhasználása segítheti a tanulók algebrai gondolkodásának fejlesztését. Célom, hogy a kutatásom során választ nyerjek arra a kérdésre, hogy hogyan járul hozzá a digitális eszközök alkalmazása a diákok algebrai gondolkodásához, illetve, hogy milyen befolyással bír az algebrai kifejezések értelmezésének és alkalmazásának segítésében.

5.1. Kutatási kérdések és hipotézisek

K1. Hogyan befolyásolja a digitális eszközök használata a tanulók algebrai kifejezésekkel kapcsolatos problémamegoldó képességét?

K2. Növeli-e a digitális eszközök használata a tanulók motivációját a matematikai problémák megoldásában?

K3. Milyen különbségek figyelhetők meg a digitális és a hagyományos módszerekkel tanuló csoportok teljesítményében?

H1. A digitális oktatási módszerek használata nem rontja a tanulók algebrai kifejezések megértését.

H2. A digitális eszközök alkalmazása növeli a tanulók motivációját és támogatja

az önálló tanulást.

H3. A digitális eszközökkel támogatott osztályok nagyobb arányban oldanak meg sikeresen algebrai feladatokat, mint a hagyományos oktatási módszereket alkalmazó csoport.

5.2. A kutatás felépítése és menete

A vizsgálat célja annak feltárása volt, hogy a digitális taneszközök alkalmazása miként befolyásolja a 7. osztályos tanulók algebrai kifejezésekhez és egyenletekhez kapcsolódó tudását, problémamegoldó képességét, valamint a tantárgy iránti motivációját. A kutatásom során elő- és utó tesztekkel mértem az alkalmazott módszer hatékonyságát. Munkám során két csoportot hasonlítok össze, ahol a kísérleti osztály digitális eszközökkel támogatott oktatásban részesült, ezzel szemben pedig a kontroll osztály állt, ahol hagyományos oktatásban részesültek a diákok.

5.3. A vizsgálatban részt vevő tanulók és iskolák jellemzői

A kutatásomban több általános iskola 7. évfolyamos tanulói vettek részt. A diákok életkora jellemzően 12–13 év között mozog. A vizsgálati mintát két tanulócsoport alkotja, akik különböző oktatási módszerekben részesülnek. Az egyik csoport a digitális eszközöket alkalmazó oktatásban vett részt, míg a másik csoport a hagyományos, főként frontális oktatási módszert követő oktatásban részesült.

A résztvevők kiválasztása nem véletlenszerű módon történt, hanem a rendelkezésre álló iskolai csoportok alapján. A tanulók az iskola tanrendje szerint, az intézmény beleegyezésével és a szülők előzetes tájékoztatása, hozzájárulása mellett vettek részt a kutatásban. A kutatás során az anonimitás és az önkéntesség elveit minden esetben biztosítottam.

A digitális eszközökkel támogatott oktatási órák két intézményben zajlottak: a Beregszászi Bethlen Gábor Líceumban és a Guti Gimnáziumban. Mindkét intézményben van interaktív tábla, projektor és laptop, melyek nagyban hozzájárultak az oktatás sikerességéhez. A megfelelő felszereltséggel ellátott osztálytermek szükségesek az interaktív órák megvalósításához. A kontroll osztályok résztvevői a Beregszászi Kossuth Lajos Líceum és a Nagyberegi Református Líceum diákjai.

5.4. Alkalmazott eszközök és digitális technológiák

A kutatás során célom volt minél változatosabb digitális eszköz bevonása és ezek ötvözése a tanórák során, annak érdekében, hogy a tanulás folyamata motiválóbbá, élményszerűbbé és interaktívabbá váljon a tanulók számára. A digitális oktatásban részesülő osztályok esetében különféle platformokat és alkalmazásokat használtam, amelyek különböző tanulási formákat támogattak – például gyakorlást, önellenőrzést, vizualizációt vagy éppen a játékosítást.

Az órák során az 5.1 ábrán látható digitális eszközöket és alkalmazásokat alkalmaztam:

- Wordwall – Interaktív feladatok létrehozására és órai alkalmazására, főként ismétléshez és fogalmak gyakorlásához.
- Redmenta – Online feladatlapok készítésére, gyakorló és ellenőrző célzattal.
- Photomath – Bizonyos algebrai műveletek értelmezésének támogatására, vizuális és lépésenkénti megoldások bemutatására.
- PowerPoint, Canva – Tananyag vizuális bemutatására, rendszerezésére.
- YouTube (vágott videók) – Rövidített, célzott tartalmú oktatóvideók beépítése az órába a tananyag elmélyítéséhez.
- Kahoot! – Játékos kvízek lebonyolítására, a tanulók motiválása és a tananyag gyors visszajelzése céljából.
- Khan Academy – A platform feladataiból válogattam gyakorlásra és differenciált tanulási lehetőség biztosítására.



5.1. ábra. A digitális oktatásban alkalmazott platformok és alkalmazások

5.5. Az adatgyűjtés módszerei és körülményei

A kutatásom során standardizált tesztek alkalmazásával gyűjtöttem össze az elemzéshez szükséges az adatokat. Az előtesztelés során felmértem a tanulók algebrai kifejezésekkel és egyenletekkel kapcsolatos ismereteit, jártasságát, valamint a feladatok szövegének értelmezésére és az ismeretek gyakorlati alkalmazására vonatkozó képességeiket is. Ezt követően került sor a tanítási szakaszra, amelyben a kísérleti osztály digitális eszközök alkalmazásával sajátította el a tananyagot. Majd az utóteszt megíratására került sor, amellyel mérhető a fejlődést, és bemutatható a digitális eszközök alkalmazásának hatékonysága az oktatás során. A kísérlet lezárására és tovább gondolásaként egy kérdőív keretein belül szerettem volna feltérképezni a diákok egyéni véleményét a digitális oktatásban való részvételükről, élményeikről, illetve arról, hogy mennyire érezték motiváltnak magukat, ezeken az órákon. A kutatás során gyűjtött adatokat kvantitatív és kvalitatív módszerekkel dolgoztam fel, statisztikai eljárásokat alkalmazva, valamint az órai tevékenységek megfigyelésére támaszkodva. Az elemzés célja annak vizsgálata, hogy a digitális eszközöket alkalmazó oktatás milyen hatással van a 7. osztályos tanulók teljesítményére az algebrai kifejezések tanulása során, a hagyományos oktatáshoz viszonyítva. Az adatok feldolgozását és elemzését Microsoft Excel program segítségével végzem.

A bemeneti teszt felépítése

A kutatás során alkalmazott bemeneti teszt célja a 7. évfolyamos tanulók matematikai előismereteinek, logikai gondolkodásának és problémaértelmező készségeinek feltérképezése volt. A kutatás során alkalmazott bemeneti teszt nem saját fejlesztésű, hanem egy másik, párhuzamosan zajló pedagógiai kutatás részeként készült, amelyet (Pintér Marianna) végez az algebrai gondolkodás témában. Mivel az adott teszt tartalmilag és módszertanilag is illeszkedett jelen dolgozat célkitűzéseire – különösen a tanulók algebrai kifejezésekkel kapcsolatos tudásának mérésében, így a két kutatás között szakmai együttműködés jött létre.

Ez az együttműködés lehetőséget biztosított arra, hogy a már meglévő, átgondolt tesztet kisebb igazításokkal adaptáljam saját vizsgálatom bemeneti méréséhez. A teszt felépítése, kérdéstípusai alkalmas volt arra, hogy megbízható kiindulópontot nyújtson az kísérleti oktatás előtti állapot felméréséhez. A teszt összesen nyolc feladattípust tartalmazott.

1. Adatok viszonyítása ábrák alapján (1-3 feladat): A tanulóknak egy szöveges feladat értelmezése után kellett az adott ábra segítségével meghatározni bizonyos adatokat, illetve viszonyítani egymáshoz különböző hosszúságú rudakat.

2. Műveletek szemléltetése konkrét eszközökkel (4-7. feladat): A második feladatrészben a tanulók színes rudak, korongok és számolópálcikák segítségével mutatták be az összeadás, kivonás, szorzás és osztás műveleteit.

3. Műveletek párosítása ábrákkal (8-11. feladat): Különböző vizuális ábrákhoz kellett hozzárendelni a megfelelő műveletet, azaz eldönteni, hogy az adott ábra melyik alpműveletet szemlélteti.

4. Művelet alkotása szöveges feladat alapján (12-15. feladat): A diákok egy adott szöveges feladatból kiindulva fogalmaztak meg hozzá tartozó matematikai műveletet.

5. Szöveges feladat írása adott művelethez (16-19. feladat): A tanulóknak fordított feladatként egy adott matematikai művelethez kellett egy értelmezhető és reális szöveges feladatot megfogalmazniuk.

6. Ábra kiválasztása szöveges feladathoz (20-23. feladat): A tanulóknak különböző szöveges feladatokhoz kellett a leginkább megfelelő ábrát kiválasztaniuk, amely jól szemléltette a benne szereplő matematikai kapcsolatokat.

7. Egyenletalkotás és megoldás szöveg alapján (24-27. feladat): Egy szöveges feladat értelmezésével kellett egyenletet megfogalmazni, majd azt a megfelelő lépések mentén megoldani.

8. Megadott egyenlet megoldása lépésről lépésre (28-31. feladat): A tanulók egy adott egyenletet kaptak, amelyet lépésenként kellett megoldaniuk, ezzel vizsgálva az algebrai gondolkodásuk fejlettségét.

A teszt összesen 31 matematikai feladatot tartalmazott. Emellett 10 háttérinformációs kérdés is szerepelt, amelyek a tanulók nemére, iskolájára és a matematikához való viszonyára vonatkoztak.

A bemeneti teszt elérhetősége: https://forms.office.com/Pages/ResponsePage.aspx?id=DQSIKWdsW0yxEjajBLZtrQAAAAAAAAAAAAAO_SJUtZVUNVdWS0gzNENTQUE2RTFXRk1IVjg4OUFaSS4ufbclid=IwY2xjawKqSBZleHRuA2FlbQlXMAbicmlkETFYVW9sb0ZBYTcwVFozVlAwAR4DyXTh9FemmAoL-frkVRyBWoM2bTT2MU7TqgqqeTnII6hG2F0RimShwKWQ_aemQ_SjKbrUOGmFMb6BbT8MoaQ

A tanítási szakasz bemutatása

A bemeneti teszt után történt a kísérleti oktatás a 7. osztályos diákok körében a Beregszászi Bethlen Gábor Líceumban, illetve a Guti Gimnáziumban, mely során összesen 36 diák vett részt az oktatásban. A programot megelőzően felmérés készült a tanulók digitális eszközhasználati szokásairól, valamint minden tanuló esetében szülői beleegyező nyilatkozat kitöltése után kezdődhetett meg a vizsgálat.

A kísérleti oktatás a rövidített szorzás képleteinek témakörére épült, különös tekintettel a képletek helyes alkalmazásának elsajátítására, különböző típusú feladatokon és technikai alkalmazásokon keresztül.

Az oktatás digitális eszközök támogatásával zajlott, nemcsak az új tananyag átadása, hanem a begyakorló órák során is. A diákok aktivitást és érdeklődést mutattak az órák során. A vizsgálat ideje alatt az iskolákban a járványhelyzet miatt, kéthetes időtartamra átálltak online oktatásra, így mindkét intézményben lehetőség nyílt a digitális eszközökre épülő tanítás teljes körű megvalósítására.

A tanórák során a tanulók aktívan vettek részt a munkában, érdeklődést és nyitottságot mutattak az újszerű oktatási forma iránt.

Az oktatási szakasz a tanév második félévében zajlott a Beregszászi Bethlen Gábor Líceum esetében heti 2 órában februári és a márciusi hónapokban. A Guti Gimnázium esetében az algebra óra emelt óraszámúban van oktatva, így heti 3 órában történt a kutatás levezetése. 10 órán keresztül voltam jelen az intézményekben, ahol kísérleti oktatást végeztem.

A kimeneti teszt bemutatása

A kimeneti teszt megírása előtt a diákok számára egy minta feladatsor került elküldésre. A diákoknak lehetőséget adva a gyakorlásra, ennek a tesztnek a kitöltése nem volt kötelező, mégis 48 kitöltés érkezett be. Ezután került sor a kimeneti tesztre, amelyet a kontroll osztály, illetve a kísérleti osztály töltött ki. Emellett a kísérleti osztály számára külön készült egy kérdőív, mely felmérte az oktatás sikerét, a diákok véleményét a digitális eszközökkel támogatott oktatásról.

A kimeneti teszt célja a diákok által a rövidített szorzás képleteinek témakörében szerzett ismeretek és készségek felmérése volt, különös tekintettel a digitális eszközökkel támogatott oktatás hatékonyságára.

A teszt a következő részekből állt:

Képletfelismerés és alkalmazás (4-10. feladat): A diákoknak különböző algebrai kifejezéseket kellett azonosítaniuk, és meghatározniuk, hogy melyik rövidített szorzási képlet alkalmazható rájuk. Ez a rész a képletek felismerésére és helyes alkalmazására fókuszált.

Szöveges feladatok értelmezése és megoldása (11-13. feladat): Ebben a részben a tanulóknak szövegesen megfogalmazott problémákat kellett algebrai kifejezésekké alakítaniuk, majd a megfelelő képlet alkalmazásával megoldaniuk. A feladatok célja a szövegértés és az algebrai gondolkodás összekapcsolása volt.

Grafikus ábrák elemzése (14. feladat): A tanulóknak grafikus ábrák alapján kellett meghatározniuk a megfelelő algebrai kifejezéseket vagy képleteket. Ez a rész a vizuális értelmezés és az algebrai gondolkodás kapcsolatát vizsgálta.

Összetett problémamegoldás (15- 16. feladat): Ebben a részben a diákoknak komplexebb feladatokat kellett megoldaniuk, amelyek több lépésből álltak, és különböző képletek kombinált alkalmazását igényelték. A cél a tanultak integrált alkalmazásának felmérése volt.

A teszt során a diákok különböző típusú feladatokon keresztül bizonyíthatták a rövidített szorzás képleteinek megértését és alkalmazási képességét. A feladatok változatossága lehetővé tette a tanulók különböző készségeinek és gondolkodásmódjának átfogó értékelését.

A kimeneti teszt elérhetősége: <https://forms.office.com/r/XwNgJKtBxV?origin=lprLink>

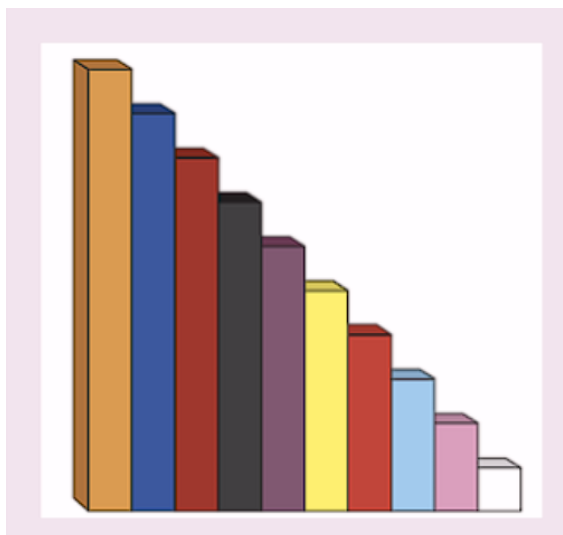
5.6. Eredmények értékelése és elemzése

5.6.1. Az előteszt eredményeinek értékelése

A bemeneti teszt teljes leírása és elérhetősége az 5.4 vázlatpontban található. A tesztet igyekeztem több szempontból megvizsgálni melyeket kifejték ezen fejezetben. A teszt eredményeit százalékos értékben fogom egymáshoz viszonyítani.

A következőkben a teljes feladatsor megoldását mutatom be:

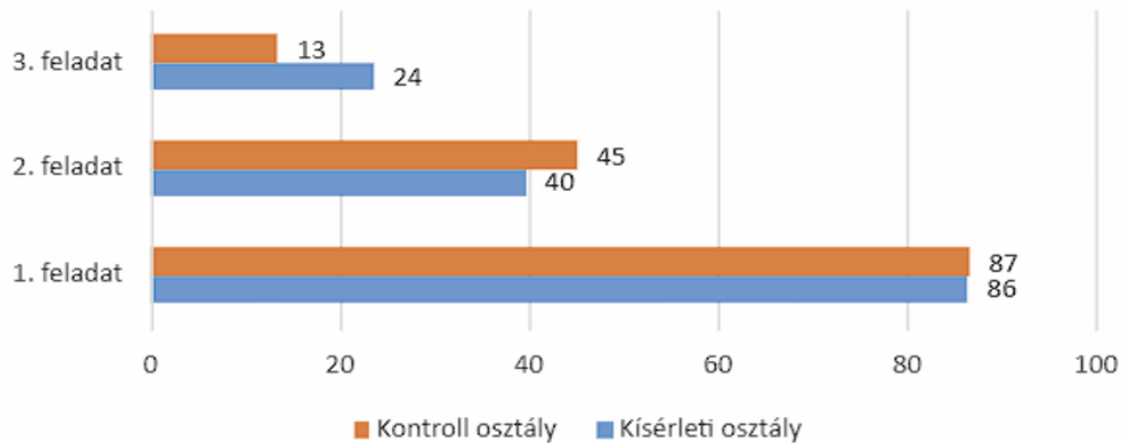
Az 1-3 feladatokban ugyan azon ábra alapján kellett eldönteni a helyes választ.



5.2. ábra. 1-3. feladathoz tartozó szemléltetés

Feladat	Megoldás
A szomszédos rudak magassága közötti eltérés egy fehér kocka élhosszúsága. A rudak alapja azonos a kocka lapjával. Mi a világoskék rúd értéke, ha a fehér kiskocka értéke 1?	3
A szomszédos rudak magassága közötti eltérés egy fehér kocka élhosszúsága. A rudak alapja azonos a kocka lapjával. Mi a sötétkék rúd értéke, ha a világoskék rúd értéke 1?	3
A szomszédos rudak magassága közötti eltérés egy fehér kocka élhosszúsága. A rudak alapja azonos a kocka lapjával. Mi a rózsaszín rúd értéke, ha a lila rúd értéke 1?	3

5.1. táblázat. 1-3 feladat megoldásai



5.3. ábra. Az kísérleti és kontroll osztályok teljesítménye az első három feladatban

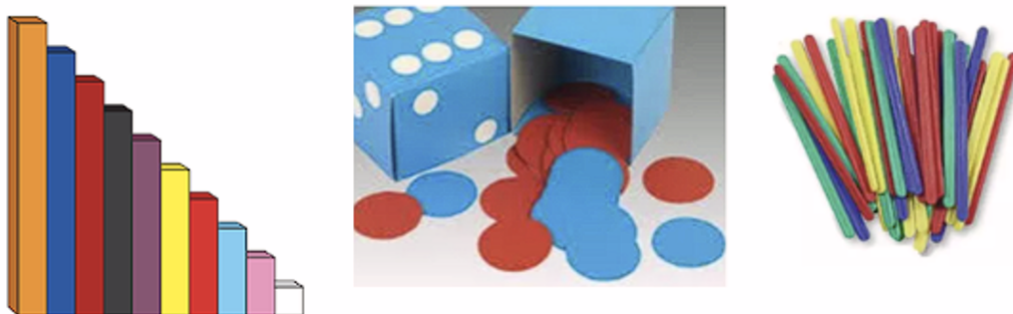
A fenti diagram az 1–3. feladatok megoldásainak százalékos eloszlását mutatja be a kísérleti és a kontroll osztály tanulóinak eredményei alapján.

Az 1. feladat bizonyult a legkönnyebbnek: mindkét csoport magas arányban oldotta meg helyesen (kísérleti osztály: 86%, kontroll osztály: 87%). Ez arra utal, hogy a tanulók többsége jól értelmezte a rudak közötti magasságkülönbségből következő logikai összefüggést.

A 2. feladat esetén a kontroll csoport teljesített jobban (Kontroll: 45%, Kísérleti: 40%), bár az eredmények ebben az esetben is viszonylag közel vannak egymáshoz. Itt már egy áttételes következtetésre volt szükség, ami nagyobb kognitív terhelést jelenthetett.

A 3. feladat viszont jelentősen nehezebbnek bizonyult, különösen a kontroll csoport számára (Kontroll: 13%, Kísérleti: 24%). Ennek oka valószínűleg az, hogy itt törtértékkel kellett dolgozni (megoldás: $1/3$), ami nehezebb absztrakciót igényel, különösen, ha a tanulók még nem biztosak a törtek fogalmában vagy szemléltetésében.

A 4-7 feladatok szintén egy adott ábrához tartoznak, amely a következő:



5.4. ábra. 4-7 feladatokhoz tartozó szemléltető

4. feladat:

Szemléltesd a három meg kettő műveletet! Használhatod a színesrudakat, a színes korongokat, számolópálcikákat vagy rajzolhatsz. Írd le, miből mennyit használnál (rajzolnál) és mit csinálnál vele!

Lehetséges megoldások:

1. Rúd: Ha tudjuk, hogy a fehér kocka értéke 1, akkor egymás mellé helyezem őket. Látható, hogy egy 5 egység hosszú rúd (pl. sárga) hosszával egyeznek meg – megkapjuk a három meg kettő műveletét.
2. Korong: Kirakok három korongot a piros oldalára, majd két kék korongot is hozzáadok. Együtt megszámolom – így megkapom a 3 meg 2 műveletet.
3. Számolópálcika: Elveszek a csomóból 3, majd 2 pálcikát. Összesen hány pálcikám van?

5. feladat:

Szemléltesd az ötből három műveletet! Használhatod a színesrudakat, a színes korongokat, számolópálcikákat vagy rajzolhatsz. Írd le, miből mennyit használnál (rajzolnál) és mit csinálnál vele!

Lehetséges megoldások:

1. Rúd: Ha tudjuk, hogy a fehér kocka értéke 1, akkor ha a sárga rúdból kivonjuk a világoskék rudat, megkapjuk az ötből három műveletet.

2. Korong: Vennék 5 korongot, amely a kék oldalára van fordítva. Három korongot ebből átfordítanék a piros oldalára. Így hány kék oldalra fordított korongom marad?
3. Számolópálcika: Elveszek a csomóból 5 pálcikát, majd átadok a mellettem ülőnek belőle 3 pálcikát. Hány pálcikám marad?

6. feladat:

Szemléltesd a háromszor öt műveletet! Használhatod a színesrudakat, a színes korongokat, számolópálcikákat vagy rajzolhatsz. Írd le, miből mennyit használnál (rajzolnál) és mit csinálnál vele!

Lehetséges megoldások:

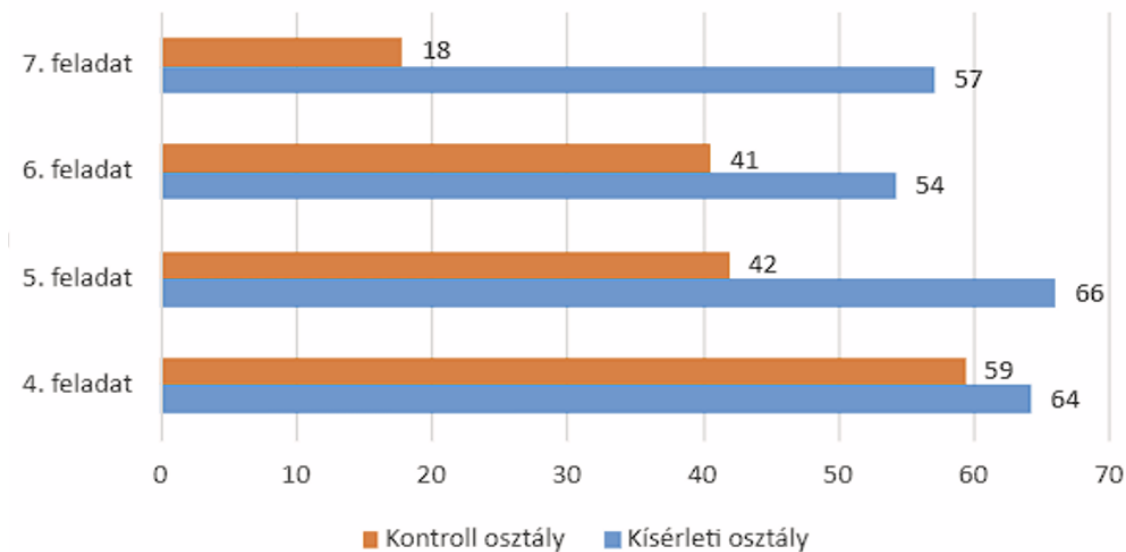
1. Rúd: A sárga rudat 3-szor veszem.
2. Korong: Háromszor veszek ki 5 db korongot, és 3-szor fordítok fel 5 db korongot a piros oldalról kékre.
3. Számolópálcika: 3-szor veszek a csomóból 5 db pálcikát.

7. feladat:

Szemléltesd a hatban a három műveletet! Használhatod a színesrudakat, a színes korongokat, számolópálcikákat vagy rajzolhatsz. Írd le, miből mennyit használnál (rajzolnál) és mit csinálnál vele!

Lehetséges megoldások:

1. Rúd: A lila rúdban a rózsaszín rúd hányszor fér bele?
2. Korong: A 6 kék korongot fordítsd át a piros oldalára úgy, hogy 3 egyenlő részt kapj: fordíts le előbb 2, majd még 2, és még 2. Hányszor kellett lefordítani a korongokat, hogy mind piros oldalával felfelé legyen?
3. Számolópálcika: 6 pálcikát ossz el három diák között egyenlően. Hány pálcika jut minden diáknak?



5.5. ábra. A szemléltetőeszközök alkalmazásának hatása a műveleti gondolkodás fejlesztésében (4–7. feladat)

Az 5.5 ábrán a 4–7. feladatok helyes megoldásainak százalékos arányát mutatja be a kísérleti és kontroll osztály összehasonlításában. Ezek a feladatok különböző alapszámítások (összeadás, kivonás, szorzás, osztás) szemléltetésére épültek, amelyekhez különféle manipulálható eszközök, úgymint színes rudak, korongok vagy számolópálcikák használata volt javasolt. A kísérleti csoport minden feladatban jobban teljesített.

A 4. feladat, amely egy egyszerű összeadás szemléltetése volt. Mindkét csoportnak jól ment, a kísérleti osztály 64%-os, a kontroll 59%-os eredményt ért el.

A 5. feladat egy kivonásos gondolkodást fejlesztő feladat volt. A kísérleti osztály 66%-os eredményt mutatott, míg a kontroll csak 42%-ot, ami megerősíti a szemléltetés fontosságát és fejlesztésének szükségességét.

A 6. feladat a szorzás szemléltetésére épült, és itt is megfigyelhető, hogy a kísérleti osztály (54%) jobban teljesített, mint a kontroll (41%).

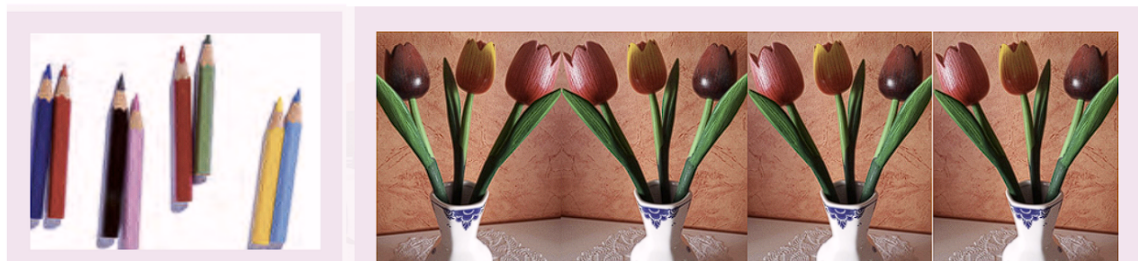
A 7. feladatban, ahol a kontroll osztály mindössze 18%-os eredményt ért el, míg a kísérleti csoport 57%-ot.

Ebben a feladatban számos diák esetében nehézséget okozott a szemléltetés megfogalmazása, szövegkörnyezetbe helyezése, illetve a korongok esetén nem ismerték ezen szemléltető eszköz használatát, nem találkoztak vele az oktatás során még.

A 8-11 feladatok során a feladat “írj a képhez egy vagy több műveletet”



5.6. ábra. A 8-9. feladatok szemléltetése



5.7. ábra. A 10-11. feladatok szemléltetése

Feladat	Megoldás
8. feladat	$5 - 2$
9. feladat	$3 + 2$
10. feladat	$4 \cdot 2$
11. feladat	$3 \cdot 4$

5.2. táblázat. A 8–11. feladatok lehetséges megoldásai

A 8–11. feladatok célja a tanulók problémamegoldó gondolkodásának fejlesztése vizuális ingerek segítségével. A feladatutasítás egyszerű és nyitott: „Írj a képhez egy vagy több műveletet!” – ez lehetőséget ad a differenciálásra, a kreativitásra, illetve az előzetes tudás aktivizálására is.

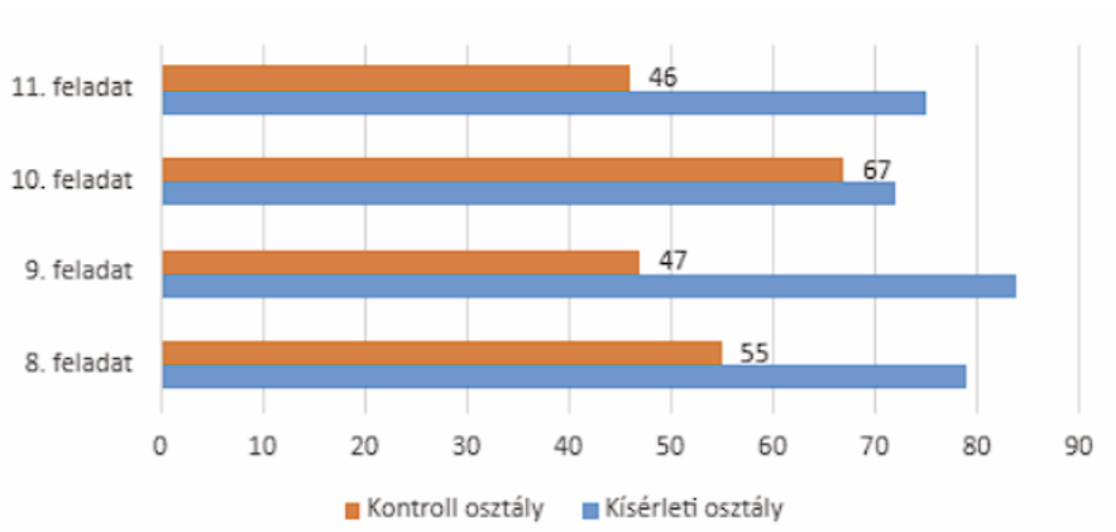
Az 5.6. és 5.7. ábrák különböző képi helyzeteket mutatnak be, amelyekhez a gyermekeknek aritmetikai műveleteket kell kapcsolniuk. Az első képen (5.6. ábra)

például különböző tárgyak (pl. ceruzák, tollak, sütemények) jelennek meg, amelyek számosságát a tanulóknak meg kell állapítaniuk, majd ezekkel kapcsolatban egy kivonásos vagy összeadási műveletet kell megfogalmazniuk. Ily módon a képek valóság-hű, konkrét szituációi segítenek abban, hogy a számfogalomhoz kapcsolódó műveletek ne elvont módon, hanem gyakorlati, értelmezhető módon jelenjenek meg.

A 5.7. ábra szintén két vizuális jelenetet tartalmaz, ahol a színes ceruzák, illetve a három egyforma virágcsokor példáján keresztül a gyermekek számára lehetőség nyílik a szorzás mint ismételt összeadás értelmezésére is. Ez különösen fontos a szorzás bevezetésének időszakában, amikor a tanulók még gyakran konkrét tárgyakon keresztül értik meg az ismétlődő összeadás lényegét.

Az 5.2. táblázat a feladatokhoz tartozó lehetséges megoldásokat tartalmazza. Ezek alapján például a 8. feladat egy kivonást tartalmaz ($5 - 2$), míg a 11. feladat esetében már egy szorzás ($3 \cdot 4$) jelenik meg. Ez jól mutatja, hogy a feladatsor fokozatosan vezeti be a négy alpműveletet, különösen az összeadás, kivonás és szorzás alkalmazását képi alapú problémákon keresztül.

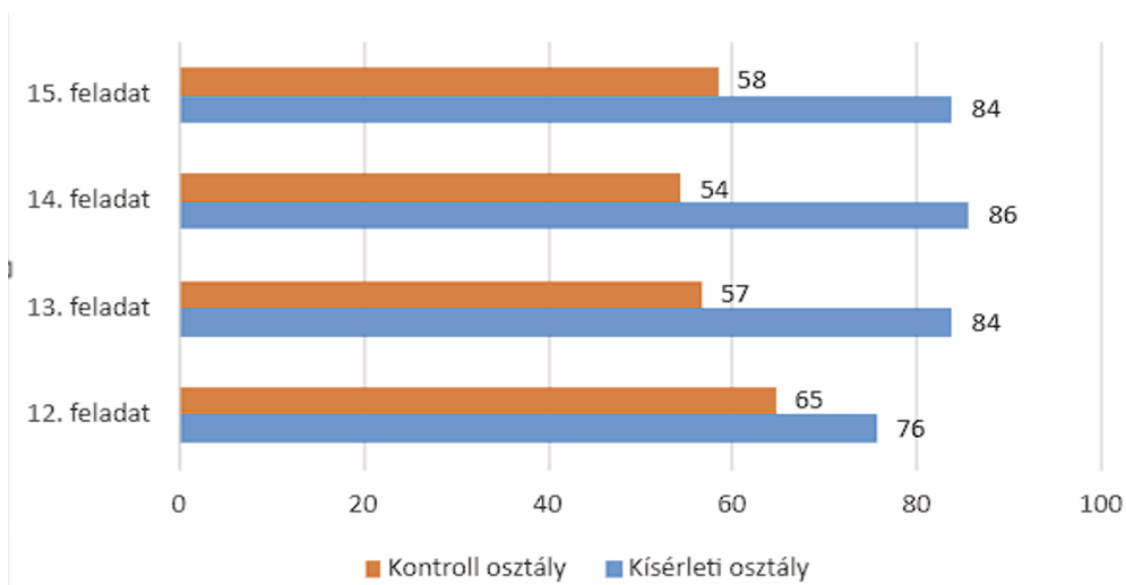
A feladatok megoldásainak összehasonlítása:



5.8. ábra. 8-11, feladatok megoldottsága

Feladat	Megoldás
A kertünkben öt mókus lakik. Tegnap minden mókus meg-evett négy szem mogyorót. Hány mogyorót ettek meg összesen tegnap a mókusok?	$5 \times 4 = 20$
Julcsi 15 szál virágot vett. Otthon 3 vázába egyenlően rendezte őket. Hány szál virág jutott egy-egy vázába?	$15 \div 3 = 5$
45 pogácsa fért a tepsire. Minden sorba 5 pogácsát tett Kati néni. Hány sor pogácsa van a tepsin?	$45 \div 5 = 9$
Egy zsákban piros és kék üveggolyók vannak, összesen 17. Mennyi kék golyó van, ha a pirosak száma 9?	$17 - 9 = 8$

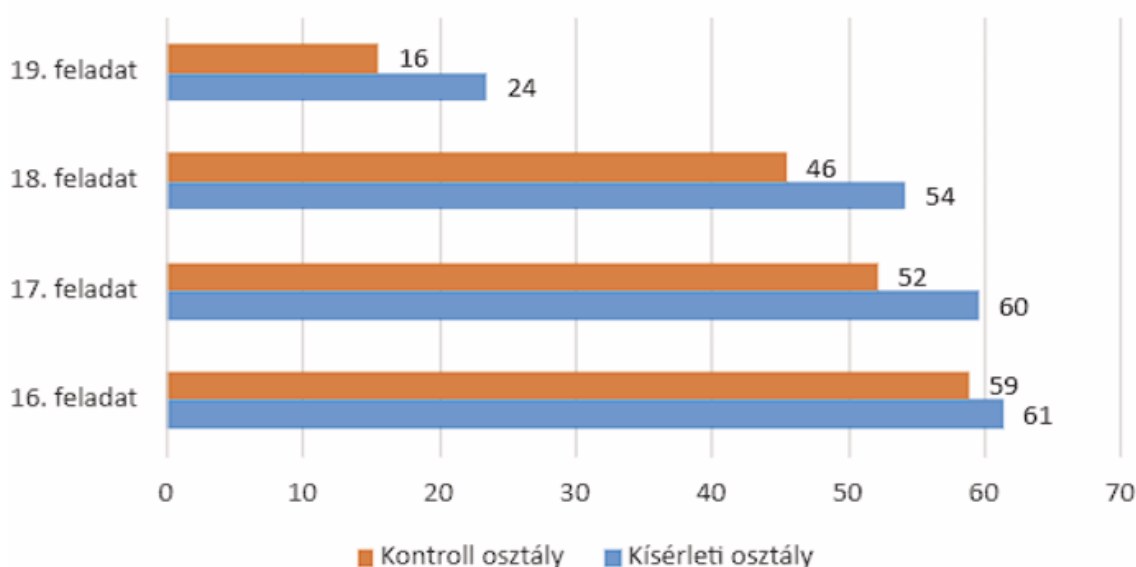
5.3. táblázat. A 12–15. feladatok szöveges műveletei és megoldásai



5.9. ábra. A szövegértelmezés és műveletalkotás sikeressége különböző alapműveletek esetén

Művelet	Lehetséges megoldás – Szöveges feladat
$3 + 5$	Julcsi 3 almát talált az udvaron, majd kapott még 5-öt a nagymamájától. Hány almája lett összesen?
$11 - 3$	Petinek 11 cukorkája volt, de odaadott belőle 3-at a testvérének. Hány cukorkája maradt?
5×2	Minden dobozban 5 ceruza van. Hány ceruza van 2 dobozban összesen?
$12 \div 6$	12 édességet hat gyerek között egyenlően osztanak szét. Hány édességet kap egy gyerek?

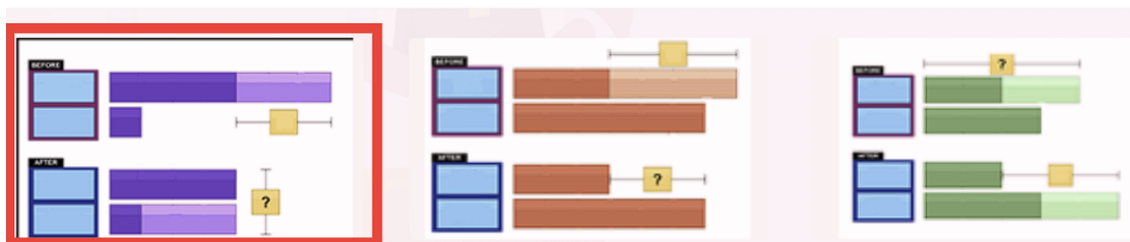
5.4. táblázat. A 16–19. feladatok – Művelethez írt szöveges feladatok



5.10. ábra. Művelethez szövegalkotás: a szorzás, osztás és kivonás nyelvi megfogalmazásának összehasonlítása

20. feladat

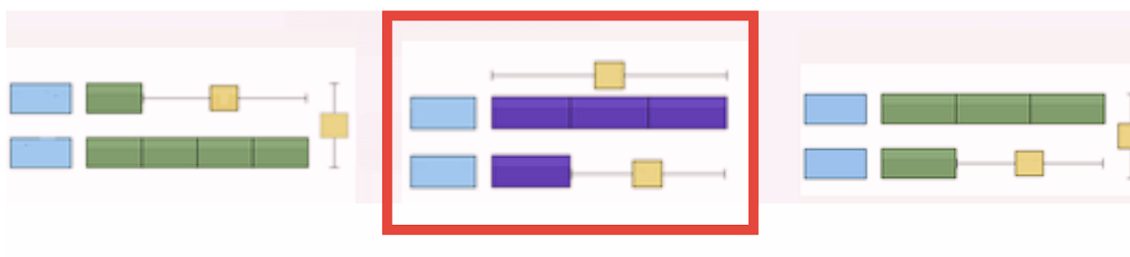
Válaszd ki, melyik ábra tartozik a szöveghez! Andinak 200 eurója van. Ha kölcsön adna Zsófinak 50 eurót, ugyanannyi pénzüik lenne. Hány eurója van kettőjüknek összesen?



5.11. ábra. 20. feladathoz tartozó szemléltető

21. feladat

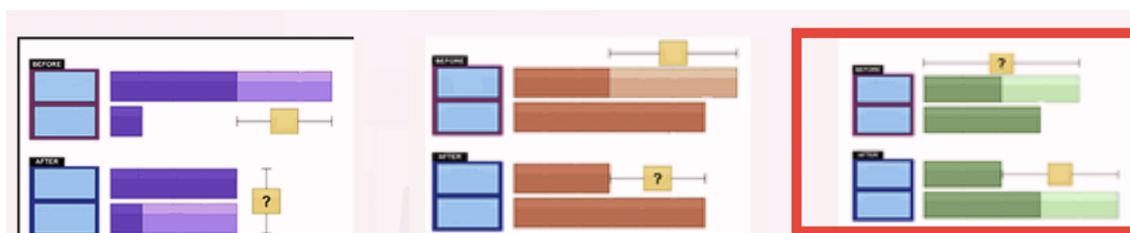
Válaszd ki, melyik ábra tartozik a szöveghez! Klaudiának 24 érdéje van. Háromszor annyi, mint Andinak. Mennyivel kevesebb érdéje van Andinak?



5.12. ábra. 21. feladathoz tartozó szemléltető

22. feladat

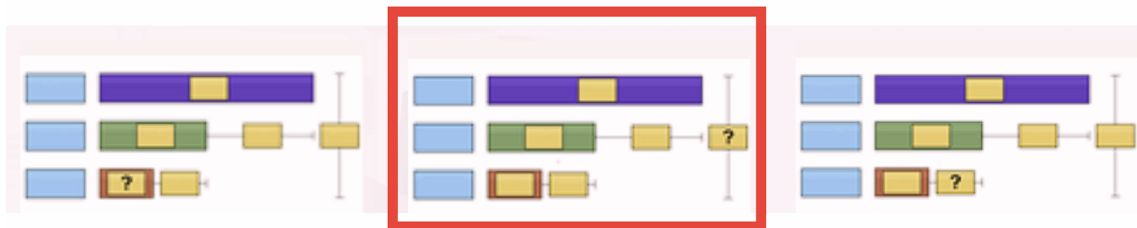
Válaszd ki, melyik ábra tartozik a szöveghez! Andi a fele pénzét odaadta Zsófinak. Hogy megvehesse a régóta vágyott felsőt magának. Így Zsófinak 50 tallérral lett több pénze a vásárlás előtt, mint Andinak. Mennyi pénze volt eredtileg Andinak?



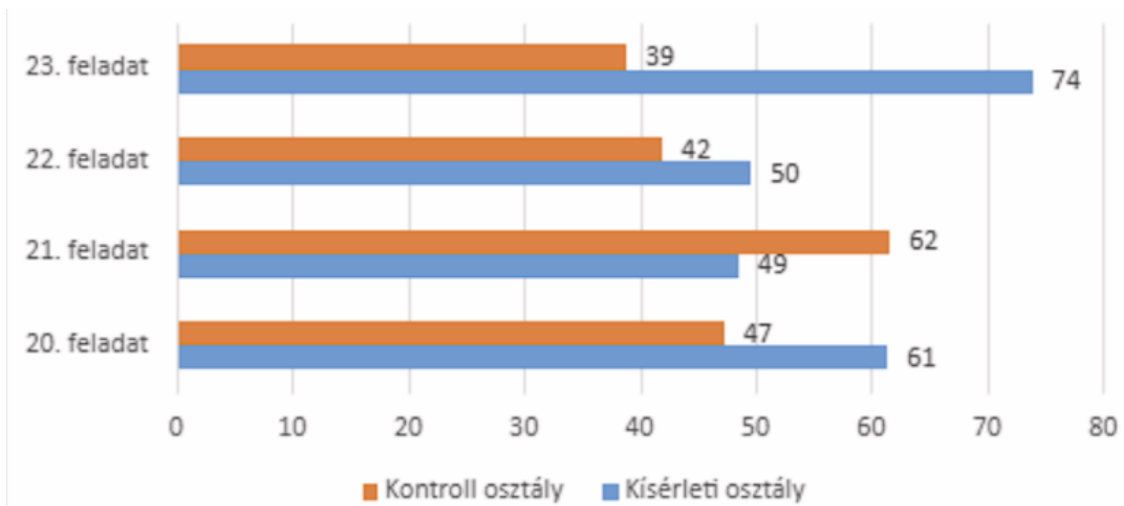
5.13. ábra. 22. feladathoz tartozó szemléltető

23. feladat

Válaszd ki, melyik ábra tartozik a szöveghez! Sanyi 39 tallért tett félre. Andris 22 tallérral kevesebbet gyűjtött, mint Sanyi, de 8 tallérral többet, mint Robi. Mennyit spóroltak összesen együtt?



5.14. ábra. 23. feladathoz tartozó szemléltető

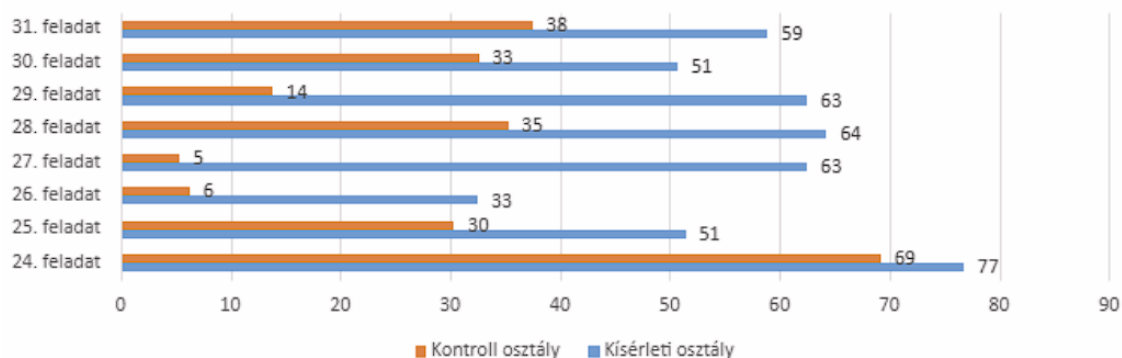


5.15. ábra. Válaszd ki melyik ábra tartozik a szöveghez feladatok megoldásai

Feladat	Megoldás
24. feladat Oldd meg a szövegesfeladatot, megoldásod minél jobban részletezd! Gondoltam egy számot, kivontam belőle kettőt. Ezután megszoroztam hárommal, eredményül kilencet kaptam. Melyik számra gondoltam?	Jelöljük a gondolt számot x-szel. Kivontam belőle 2: $\rightarrow x - 2$ Megszoroztam 3-mal: $\rightarrow 3(x - 2)$ Eredmény: 9 Egyenlet: $3(x - 2) = 9$ Osszuk el 3-mal: $x - 2 = 3$ Adjuk hozzá 2-t: $x = 5$
25. feladat Oldd meg a szövegesfeladatot, megoldásod minél jobban részletezd! Egy kis terítő 6 szalvétával 960 tallérba kerül. Ha csak a terítőt vennénk meg, 600 tallért fizetnénk. Mennyibe kerül egy szalvéta?	A teljes ár: 960 tallér A terítő ára: 600 tallér A 6 szalvéta ára: $960 - 600 = 360$ tallér 1 szalvéta ára: $360 \div 6 = 60$

Feladat	Megoldás
26. feladat Oldd meg a szövegesfeladatot, megoldásod minél jobban részletezd! Juditnak 6415 tallérja van, Lacinak 3485. Hány tallért adjon Judit Lacinak, hogy ugyanannyi pénzük legyen?	Kettejük összes pénze: $6415 + 3485 = 9900$ tallér Ugyanannyi pénzhez fejenként: $9900 \div 2 = 4950$ tallér Juditnak ennyi van: $6415 \rightarrow$ mennyit kell adnia, hogy 4950 maradjon? $6415 - 4950 = 1465$
27. feladat Oldd meg a szövegesfeladatot, megoldásod minél jobban részletezd! 100-ból elvettem egy gondolt szám hétszeresét, maradéku a gondolt szám 13-szorosát kaptam. Melyik számra gondoltam?	Jelöljük a gondolt számot x-szel. $100 - 7x = 13x$ Hozzuk az x-es tagokat egy oldalra: $100 = 13x + 7x$ $100 = 20x$ $x = 100 \div 20 = 5$
28. feladat Oldd meg a feladatot, megoldásod minél jobban részletezd! $45 - 4x = 5x$	$-4x - 5x = -45$ $-9x = -45 \quad / (*-1)$ $9x = 45$ $x = 5$
29. feladat Oldd meg a feladatot, megoldásod minél jobban részletezd! $93 - x = 71 + x$	$-x - x = 71 - 93$ $-2x = -22 \quad / (*-1)$ $2x = 22$ $x = 11$
30. feladat Oldd meg a feladatot, megoldásod minél jobban részletezd! $4(x-3) = 8$	$4x - 12 = 8$ $4x = 8 + 12$ $4x = 20$ $x = 5$
31. feladat Oldd meg a feladatot, megoldásod minél jobban részletezd! $3x + 25 = 100$	$3x = 100 - 25$ $3x = 75$ $x = 25$

5.5. táblázat: 24-31. feladatok megoldásai



5.16. ábra. "Oldd meg a feladatot, megoldásod minél jobban részletezd" feladattípusok megoldásainak összesítése

A bemeneti teszt eredményeit a következő szempontok alapján vizsgáltam meg és értékeltem.



5.17. ábra. A bemeneti teszt összesített eredményei értékelési szintek alapján.

A 5.17. ábra alapján megállapítható, hogy a bemeneti teszt során a diákok legnagyobb százalékban (61%) és legnagyobb számban (47 fő) a „gyenge” értékelési kategóriába sorolhatóak, mely 0-50 % között helyezkedik el. Míg a diákok 29 % „közepes” értékelést érte el, mely az 51-75 % között érhető el. Azon diákok száma, akik „közepes” értékelést értek el 22. Továbbá a bemeneti teszt során mindössze 10 %-a érte el a „jó” értékelést, mely mindössze 8 diákot fed le. A „jó” értékelés 76-90 % között érhető el.

A következőkben bemutatom kategóriánként az elért legmagasabb és legalacsonyabb átlageredményeket

A „gyenge” minősítés esetén az átlagteljesítmény 30 %-os. A legalacsonyabb százalékban teljesített teszt 7 %-os, míg a legmagasabb százalékban teljesített teszt, 48 %-os. A Kísérleti osztály eredményei a „gyenge” minősítés esetén az átlagteljesítmény

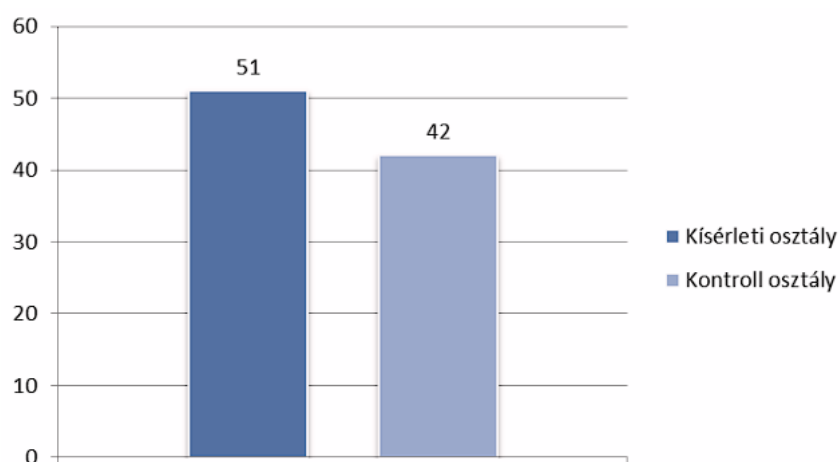
36 %-os. A legalacsonyabb százalékban teljesített teszt 13 %-os, míg a legmagasabb százalékban teljesített teszt, 48 %-os

A tanulók teljesítményének elemzése alapján elmondható, hogy a kontroll osztályban a tanulók többsége a „közepes” (51–75%) kategóriába esett. Ez arra utal, hogy a hagyományos módszerekkel tanított csoport tagjai jellemzően alapvető ismeretekkel rendelkeznek, azonban nehézséget okoz számukra a magasabb szintű problémamegoldás vagy az elmélyült megértés. A teljesítményeloszlás ebben a csoportban kevésbé volt kiegyensúlyozott, és a tanulók nagy része nem tudta elérni a jó minősítéshez szükséges szintet.

Ezzel szemben a kísérleti osztály eredményei kedvezőbb képet mutatnak. Bár ebben a csoportban is előfordultak közepes szintű eredmények, ezek aránya jóval alacsonyabb volt, mint a kontrollcsoportban. A tanulók egy jelentős része a „jó” (76–90%) teljesítményszintet érte el, ami arra utal, hogy a digitális eszközökkel támogatott oktatás hatékonyabban támogatta a tanulók megértését, fejlődését és motivációját.

Az eredmények alapján megállapítható, hogy a digitális módszerek alkalmazása pozitív hatást gyakorolt a tanulói teljesítményre, és elősegítette, hogy több diák magasabb szinten sajátítsa el a tananyagot. Ez különösen igaz azokra a tanulókra, akik az algebrai kifejezések értelmezését és alkalmazását gyakorlatorientált, vizuális és interaktív formában sajátították el.

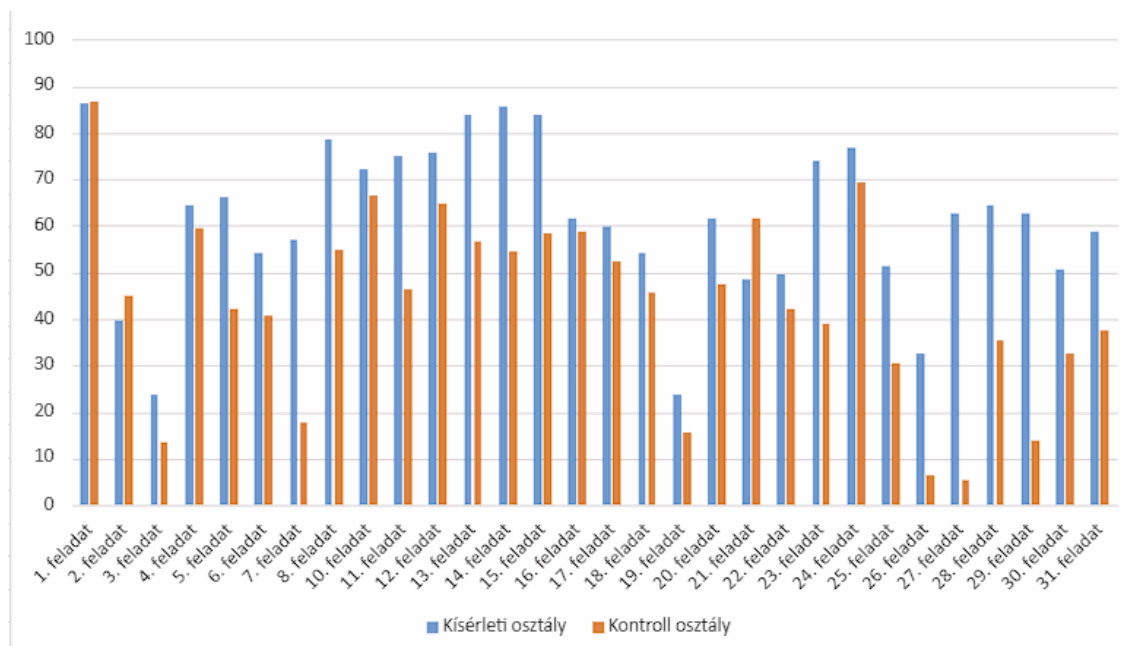
Szeretném bemutatni a kísérleti osztály és a kontroll osztály közötti átlag különbséget a teljes teszt megoldásának esetében:



5.18. ábra. Osztályonkénti átlag teljesítmény

A 5.18 ábrán láthatjuk, hogy a kísérleti osztály átlageredménye, jóval nagyobb a kontroll osztályénál.

A teljes feladatsor megoldottsága minden feladat esetén, az 5.20 ábrán látható



5.19. ábra. A bemeneti teszt feladatainak megoldottsága

Mielőtt a két csoport (kísérleti és kontroll osztály) tanulási eredményeinek átlagát összehasonlítottam, fontos volt ellenőrizni, hogy a csoportok szórása, vagyis az eredmények szóródása szignifikánsan különbözik-e. Ennek eldöntéséhez kétmintás F-próbát alkalmaztam, amely megmutatja, hogy a két csoport varianciája (szórásnégyzete) statisztikailag eltér-e egymástól.

A kísérleti osztály átlagát írja le ami 405,62, míg a kontroll osztályé 392,42 volt.

Tehát a két csoport szórása statisztikailag nem különbözik egymástól szignifikánsan, vagyis a csoportok összehasonlíthatók, és a további elemzés során jogosan feltételezhető az egyenlő szórás. Ennek megfelelően a tanulói teljesítmények összevetését is.

5.6.2. A tanítási szakasz digitális eszközökkel támogatott tapasztalatai

A digitális eszközökkel támogatott tanítási szakasz tapasztalatai

Óra bemutatása

Tanóra témája: Két kifejezés köbének összege és különbsége – képletek alkalmazásának begyakorlása

Bevezetés

Az interaktív tábla segítségével röviden áttekintettük a múlt órai anyagot, ezzel is előkészítve a tanulók gondolkodását az új tartalomra. A tanulók motiváltan és aktívan kapcsolódtak be a beszélgetésbe.

Új tananyag feldolgozása

A két kifejezés köbének összege és különbsége című képleteket először algebrai, majd geometriai modell segítségével is bemutattam. A geometriai szemléltetéshez egy videót használtam (YouTube-link:<https://www.youtube.com/watch?v=vyL7vx4oSzk> , melyet projektoron vetítettem ki. A videóban látott háromdimenziós ábrák segítettek a tanulókat a képletek értelmezésében és vizualizálásában.

Gyakorlás digitális eszközökkel

A tananyag elmélyítését többféle digitális és nyomtatott eszközzel támogattam:

Wordwall feladatok: Az interaktív táblán közösen oldottunk meg feladatokat, ahol a tanulók aktívan részt vettek, egyesek a táblánál, mások a saját eszközeiken dolgoztak.

Link:<https://wordwall.net/hu/resource/87063325>

A diákok 1-től 10-ig közösen beírták a köbszámokat, így nemcsak a képletformák, hanem a számolási készség is fejlődött.

Feladatlap kitöltése: A tanulók önállóan és párokban dolgoztak. A feladatlap végén található szöveges feladatot páros munkában kellett megoldaniuk, amely során a képletek alkalmazására kellett példát írniuk. A párok egymást segítve dolgoztak, a tanár szükség szerint támogatást nyújtott.

Tényezőkre bontás, polinomok átalakítása: Újabb Wordwall feladatokon keresztül gyakorolták a képletek alkalmazását.

Linkek: <https://wordwall.net/hu/resource/87063762>

<https://wordwall.net/hu/resource/87065097>

Óra végi összefoglalás és értékelés

Az óra végén rövid, időzített „Találd meg a hibát!” típusú Wordwall játék következett. Ez lehetőséget adott az azonnali visszacsatolásra, és jól mérte, hogy a diákok mennyi-

re értették meg a képletek szerkezetét.

Link: <https://wordwall.net/hu/resource/87085507>

A diákok motiváltan vettek részt, élvezték a játékos formát, és sokan versenyként élték meg a kihívást. Az önellenőrzés és hibakeresés révén fejlődött kritikai gondolkodásuk is.

Házi feladat

A házi feladat egy QR-kódon keresztül elérhető online teszt volt, amelyet egyszer lehetett kitölteni a következő tanóráig. A tanulók papíralapon kapták meg a QR-kódot, és a válaszokat digitálisan rögzítettük, melyek elemzése a következő órán történt.

A kísérleti oktatás tapasztalatairól

A tanulók pozitívan reagáltak a digitális eszközökkel támogatott oktatásra. A Wordwall feladatok, a videós szemléltetés, és az interaktív tábla használata fokozta a figyelmet, és elősegítette a tananyag elmélyítését. A tanulók aktívak voltak, azonnali visszajelzést kaptak, és motiváltabbak lettek az ilyen típusú tanulási környezetben.

A páros feladatok elősegítették az együttműködést, a kommunikációt, és megfigyelhető volt, hogy a gyengébb tanulók is bekapcsolódtak, ha társuk támogatását érezték. A digitális feladatok használata során fejlődött a tanulók önállósága, és sikerélményhez jutottak.

A kísérleti jellegű óra abban tért el a hagyományos tanórától, hogy a tananyag feldolgozása és gyakorlása szinte teljes egészében digitális eszközökkel történt. Az interaktív tábla, a Wordwall platform, a QR-kódos házi feladat, valamint a YouTube-videó beépítése nemcsak változatossá tette az órát, hanem tudatosan épített a tanulók digitális kompetenciáira is. A háromdimenziós geometriai szemléltetés célja az volt, hogy a két kifejezés köbének összege és különbsége képletek ne csak absztrakt algebrai szabályként jelenjenek meg, hanem értelmezhető, vizuálisan is megtapasztalható szerkezetként.

A digitális tananyagokat úgy válogattam össze, hogy azok differenciált tanulást is lehetővé tegyenek: a gyorsabban haladók számára további feladatokat biztosítottam, míg a nehezebben haladókat pármunkában és egyéni támogatással segítettem. A Wordwall játékos feladatai – mint például a „Találd meg a hibát!” – fejlesztették a tanulók kritikai gondolkodását, és lehetőséget adtak az azonnali visszacsatolásra. A

QR-kódos házi feladat célja az önálló tanulás ösztönzése és az online térben való tájékozódás erősítése volt.

Ugyanakkor saját tapasztalatom az, hogy egy ilyen típusú, digitális eszközökkel támogatott óra sokkal nagyobb előzetes tervezést és technikai előkészületet igényel, mint egy hagyományos óra. A különböző felületek, eszközök és alkalmazások összehangolása, az internetelés biztosítása, a tartalmak előkészítése és a technikai hibákra való felkészülés jelentős időráfordítást és rugalmasságot kíván a pedagógustól. Az eszközök használata az óra során nem minden esetben zajlott zökkenőmentesen, kisebb technikai fennakadások megakasztották a tanóra ritmusát, ami újratervezést vagy gyors megoldást igényelt.

Ez a tapasztalat világossá tette számomra, hogy a digitális eszközökkel támogatott oktatás valóban hatékony és építő alkalmazása csak akkor valósulhat meg, ha a pedagógus maga is folyamatosan fejleszti technikai és módszertani kompetenciáit. A jövőben ezen a területen szeretnék tovább fejlődni, hogy az eszközhasználat ne csupán látványos, hanem didaktikailag is megalapozott és zavartalan legyen.

A záró feladatsorban a legtöbb tanuló 75% feletti pontossággal dolgozott, ami azt mutatja, hogy az óra céljai elérték hatásukat. Az online házi feladat rendszeres visszajelzést adott a tanulók fejlődéséről, és lehetőséget biztosított a differenciálásra is.

Összességében a digitális eszközök bevonása nem csupán motiváló hatással volt, hanem didaktikai értelemben is hatékonyabbá tette az ismeretátadást és a gyakorlást.

5.6.3. Az utóteszt eredményeinek értelmezése

A kimeneti teszt teljes leírása és elérhetősége az 5.4 vázlatpontban található. A tesztet igyekeztem több szempontból megvizsgálni, melyeket ebben a fejezetben részletesen kifejtek. A teszt eredményeit százalékos formában hasonlítom össze.

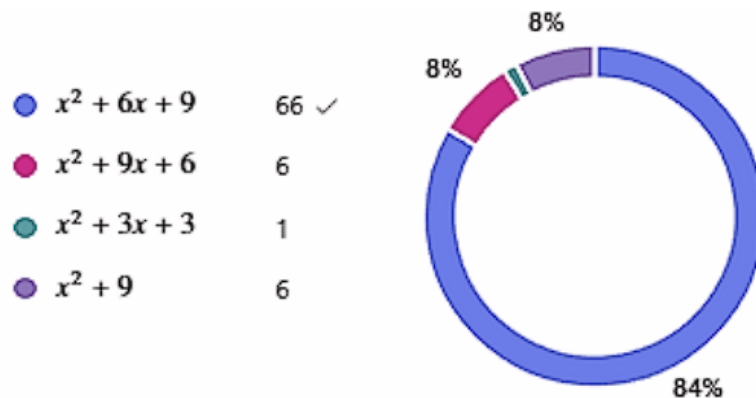
A következőkben a teljes feladatsor megoldását mutatom be:

A tesztfeladatsor első szakasza (1-3. kérdés)

A tesztfeladatsor második szakasza (4-10. feladat)

Képletfelismerés és alkalmazás

4. Válaszd ki a $(x + 3)^2$ kifejezés megfelelő többtagú alakját! (3 pont)

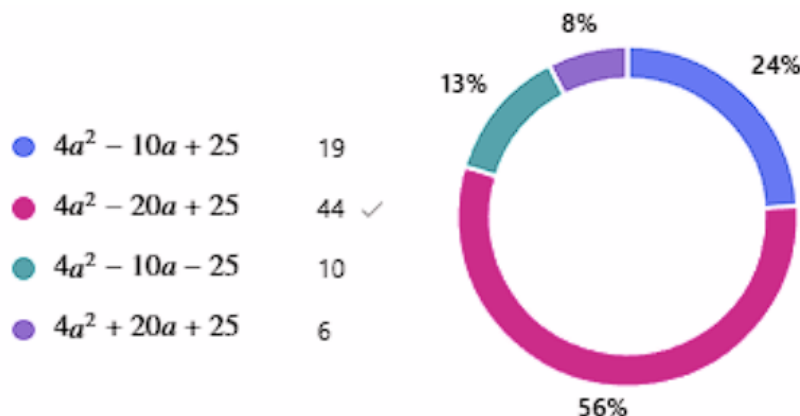


5.20. ábra. A 4. feladat megoldásainak aránya (%)

A feladatban a tanulóknak a $(x + 3)^2$ kifejezés megfelelő többtagú alakját kellett kiválasztaniuk. A helyes megoldás az $x^2 + 6x + 9$, ami a nevezetes azonosság alapján a $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ képlet alkalmazásával adódik. A diákok 84%-a (66 fő) helyesen választotta ezt a megoldást, ami azt mutatja, hogy a többség jól ismeri ezt az algebrai azonosságot.

Ugyanakkor előfordultak jellemző hibák is. A tanulók 8%-a (6 fő) az $x^2 + 9x + 6$ választ jelölte meg, ami arra utal, hogy összekeverték a szorzás sorrendjét vagy hibásan alkalmazták a képletet. Egy tanuló az $x^2 + 3x + 3$ megoldást választotta, ami valószínűleg a zárójeles kifejezés felületes kibontásából származik. További 6 fő az $x^2 + 9$ megoldást jelölte meg, ami azt mutatja, hogy elhagyták a középső, kétszeres szorzatot jelentő tagot ($2ab$), így nem ismerték fel a nevezetes azonosság teljes szerkezetét.

5. Válaszd ki a $(2a - 5)^2$ kifejezés többtagú alakját! (4 pont)



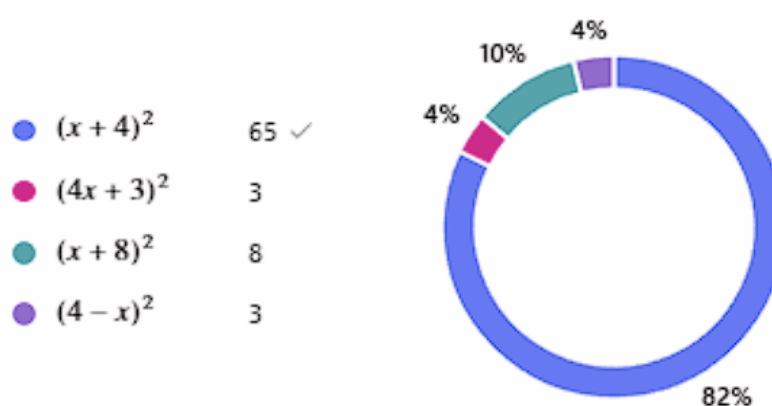
5.21. ábra. Az 5. feladat megoldásainak aránya (%)

Az 5. feladatban a $(2a - 5)^2$ kifejezés kibővítését kellett elvégezni. A helyes megoldás:

$$(2a - 5)^2 = 4a^2 - 20a + 25.$$

A diagram alapján a tanulók 56%-a hibásan a $4a^2 - 10a + 25$ választ adta meg, ami arra utal, hogy csak az egyik tagot szorozták meg kettővel ahelyett, hogy a teljes négyzetre emelést helyesen alkalmazták volna. Ez tipikus hiba, amikor valaki elfelejti a kétszeres szorzat tagját megduplázni: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ szabály alapján $(2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 5 + 25$ lenne a helyes menet.

6. Válaszd ki a $x^2 + 8x + 16$ kifejezés hatványalakját! (3 pont)



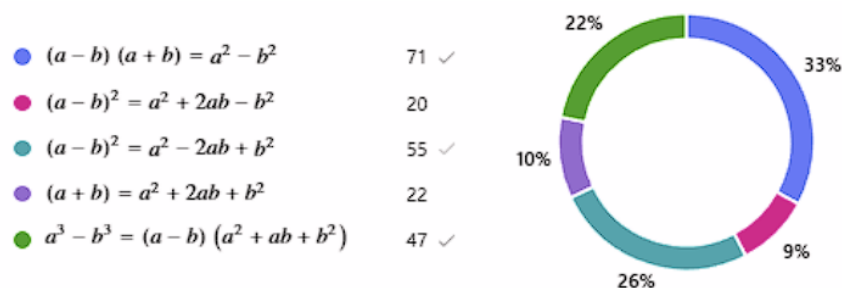
5.22. ábra. A 6. feladat megoldásainak aránya (%)

A 6. feladatban a $x^2 + 8x + 16$ kifejezés hatványalakját kellett felismerni. A helyes megoldás:

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2.$$

A diagram szerint a tanulók 82%-a ezt helyesen jelölte meg, azonban 10%-uk a $(x + 8)^2$ választ választotta, amelyben a középső tag helyes, de az első és az utolsó tag nem felel meg a négyzetre emelés szabályának. További 4-4% a $(4x + 3)^2$, illetve a $(4 - x)^2$ választ jelölte meg, ami azt mutatja, hogy ezek a tanulók nem ismerték fel a teljes négyzet szabályait, és nem ellenőrizték vissza a tagok szorzatát.

7. Az alábbiak közül melyek lesznek azonosságok? (3 pont)

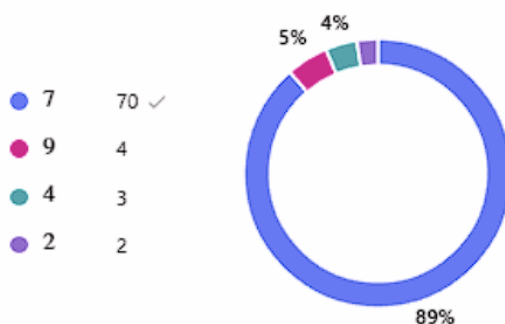


5.23. ábra. A 7. feladat megoldásának aránya (%)

A 7. feladatban azt kellett eldönteni, hogy az adott algebrai kifejezések közül melyek nevezetes azonosságok. A diagram alapján a tanulók 33%-a helyesen jelölte az első azonosságot, de a második és harmadik azonosságot csupán 26%, illetve 22% ismerte fel. Ezzel szemben 9% helytelenül az $(a - b)^2 = a^2 + 2ab - b^2$ kifejezést tartotta azonosságnak, ami az előjelek felcseréléséből fakadó félreértés. 10% pedig a $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ képletet nem tartotta nevezetes azonosságnak, holott ez is az (egyfokú) köb különbségének felbontása, így szintén helyes. Az adatok arra utalnak, hogy sok tanulónak hiányos az ismerete a nevezetes azonosságok teljes köréről, különösen a harmadik hatványokra vonatkozó esetekben.

8. Egészítsd ki az alábbi képletet úgy, hogy nevezetes azonosság legyen belőle. Válaszd ki a helyes választ. (3 pont)

$$(x + \dots)^2 = x^2 + 14x + 49$$



5.24. ábra. A 8. feladat megoldásának aránya (%)

A 8. feladatban a

$$(x + \dots)^2 = x^2 + 14x + 49$$

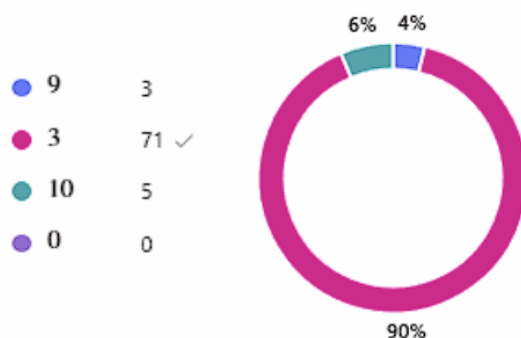
kifejezést kellett kiegészíteni úgy, hogy nevezetes azonosság legyen belőle. A helyes válasz a következő:

$$x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2,$$

hiszen $2 \cdot x \cdot 7 = 14x$ és $7^2 = 49$. A diagram szerint a tanulók 89%-a ezt helyesen ismerte fel, ugyanakkor 5% a $(x + 4)^2$ választ adta, amelyben a középső tag nem egyezik meg az eredeti kifejezés $14x$ tagjával, valamint 4% a $(x + 2)^2$ választ jelölte meg, amely szintén nem helyes, mert $2 \cdot x \cdot 2 = 4x$, nem pedig $14x$. Ez a hiba arra utal, hogy néhány tanuló nem alkalmazta a nevezetes azonosság visszafejtésének szabályait, hanem esetleg csak tippelt.

9. Egészítsd ki az alábbi képletet úgy, hogy nevezetes azonosság legyen belőle. Válaszd ki a helyes választ. (3 pont)

$$(\dots + 2)^2 = 9 + 12 + 4$$



5.25. ábra. A 9. feladat megoldásának aránya (%)

A jobb oldalon lévő kifejezés összege: $9 + 12 + 4 = 25$, és a három tag a nevezetes azonosság:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

alakját követi, ahol $a = 3$, $b = 2$, hiszen

$$3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 + 2^2 = 9 + 12 + 4 = 25.$$

Tehát a helyes megoldás: $(3 + 2)^2$, azaz a hiányzó tag: 3.

A diagram adatai alapján a tanulók 90%-a helyesen választotta ki a 3-as számot. Ez nagyon jó eredmény, azt jelzi, hogy a legtöbben helyesen ismerték fel a ne-

vezetes azonosság elemeit, és sikeresen visszafejleszték a tagokat. Ugyanakkor 6% a 10-es választ jelölte meg, amely a teljes összeg (25) gyöke, de nem az a tag, amelyből a nevezetes azonosság épül. Ez arra utal, hogy néhány tanuló összekeverte a négyzetgyökvonást a négyzettel alakítással. További 4% a 9-et választotta, amely az a^2 tag értéke, de nem az a tényleges értéke. Ezek a hibák a képletalkotás és az azonosságok szerkezetének részleges félreértéséből erednek.

10. Egészítsd ki a következő kifejezést úgy, hogy egy kéttagú kifejezés négyzetével legyen egyenlő. (5 pont)

$$a^2 - 6a + \dots$$

Megoldás: $a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$

A feladatmegoldás során összesen 79 válasz érkezett. Ezek közül 52 volt helyes, ami az összes válasz 66%-át jelenti. Ha a kontroll és a kísérleti csoport teljesítményét külön vizsgáljuk, jelentős eltérés tapasztalható. A kontrollcsoport tanulóinak csupán 52%-a adott helyes választ. Ezzel szemben a kísérleti csoport tanulóinak 85%-a oldotta meg sikeresen a feladatot. A leggyakoribb hibák a helytelen kiegészítő számok megadása, illetve a feladat értelmezésének hiánya voltak. Többen nem értették a „kéttagú kifejezés négyzetével való egyenlőség” fogalmát. Néhány tanuló nem is próbálkozott válasszal, vagy egyszerűen csak találgatott. A kísérleti csoport jobb eredményei arra utalnak, hogy a digitális eszközökkel támogatott oktatás hatékonyabban segítette a fogalom megértését. Az azonnali visszacsatolás és vizualitás valószínűleg hozzájárult a sikeresebb teljesítményhez.

11. Oldd meg! Mely számokat kell bepótolni, hogy igaz egyenlőséget kapjunk? Írd le, mivel lehet egyenlő az a és b értéke! (5 pont)

$$a^2 - b^2 = 121$$

$$(a - b)(a + b) = 121$$

Lehetséges megoldások: $a = 11, \quad b = 0 \quad a = -11, \quad b = 0 \quad a = 61, \quad b = 60$
 $a = -61, \quad b = -60$

Az ilyen típusú azonosság értelmezésére érkezett 79 válasz, amelyek közül csupán 57% volt helyes vagy részben helyes. Ez összesen 45 helyes megoldást jelent. Osztályonként vizsgálva a helyes válaszok aránya a kontroll csoportban 57%, míg a kísérleti csoportban 58% volt. A gyakori hibák közé tartozott, hogy a tanulók nem ismerték fel

a négyzetek különbségének szabályát, illetve nem tudtak olyan számokat választani, amelyek kielégítik az egyenletet. Többen próbálkoztak pusztán behelyettesítéssel, míg mások jelezték, hogy nem értik a feladatot. Voltak, akik helyesen adták meg a számokat (pl. $a=11$, $b=0$), és le is vezették az egyenlőséget. Ez az eredmény is azt mutatja, hogy az algebrai azonosságok biztos ismerete, és azok alkalmazása még gyakorlást igényel a tanulók jelentős részénél.

12. Peti hibázott, mikor felírta a következő képletet. Keresd meg, hol hibázott, és add meg helyesen az azonosságot! (3 pont)

$$(x + 7)(x - 7) = x^2 - 49x$$

Helyes megoldás:

$$(x + 7)(x - 7) = x^2 - 49$$

A válaszok közül 45 bizonyult helyesnek vagy részben helyesnek, ami az összes válasz 57%-át teszi ki. A kontrollcsoport tanulóinak 57%-a, míg a kísérleti csoport tagjainak 58%-a adott helyes választ. A leggyakoribb hiba az volt, hogy a tanulók a hibás eredményt ismételték meg, és azzal zárták az azonosságot. Többen a szorzat formában írták fel, ami szintén téves. Néhányan csupán a végeredményt írták le, például „49” vagy „ $x^2 - 49$ ”, anélkül, hogy megadták volna, mire vonatkozik. Előfordultak félreértések is, például egyes tanulók összetévesztették a szorzatok azonosságait, és máshogyan értelmezték a feladatot. Több válasz tartalmazott bizonytalanságot, például „nem tudom” vagy „nem értem a kérdést” megjegyzésekkel. A helytelen válaszok aránya azt jelzi, hogy a tanulók egy része még nem tudja rutinosan alkalmazni a négyzetek különbsége azonosságot. A kísérleti csoport kis mértékben jobb teljesítményre utal, hogy a digitális eszközök segíthetik a megértést, de a tanulóknak több gyakorlásra van szükségük a fogalmak mélyebb elsajátításához.

13. Két szám összege 12, négyzeteinek összege 80, és kétszeres szorzatuk 64. Melyik két számról lehet szó? (5 pont)

$$a + b = 12, \quad a^2 + b^2 = 80, \quad 2ab = 64$$

Megoldás:

$$2ab = 64ab = 32,$$

$$a + b = 12,$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, 12^2 = 80 + 64 = 144,$$

Egyenletrendszer:

$$\begin{cases} a + b = 12 \\ ab = 32 \end{cases}$$

a, b a következő másodfokú egyenlet gyökei:

$$x^2 - 12x + 32 = 0,$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 32}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 128}}{2} = \frac{12 \pm 4}{2},$$

$$\Rightarrow a = 8, \quad b = 4.$$

A válaszadók közül 47-en oldották meg helyesen a feladatot, ami az összes résztvevő 59%-át jelenti. A kontrollcsoportban a helyes válaszadók aránya 46%, míg a kísérleti csoportban 79% volt. A helyes válaszok között leggyakrabban a „4 és 8” vagy „8 és 4” szerepelt, sokan különféle jelölésekkel adták meg az eredményt (pl. a=4, b=8 vagy x=8, y=4). Többen teljes gondolatmenettel is indokolták válaszukat, jelezve a feladat mélyebb megértését. Ugyanakkor több diák bizonytalanságot mutatott, például azzal, hogy „nem tudom” vagy értelmetlen válaszokat adott. Előfordultak teljesen téves számkombinációk is, mint például 6 és 9 vagy 40 és 3. Az eredmények összességében azt mutatják, hogy a kísérleti csoport tanulói sokkal nagyobb arányban tudták megoldani az összetettebb logikai feladatot, mint a hagyományos módszerrel tanulók.

Grafikus ábrák elemzése

14. Fejtsd meg az alábbi rejtvényt! Az azonos szimbólumok azonos számokat jelölnek.

$$\begin{aligned} 4x^2 + 12xy + \blacktriangle y^2 &= (\bullet x + \blacksquare y)^2 \\ (\blacksquare y + \blacktriangledown a)(\blacksquare y - \blacktriangledown a) &= \blacktriangle y^2 - 25a^2 \\ (\blacktriangle x + \blacktriangledown)^2 &= \blacktriangle^2 x^2 + \star x + \blacktriangledown^2 \\ \text{Add meg } \star \text{ értékét!} \end{aligned}$$

5.26. ábra. 14. feladathoz tartozó ábra

1.

$$4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x + 3y)^2$$

2.

$$(3y + 5a)(3y - 5a) = 9y^2 - 25a^2$$

3.

$$(9x + 5)^2 = 81x^2 + 90x + 25$$

A rejtvényt feladatban a tanulóknak azonos szimbólumokhoz kellett azonos számértékeket rendelni, majd a megfelelő műveleteket elvégezve kellett meghatározniuk a keresett alakzat, a lila csillag értékét. A helyes válasz 90 volt, de csak azok a tanulók kaptak maximális pontszámot, akik a megoldást is levezették. A tanulók közül csupán 26-an adtak helyes és levezetett választ, ami az összes válaszadó 33%-nak felel meg. A kontrollcsoportban 46 tanuló próbálkozott, közülük 12-en (26%) vezették le jól a megoldást. A kísérleti csoportban 33 tanuló vett részt, és 14-en (42%) oldották meg helyesen. A helyes válaszadók általában vagy egyértelműen megadták

a lila csillag értékét mint „90”, vagy konkrét algebrai levezetést is mellékeltek. A leggyakoribb hibák közé tartozott a számok önkényes beírása indoklás nélkül, illetve egyes tanulók értelmezni sem tudták a feladatot, válaszaik közt szerepelt például „nem tudom”, „nem értem”, vagy irreleváns számok. Több diák más matematikai kifejezéseket írt, de ezek gyakran nem voltak kapcsolhatók a feladat logikájához. Az eredmények arra utalnak, hogy a kísérleti osztály diákjai ebben a komplexebb gondolkodást és rendszerezést igénylő feladatban is jobban teljesítettek, mint a kontrollcsoport tanulói, mivel a kísérleti csoportban a tanulók 42%-a oldotta meg helyesen a feladatot, míg a kontrollcsoportban csupán 26% így szignifikánsnak tekinthető a különbség.

Összetett problémamegoldás

15. Egy négyzet oldalát megnöveljük 4 cm-rel, és így egy új négyzetet kapunk. Az új négyzet területe 64 cm²-rel nagyobb, mint az eredeti négyzeté. Mekkora az eredeti négyzet oldala?

Adatok:

Eredeti négyzet oldala: x

Új négyzet oldala: $x + 4$

Eredeti négyzet területe: x^2

Új négyzet területe: $(x + 4)^2$

Egyenlet felírása:

$$(x + 4)^2 = x^2 + 64$$

$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 64$$

$$x^2 - x^2 + 8x = 64 - 16$$

$$8x = 48$$

$$x = 6$$

Válasz: Az eredeti négyzet oldala 6 cm.

A tanulóknak egy szöveges feladat keretében az eredeti négyzet oldalhosszát kellett meghatározniuk. A helyes válasz 6 cm volt, amelyet egy egyenlet felállításával és megoldásával lehetett pontosan kiszámítani.

A feladat maximálisan 10 pontot ért, azonban a pontozás során nemcsak a helyes végeredményt, hanem a megoldás folyamatát és az indoklás részletességét is figyelembe vettük. A feladatot összesen 79 tanuló próbálta megoldani. A tanulók válaszai alapján három csoportot különítettünk el: 23 fő (29%) adott teljes, indokolt megoldást, ők elérték a maximális 10 pontot; 31 fő (39%) részben helyes megoldást nyújtott, például helyesen felállította az egyenletet vagy elindult a megoldással, de hibázott vagy nem fejezte be, ők 4–6 pontot kaptak; 25 fő (32%) csupán a végeredményt írta be, számítás vagy indoklás nélkül, illetve hibás megoldást adott – ők 2–3 pontban részesültek. A kísérleti osztályban 12 tanuló (36%) adott teljes, indokolt megoldást, míg a kontrollosztályban 11 tanuló (24%) ért el 10 pontot.

A különbség kis mértékű, de jelzi, hogy a digitális eszközökkel támogatott tanórák hatékonyabb segítséget nyújthattak az összefüggések megértésében. A hibák gyakori forrása a helytelen becslés volt (pl. 4 cm vagy 10 cm beírása), valamint a műveleti sorrend vagy a szöveg alapján felállítandó egyenlet félreértelmezése. Voltak, akik bár próbálkoztak számítással, hibás úton jártak, így nem tudtak teljes pontot elérni.

Az összesített eredmények azt mutatják, hogy bár a tanulók közel 70%-a ért el részleges vagy teljes pontszámot, a valódi problémamegoldó és logikai gondolkodást igénylő, indoklással ellátott megoldások aránya alacsonyabb. Az eredmények alapján egyértelműen kirajzolódik, hogy bár sok tanuló eljutott a helyes válaszig, a valódi matematikai gondolkodást és a probléma értelmezésének mélységét az indokolt és logikusan felépített megoldás tükrözte. A tanulói válaszok pontszámainak százalékos megoszlását egy kördiagramon is szemléltettem, amely vizuálisan is megerősítette a tapasztalt tendenciákat.

16. Alkoss szöveges feladatot az $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ képlet alkalmazására!

A tanulók egy része magabiztosan tudta, hogy ez a képlet két szám különbségének

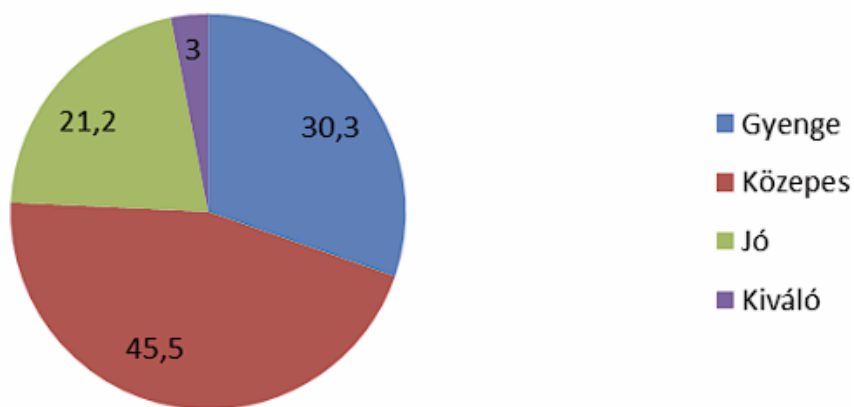
négyzetét fejezi ki, míg mások nem értették pontosan, mit kell tenni.

Szerepeltek a válaszok között szöveges példák is, mint például Peti vagy Anna alma- és csokigyűjtése, amelyeken keresztül a képlet gyakorlati alkalmazását kellett értelmezni. A szövegek gyakran hétköznapi helyzeteket írtak le, például vásárlás, ajándékozás, vagy kertátalakítás, így segítve az absztrakt fogalmak konkretizálását.

A válaszok között néhány kérdés a különbség négyzetének jelentésére, kiszámítására és bontására vonatkozott. Több tanuló megpróbálta kiszámítani a kifejezések konkrét értékét adott számokra, míg mások inkább a képlet szerkezetének megértésével küzdöttek. A válaszokból kiderült, hogy néhány diák összekeverte a nevezetes azonosságokat.

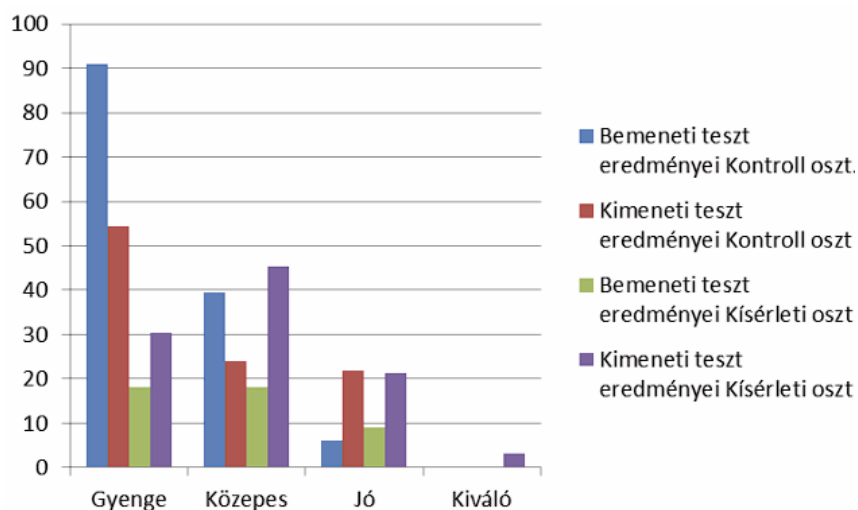
Előfordultak olyan válaszok is, amelyekben a tanulók nem tudtak mit kezdeni a feladattal, és egyszerűen azt írták: „nem tudom” vagy „nem értem”. Akadtak viszont olyan tanulók is, akik helyesen alkalmazták a képletet és megfelelően le is vezették a lépéseket. A feladatok egy része kihívást jelentett a diákoknak a nyelvezete és a történetyszerű megfogalmazása miatt, különösen azoknál, akik a szövegértésben is nehézségekkel küzdenek.

A példák közt megjelentek olyan típusfeladatok is, amelyekben a kert területének változását kellett meghatározni egy oldal hosszának csökkentése után ez szintén nevezetes azonosságot igényelt. Néhány feladat a matematika és a valós élet közötti kapcsolatot próbálta megmutatni, például almák, csokoládék és nyalókák elosztásán keresztül. A tanulók különböző szinten értették meg a képleteket, volt, aki helyesen alkalmazta, míg másokban téves következtetések születtek.



5.27. ábra. A kimeneti teszt eredményei százalékos értékben

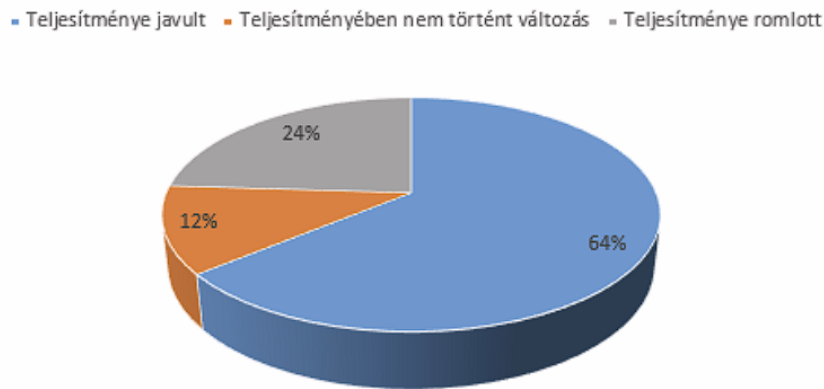
Összegzésként megállapítható, hogy a kimeneti teszt eredményei alapján a digitális taneszközökkel támogatott oktatásban részesülő kísérleti osztályok tanulói szignifikánsan jobb teljesítményt nyújtottak, mint a hagyományos módszerekkel tanított kontrollosztályok tanulói. A teszteredmények átlaga a kísérleti osztályban 58,63, míg a kontrollosztályban 48,84 pont lett, ami közel 10 pontos különbséget jelent a kísérleti csoport javára.



5.28. ábra. A bemeneti teszt és a kimeneti teszt összehasonlítása

A Levene-teszt alapján, mivel a p értéke kisebb a 0,05-ös szignifikanciaszintnél, megállapítottam ez alapján, hogy nem teljesül az egyenlő szórások feltétele, ezért a Welch-féle próbát alkalmaztam. A két csoport szórásnégyzete (varianciája) jelentősen eltér egymástól: a kísérleti osztály esetében 415,94, míg a kontrollosztálynál 631,18. A próba eredményei a következők: a számított t érték 1,91, a szabadságfok körülbelül 76 volt. A kapott p érték (egyszélű) 0,030, míg a kritikus t érték (egyszélű) 1,665 volt az $\alpha = 0,05$ szignifikanciaszinten. Mivel a számított t érték nagyobb a kritikus értéknél, és a p érték kisebb 0,05-nél, a különbség statisztikailag szignifikánsnak tekinthető.

Ez az eredmény mutatja, hogy nagy valószínűséggel nem a véletlen műve, hogy a kísérleti osztály tanulói jobb eredményt értek el a kimeneti teszten. Mindez azt jelzi, hogy a korszerű technológiai megoldások beépítése az oktatásba érdemben hozzájárulhat a tanulási hatékonyság növeléséhez és a tanulók eredményesebb fejlődéséhez.



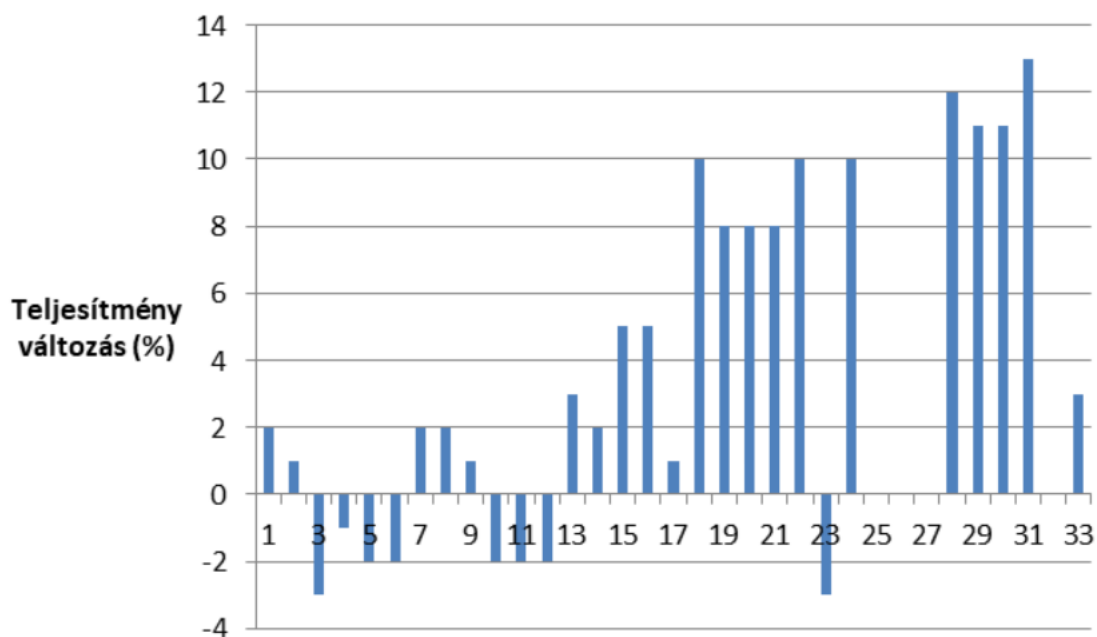
5.29. ábra. Teljesítmény kimutatása

A vizsgálat eredményei azt mutatják, hogy a diákok teljesítménye 64%-ban javult, 12%-ban nem változott, míg 24%-uknál romlás volt tapasztalható az IKT (infokommunikációs technológia) eszközök használatát követően.

A negatív irányú változás – vagyis a teljesítmény romlása – részben azzal magyarázható, hogy az IKT-eszközök nem képezik a tanulók mindennapi rutinjának részét, különösen nem tanulási célból. Emiatt a diákoknak kezdetben nehézségeik lehettek a digitális módszerekhez való alkalmazkodásban, ami visszavethette az eredményeiket.

Fontos kiemelni, hogy csak néhány tanóra zajlott ilyen módszerrel, így a módszer hatása nem tudott kellően érvényesülni. Más kutatások is megerősítik, hogy az IKT használata akkor hoz valóban tartós és érdemi eredményeket, ha a mindennapi tanítás szerves részévé válik, mint állandó taneszköz. Hosszú távon így sokkal jobban kimutathatóak a pozitív hatások, például a motiváció növekedése, a tanulói aktivitás fokozódása vagy a jobb teljesítmény.

A grafikon alapján megállapítható, hogy a tanulók többsége fejlődött: 18 fő teljesítménye javult, 4 főnél nem történt változás, míg 3 tanulónál romlás figyelhető meg. Ez azt mutatja, hogy a digitális eszközökkel támogatott tanórák eredményesek lehetnek, azonban hatékonyságuk akkor érvényesül igazán, ha az oktatás folyamatosan ilyen formában történik.



5.30. ábra. Tanulói teljesítmény változás a bemeneti és kimeneti teszt alapján (%)

Az 5.30 ábra a bemeneti és kimeneti teszteredmények közötti különbségeket szemlélteti tanulónként. A vízszintes tengelyen a tanulók sorszámai szerepelnek, míg a függőleges tengely a pontszámok közötti eltérést mutatja. Az értékek 0-tól felfelé történő elmozdulása pozitív irányú változást, vagyis fejlődést jelez; ezeknél a tanulóknál a kimeneti teszten jobb eredmény született, mint a bemenetin. Azoknál, akiknél az oszlop nulla körül marad, nem történt mérhető változás a teljesítményükben. A negatív tartományba eső oszlopok pedig teljesítménycsökkenésre utalnak.

5.7. A kérdőíves adatfelvétel és a válaszok elemzése

A kérdőívvel nem csupán az volt a célom, hogy visszajelzést kapjak a digitális eszközökkel támogatott tanórák eredményességéről a diákok szemszögéből megvizsgálva. Mivel véleményem szerint fontos a digitális eszközök alkalmazása az oktatásban és bár fiatal vagyok a technológia közel áll hozzám, úgy gondolom valami újba bele kezdve mindig van miben fejlődni, ezért is tartottam fontosnak, hogy a diákok értékeljék az oktatót, vagyis a személyemet, melyből én is tapasztalatot szerezhetek és fejlődhetek ezen eszközök alkalmazásában. A kérdőív a következő linken érhető el:

<https://forms.office.com/r/HymhcSaWu7?origin=lprLink>

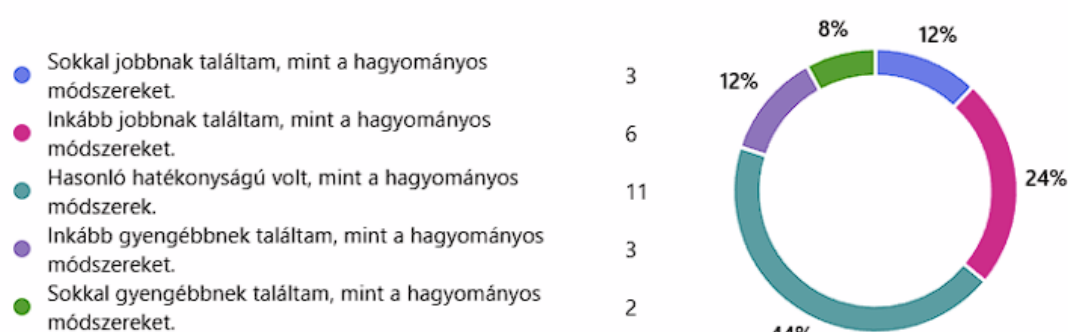
A felmérés négy részre felosztva vizsgálta az órák sikerességét, ezt szeretném bemutatni a következőkben

1. rész Adatok (1-3 kérdések)

Az első részben olyan általános kérdésekre tértem ki, mely tartalmazta, az intézmény nevét, a diák azonosítóját, illetve a nemét.

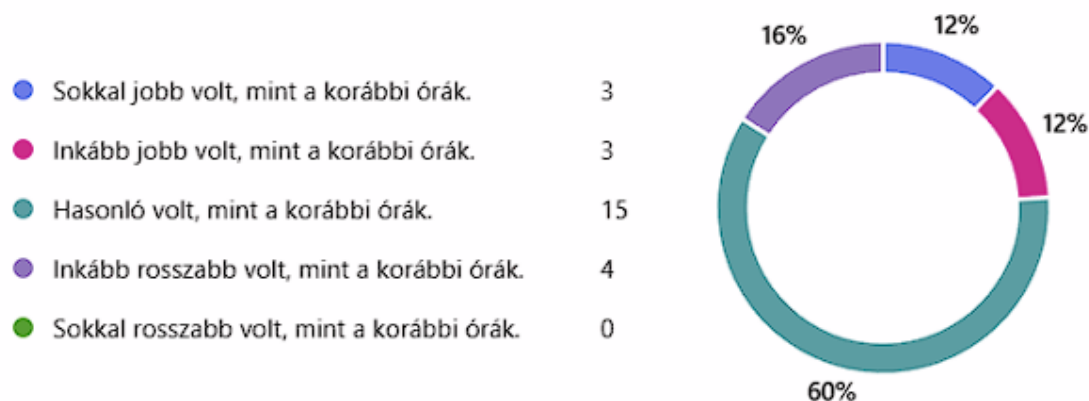
2. rész. Önálló tanulás (4-8. kérdések)

A második részben az önálló tanulásra tértem ki, mely fontos szerepet játszott a kísérlet során. A tanulók többsége pozitívan viszonyult az önálló tanuláshoz digitális eszközök segítségével.



5.31. ábra. Az 5. kérdés

A visszajelzések szerint a legtöbben hasznosabbnak vagy legalábbis egyenértékűnek találták ezt a módszert a hagyományos tanulási formákkal szemben. A 8. kérdés válaszai alapján a diákok túlnyomó többsége hatékonynak vagy nagyon hatékonynak ítélte meg a digitális eszközökkel végzett önálló tanulást.



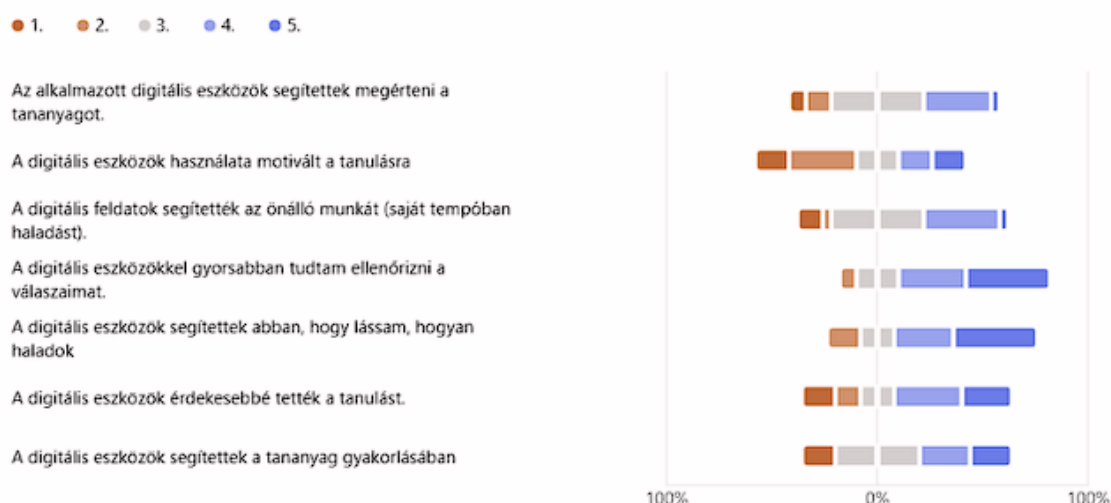
5.32. ábra. A 6. kérdés

Ugyanakkor a 7. kérdés válaszai rámutattak arra, hogy az interaktív feladatok nem minden esetben segítettek kellőképpen a tananyag megértését, ami úgy gondolom a kialakításon múlt, melyben nekem kell a későbbiekben, mint pedagógus sokkal át gondoltabbnak lennem.

3. rész. Digitális eszközök használata és hatásuk (9-13. kérdés)

A kérdőív 3. része (9–13. kérdések) alapján összességében az látszik, hogy a diákok pozitívan álltak hozzá a digitális eszközökhöz. A 9. kérdésnél a legtöbben azt írták, hogy segítette őket a tananyag megértésében, motiváltabbak lettek tőle, jobban tudták követni, hogy hol tartanak, és úgy általában érdekesebb lett tőle a tanulás.

9. Mennyire értesz egyet az alábbi állításokkal? Kérlek, jelöld egy 1-től 5-ig terjedő skálán, ahol 1 = egyáltalán nem értek egyet, 5 = teljes mértékben egyetértek



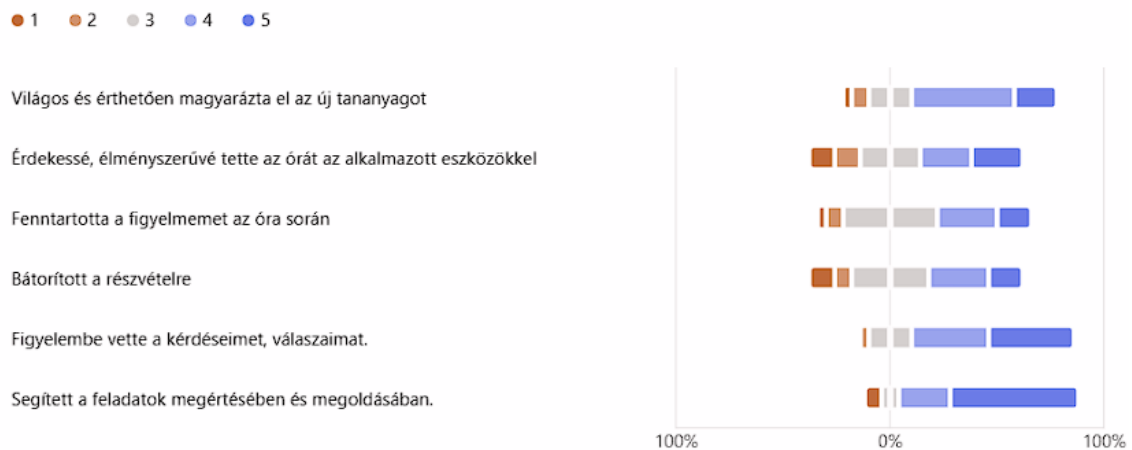
5.33. ábra. 9. kérdés

A 10–12. kérdésekből kiderül, hogy a többség élvezte a feladatokat sokan azt mondták, hogy „minden tetszett”, és nem igazán volt olyan feladat, amit ne értettek volna. Viszont többen megemlítették, hogy technikai gondok előfordultak, például akadozott az internet vagy nem működött megfelelően az eszköz. A 13. kérdés eredményei alapján a legtöbben hasznosnak találták ezt a digitális tanulási környezetet, de volt egy kisebb réteg, akik kevésbé érezték hatékonynak ez arra utal számomra, hogy érdemes lenne még jobban személyre szabni a digitális tanulási lehetőségeket. Mivel voltak diákok az órák során, akik gyorsabban hajtották végre a feladatot, így az oktatás alatt tapasztaltak alapján és a felmérés alapján kijelenthetem, hogy

sokkal több alternatívára van szükség, hogy a diákok figyelme megfelelően legyen fenntartva.

4. rész Motiváció és elégedettség (14-17-ig)

A negyedik rész alapján jól látszik, hogy a tanulók alapvetően elégedettek voltak az órákkal és az oktatóval is, vagyis velem. A 14. kérdésnél főleg azt emelték ki, hogy érthetően volt elmagyarázva az anyag, és támogatva érezték magukat abban, hogy részt vegyenek az órán.



5.34. ábra. 14. kérdés

A 15. kérdés válaszaiból az derül ki, hogy a diákok tényleg úgy érezték, aktívan részt vettek a munkában, és sikerült jobban megérteniük az anyagot. A 16. kérdésnél viszont már vegyesebb a kép mivel fele-fele arányban vannak azok, akik szívesen folytatnák a digitális tanulást, és azok, akik inkább nem. Ez azt jelzi számomra, hogy nem mindenkinek jött át ez az oktatási forma. Az utolsó, 17. kérdés alapján az általános elégedettség 3.76 lett, ez összességében pozitív, de azért még lenne hova fejlődni. Az órák során előfordult, hogy probléma volt az internetkapcsolattal, az interaktív táblával, melyek úgy gondolom akkor könnyedén kiküszöbölhetőek, ha a pedagógus naprakész és számos órán alkalmaz digitális eszközöket.

6. fejezet

Következtetés

A kutatás során kapott eredmények alapján megállapítható, hogy a digitális taneszközökkel támogatott oktatás kedvező hatással volt a tanulói teljesítményre. A kiemelt teszt eredményei egyértelműen azt mutatják, hogy a kísérleti osztály tanulói, akik digitális eszközök segítségével dolgoztak, szignifikánsan jobb eredményt értek el, mint a hagyományos módszerekkel tanított kontrollosztály tanulói. A közel 10 pontos különbség, valamint a statisztikai próbák szignifikanciája is alátámasztja, hogy nem véletlenszerű eredményről van szó, hanem a tanítási módszer valódi hatásáról.

A kérdőíves felmérés szintén megerősíti ezt az eredményt, hiszen a kísérleti osztály diákjai többnyire pozitívan nyilatkoztak az órák hatékonyságáról és hangulatáról. Az önálló tanulással kapcsolatos kérdésekre adott válaszok alapján elmondható, hogy a diákok nagy része szívesen tanult digitális eszközökön keresztül, és hatékonynak érezte ezt a formát. Természetesen voltak visszajelzések, melyek technikai problémákra vagy az interaktív feladatok nehézségeire utaltak, de ezek inkább a kivitelezés finomhangolásának szükségességét mutatják, nem magának a módszernek a gyengeségét.

A digitális eszközök alkalmazásával kapcsolatban általánosan elmondható, hogy a kísérleti osztály tanulói érdekesebbnek és motiválóbbnak élték meg a tanulást, mint a korábbi, hagyományos órákon. Ugyanakkor az is látszik, hogy nem minden tanulónál váltotta ki ugyanezt a hatást – akadtak, akik kevésbé érezték hatékonynak vagy élvezetesnek ezt a módszert. Ez számomra azt mutatja, hogy a differenciálásnak, az egyéni tempóhoz és érdeklődéshez igazított feladatoknak még nagyobb szerepet kell kapniuk.

Az órákról és az oktatóról szóló kérdések eredményei szintén megerősítik, hogy a kísérleti osztály tanulói összességében elégedettek voltak a tanítás minőségével, és támogató légkört tapasztaltak. Az, hogy a válaszok alapján megosztott a vélemény a digitális tanulás folytatásáról, számomra azt jelzi, hogy fontos lenne megtalálni azt az arányt, ahol a digitális és hagyományos elemek kiegyensúlyozottan jelennek meg az órákon.

Összességében elmondható, hogy a kísérleti osztályban alkalmazott digitális taneszközök nemcsak a tanulók teljesítményét javították, hanem a tanuláshoz való hozzáállásukban is pozitív változásokat eredményeztek. Ugyanakkor a felmérés tanulságai alapján számomra világossá vált, hogy pedagógusként még sok lehetőség rejlik abban, hogyan lehet ezeket az eszközöket tudatosabban, célzottabban és személyre szabottabban beépíteni az oktatási folyamatba.

Összefoglalás

Dolgozatomban arra kerestem a választ, hogy a digitális eszközökkel támogatott oktatás milyen hatással van a tanulók teljesítményére és motivációjára az algebrai kifejezések – különösen a rövidített szorzások – tanulása során, kiemelt figyelmet fordítva a szöveges feladatok értelmezésére. A kutatás célja az volt, hogy feltárja, vajon a modern technológia beépítése az oktatásba hozzájárul-e a tananyag jobb megértéséhez, és segít-e abban, hogy a diákok közelebb kerüljenek a matematikához.

A vizsgálat négy középiskolai osztály bevonásával történt. A kísérleti osztályok a Guti Gimnáziumban és a Beregszászi Bethlen Gábor Líceumban digitális taneszközök segítségével tanulták az algebrai kifejezések különböző típusait, míg a kontroll osztályok – a Nagyberegi Református Líceum és a Beregszászi Kossuth Lajos Líceum tanulói – hagyományos módszerekkel ismerkedtek meg ugyanazzal a tananyaggal. A tanulói teljesítmény alakulását bemeneti és kimeneti tesztek eredményei alapján elemeztem, míg a tanulói attitűdökről kérdőív segítségével szereztem információt.

Az eredmények alapján megállapítottam, hogy a digitális pedagógiai módszerekkel támogatott oktatás pozitívan befolyásolta a kísérleti osztályok tanulóinak eredményeit. A kimeneti tesztekben átlagosan magasabb pontszámokat értek el, mint a kontroll osztályok tanulói, ami a digitális eszközök tanulást segítő szerepét támasztja alá. A kérdőíves visszajelzések is ezt az eredményt erősítették meg: a kísérleti osztályok tanulói többsége élvezetesnek és motiválónak találta a digitálisan támogatott órákat, és pozitívan nyilatkozott a tanulási élményről.

A kutatás eredményei alapján megállapítottam, hogy a digitális eszközök tudatos és célzott alkalmazása nemcsak a tanulók teljesítményét javíthatja, hanem motivációjukat is növelheti. Mindez azt mutatta, hogy a modern technológia nem csupán eszköz, hanem lehetőség is arra, hogy a matematika tanulása élményszerűbbé,

személyre szabottabbá és hatékonyabbá váljon. A dolgozat rávilágított arra is, hogy a pedagógus szerepe kulcsfontosságú ebben a folyamatban – hiszen a siker nem pusztán az eszközökön, hanem azok pedagógiai szempontból átgondolt és reflektált alkalmazásán múlik.

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, Jakab Enikő tanárnőnek a sok segítségért, kitartó támogatásért és értékes tanácsokért, amelyek jelentősen hozzájárultak ennek a szakdolgozatnak a sikeres elkészítéséhez. Hálás vagyok a folyamatos figyelmességéért és a szakmai iránymutatásért, melyek végigkísérték tanulmányaimat.

Végül, szeretnék köszönetet mondani családomnak a türelemért és támogatásért, mely lehetővé tette számomra, hogy ezt a tanulmányt befejezhessem.

Irodalomjegyzék

- [1] A. Arcavi, Symbol Sense: Informal Sense-Making in Formal Mathematics, For the Learning of Mathematics, Vancouver, 1994.
- [2] C. N. Akpen, Impact of online learning on student's performance and engagement: A systematic review, Discover Education (2024). doi10.1007/s44217-024-00253-0
- [3] Author(s), A constructivist approach to the teaching of mathematics to boost competences needed for sustainable development, Rural Sustainability Research 39(334) (2018), 1–7. doi10.2478/plua-2018-0001
- [4] Author(s), Difficulties in learning algebra: An analysis of students' errors, J. Phys.: Conf. Ser. 1320(1) (2019), 012061. doi10.1088/1742-6596/1320/1/012061
- [5] Author(s), Difficulties that students face when learning algebraic problem-solving, Universal J. Educ. Res. 8(11) (2020). doi10.13189/ujer.2020.081143
- [6] B. B. Budai (szerk.), Digitális készségfejlesztés, Akadémiai Kiadó – Ludovika Egyetemi Kiadó, 2024. ISBN: 9789634549611. doi10.1556/9789634549611
- [7] D. Tall, Success and Failure in Mathematics: Procept and Procedure in Secondary Mathematics, 2019.
- [8] A. Egri-Nagy, What is Algebraic Thinking?, Hungary (2017).
- [9] I. Falus (főszerk.), I. Szűcs (szerk.), Didaktika, Akadémiai Kiadó, 2021.
- [10] I. Falus (főszerk.), I. Szűcs (szerk.), A didaktika kézikönyve, Akadémiai Kiadó, 2022.
- [11] Fóti Péter. Digitális taneszközök a pedagógiában. ELTE Eötvös Kiadó. (2021).

- [12] M. Giaquinto, Visual Thinking in Mathematics: An Epistemological Study, Oxford University Press, 2007.
- [13] N. Gunawardena, G. Egodawatte, Is algebra really difficult for all students?, Acta Didactica Napocensia 2(1) (2009), 41–48.
- [14] J. Hallagan, The influence of learning theories on the teaching and learning of algebra, 2006.
- [15] G. Halász, I. V. Kovács, L. Pálvölgyi (szerk.), Oktatás, technológia, innováció: Helyzetkép és stratégia, n.d.
- [16] Á. Hofmeister-Tóth, A. Z. Mitev, Üzleti kommunikáció és tárgyalástechnika, Budapest, 2004.
- [17] D. Holló, Értsünk szót! Kultúra, kommunikáció, nyelvhasználat, nyelvtanítás, n.d.
- [18] I. Horváth, Tolmácsolás, digitalizáció, mesterséges intelligencia, Budapest, 2021.
- [19] L. Horváth, O. Lencse-Csík, H. Misley, K. Nagy, É. Verderber, Az AKG mint innovatív tanulási környezet, Akadémiai Kiadó (2018). doi10.1556/9789630599221
- [20] R. Kecskés, Algebrai gondolkodás és vizuális reprezentációk, ELTE, Budapest, 2010. ,
- [21] Khan Academy, Az algebra alapjai: algebrai kifejezések, Magyarország.
- [22] C. Kieran, The Learning and Teaching of School Algebra, In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (1992), 390–419.
- [23] Z. Kovács, R. Vajda, Symbolic Comparison of Geometric Quantities in GeoGebra, 2022.
- [24] S. Kriegler, Just What Is Algebraic Thinking?, UCLA Department of Mathematics, United States, 2008.

- [25] S. Kumari, Impact of technology on student learning outcomes: Examining digital tools, online platforms, and AI in modern education, K.R. Mangalam University, Gurugram, Haryana, n.d.
- [26] G. László (szerk.), Foglalkoztatáspolitikai, Wolters Kluwer Hungary Kft., 2021. ISBN: 9789632959764. doi10.55413/9789632959764
- [27] Y. Li, D. Chen, X. Deng, The impact of digital educational games on student's motivation for learning: The mediating effect of learning engagement and the moderating effect of the digital environment, PLOS ONE (2024). doi10.1371/journal.pone.0294350
- [28] M. Limniou, The effect of digital device usage on student academic performance: A case study, Education Sciences 11(3) (2021), 121. doi10.3390/educsci11030121
- [29] Y. Mishra, R. S. S. Nehru, The effect of constructivist 7E model of teaching algebra on academic achievement of Class-IX students of George High School, Bargarh, Odisha, J. Maharaja Sayajirao Univ. Baroda 54(2(IV)) (2020), 43–. ISSN: 0025-0422.
- [30] Motivation and grit in a digital learning environment, (2022).
- [31] Merzljak, A. H. (2015). Algebra.
- [32] G. Nádori, T. Prievara, 21. századi pedagógia, Akadémiai Kiadó, 2018. doi10.1556/9789634541028
- [33] Zs. Nagy-Varga, Kommunikációfejlesztés középiskolás diákok körében: Definícióalkotási stratégiák, Budapest, 2021.
- [34] R. B. Nelsen, Proofs Without Words – Exercises in Visual Thinking, The Mathematical Association of America, 1993.
- [35] R. B. Nelsen, Proofs Without Words II, The Mathematical Association of America, 2000.
- [36] Oktatás 2030 – Útmutató a matematika tantárgy tanításához, 2020.

- [37] Farkas, A., Földeáki, A., Főző, A. L., Frész, A. J., Genáhl, K. J., Horváth, Á., Jánossy, Zs., Kapcsáné Németi, J., Krajcsovicz, Á., Neumann, V., Pintér, G., Sió, L., Szabados, T., Szalay, S. Zs., Szilágyi, Á., Timár, B., & Tóth, T. (2021). Pedagógiai módszertani ajánlás a digitális eszközökkel támogatott oktatás különböző szintjeihez. Oktatási Hivatal.
- [38] Zs. Papp-Varga, Interaktív matematika mindenkinek GeoGebra módra, In J. Berke (szerk.), Multimédia az oktatásban, 1995–2010, Neumann János Számítógép-tudományi Társaság, 2009, 18. o.
- [39] Prieara Tibor. (2018). 21. századi pedagógia. Neteducatio.
- [40] A. Sansyzybayeva, S. Daiyrbekov, D. Berdaliyev, G. Daiyrbekova, A. Sansyzybayev, Methods of teaching secondary school students to solve algebraic equations and inequalities and their systems, Phys. Math. Educ. 56 (2024). doi10.54919/physics/56.2024.146vf4
- [41] N. O. Semenii, Digital tools as a means for increasing motivation of future teachers' professional activity, ICT Learn. Tools Higher Educ. Establ. 88(2) (2022).
- [42] L. Somogyvári, J. Tóth (szerk.), Humán tudományok: pedagógusképzés és tananyagfejlesztés 3, Akadémiai Kiadó, 2022. ISBN: 9789634548171. doi10.1556/9789634548171
- [43] Z. Szűts, A digitális pedagógia elmélete, Akadémiai Kiadó, 2020. ISBN: 9789634545859. doi10.1556/9789634545859
- [44] Szűts Zoltán. (2018). Online – Az internetes kommunikáció és média története, elmélete és jelenségei. Wolters Kluwer.
- [45] Various Authors, Algebrai kifejezések és azonosságok, Szegedi Tudományegyetem, n.d.
- [46] Z. Yu, Sustaining student roles, digital literacy, learning achievements, and motivation in online learning environments during the COVID-19 pandemic, Sustainability 14(8) (2022), 4388. doi10.3390/su14084388 ""

- [47] Tempus Közalapítvány. (n.d.). Digitális módszertár – Digitális Pedagógus Díj. Letöltve: 2025. május 29., <https://www.oktataskepzes.tka.hu/hu/digitalis-modszertar-digitalis-pedagogus-dij>
- [48] Zrínyi Miklós Gimnázium (szerk.). (2021). Digitális taneszközök alkalmazási lehetőségei a matematikaoktatásban. Budapest: Zrínyi Miklós Gimnázium.

Ábrák jegyzéke

2.1.	14
5.1. A digitális oktatásban alkalmazott platformok és alkalmazások . . .	30
5.2. 1-3. feladathoz tartozó szemléltetés	35
5.3. Az kísérleti és kontroll osztályok teljesítménye az első három feladatban	36
5.4. 4-7 feladatokhoz tartozó szemléltető	37
5.5. A szemléltetőeszközök alkalmazásának hatása a műveleti gondolkodás fejlesztésében (4–7. feladat)	39
5.6. A 8-9. feladatok szemléltetése	40
5.7. A 10-11. feladatok szemléltetése	40
5.8. 8-11, feladatok megoldottsága	41
5.9. A szövegértelmezés és műveletalkotás sikeressége különböző alpműveletek esetén	42
5.10. Művelethez szövegalkotás: a szorzás, osztás és kivonás nyelvi megfogalmazásának összehasonlítása	43
5.11. 20. feladathoz tartozó szemléltető	44
5.12. 21. feladathoz tartozó szemléltető	44
5.13. 22. feladathoz tartozó szemléltető	44
5.14. 23. feladathoz tartozó szemléltető	45
5.15. Válaszd ki melyik ábra tartozik a szöveghez feladatok megoldásai . .	45
5.16. "Oldd meg a feladatot, megoldásod minél jobban részletezd" feladattípusok megoldásainak összesítése	47
5.17. A bemeneti teszt összesített eredményei értékelési szintek alapján. .	47
5.18. Osztályonkénti átlag teljesítmény	48
5.19. A bemeneti teszt feladatainak megoldottsága	49

5.20. A 4. feladat megoldásainak aránya (%)	53
5.21. Az 5. feladat megoldásainak aránya (%)	53
5.22. A 6. feladat megoldásainak aránya (%)	54
5.23. A 7. feladat megoldásának aránya (%)	55
5.24. A 8. feladat megoldásának aránya (%)	55
5.25. A 9. feladat megoldásának aránya (%)	56
5.26. 14. feladathoz tartozó ábra	60
5.27. A kimeneti teszt eredményei százalékos értékben	63
5.28. A bemeneti teszt és a kimeneti teszt összehasonlítása	64
5.29. Teljesítmény kimutatása	65
5.30. Tanulói teljesítmény változás a bemeneti és kimeneti teszt alapján (%)	66
5.31. Az 5. kérdés	67
5.32. A 6. kérdés	67
5.33. 9. kérdés	68
5.34. 14. kérdés	69

Táblázatok jegyzéke

3.1. A rövidített szorzatok tanításának tematikus felosztása	22
5.1. 1-3 feladat megoldásai	35
5.2. A 8–11. feladatok lehetséges megoldásai	40
5.3. A 12–15. feladatok szöveges műveletei és megoldásai	42
5.4. A 16–19. feladatok – Művelethez írt szöveges feladatok	43
5.5. 24-31. feladatok megoldásai	46

Mi mit jelent, melyik mennyi? Segíts nekem!

A kérdések megválaszolásakor törekedj egyszerű, érthető de pontos megfogalmazásra, mintha valamelyik társadnak magyaráznál!

A közreműködésed és a segítséged köszönöm!

* Kötelező

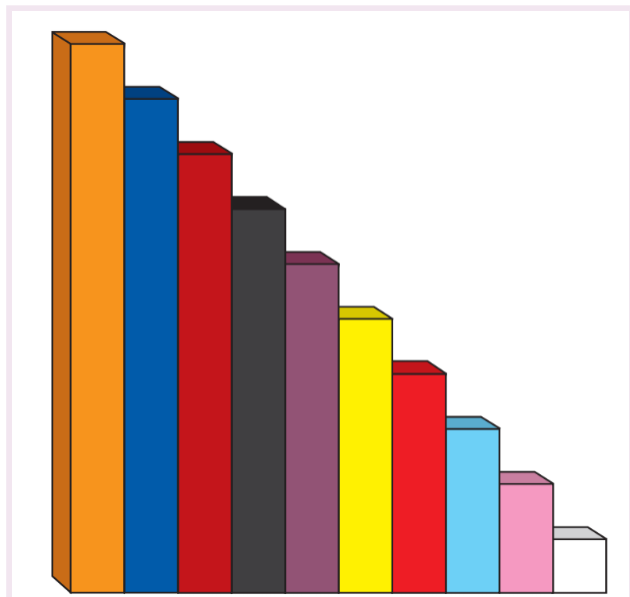
Szakasz



1

A szomszédos rudak magassága közötti eltérés egy fehér kocka élhosszúsága. A rudak alapja azonos a kocka lapjával. Mi a világoskék rúd értéke, ha a fehér kiskocka értéke 1?

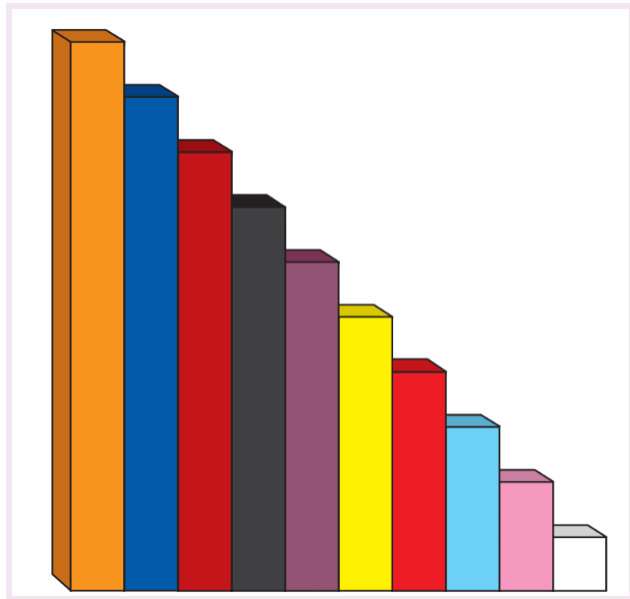
*



Írja be a választ

2

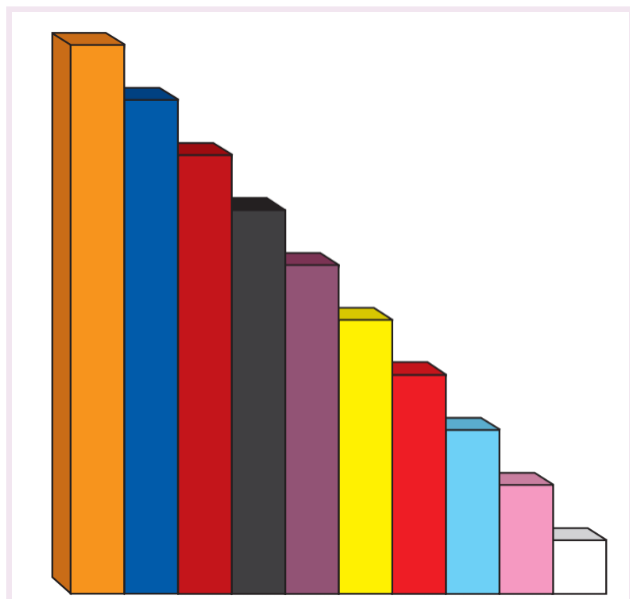
A szomszédos rudak magassága közötti eltérés egy fehér kocka élhosszúsága. A rudak alapja azonos a kocka lapjával. Mi a sötétkék rúd értéke, ha a világoskék rúd értéke az 1? *



Írja be a választ

3

A szomszédos rudak magassága közötti eltérés egy fehér kocka élhosszúsága. A rudak alapja azonos a kocka lapjával. Mi a rózsaszín rúd értéke, ha a lila rúd értéke 1? *



Írja be a választ

Mi mit jelent, melyik mennyi? Segíts nekem!

A kérdések megválaszolásakor törekedj egyszerű, érthető de pontos megfogalmazásra, mintha valamelyik társadnak magyaráznál!

A közreműködésed és a segítséged köszönöm!

* Kötelező

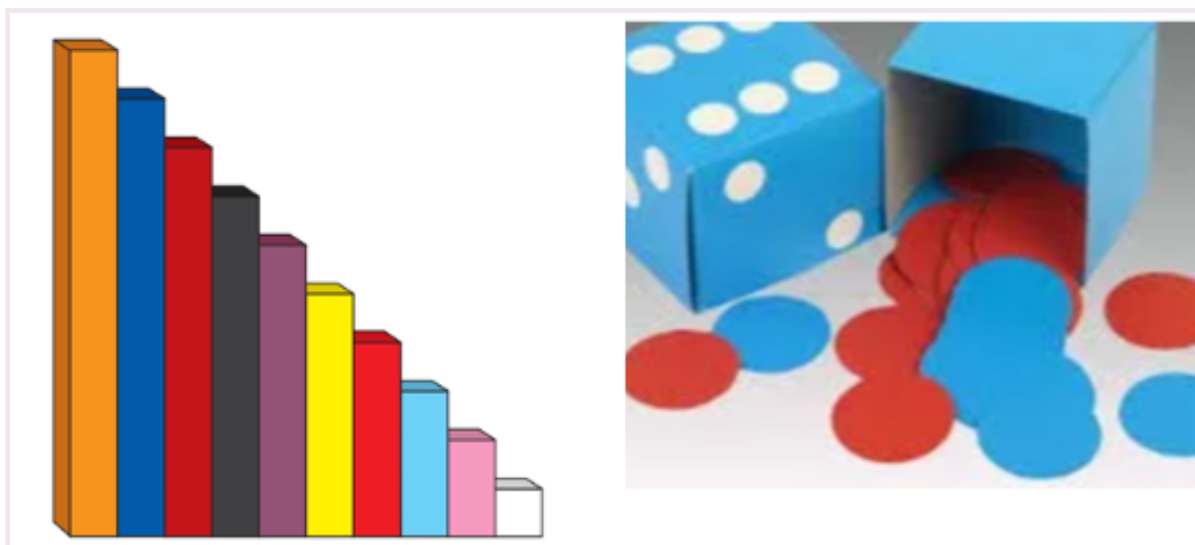
Szakasz



4

Szemléltesd a három meg kettő műveletet! Használhatod a színesrudakat, a színes korongokat, számolópálcikákat vagy rajzolhatsz. Írd le, miből mennyit használnál (rajzolnál) és mit csinálnál vele!

*

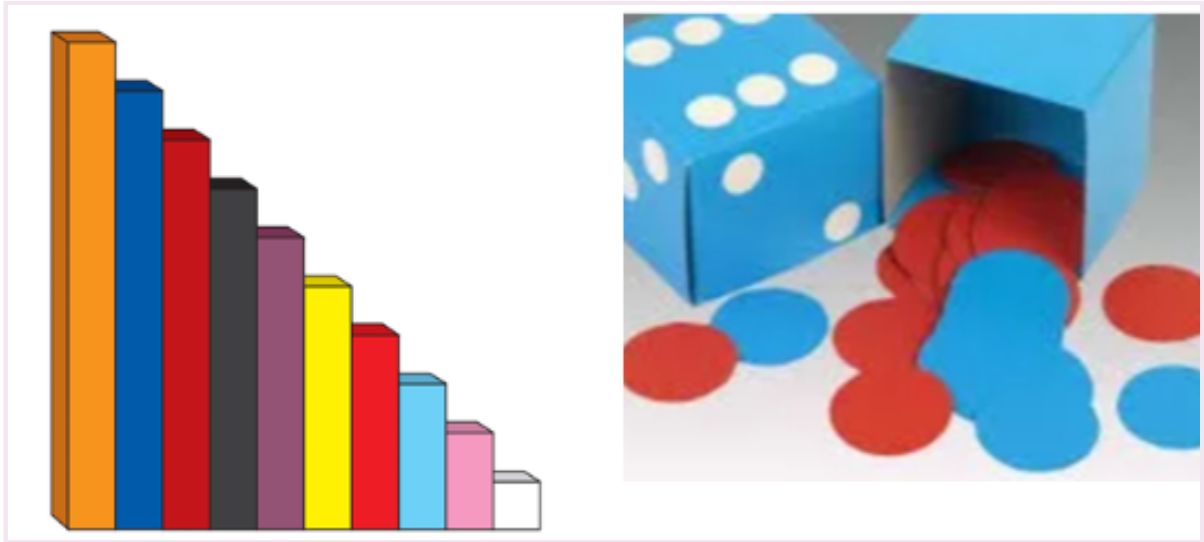


Írja be a választ

5

Szemléltesd az ötből három műveletet! Használhatod a színesrudakat, a színes korongokat, számolópálcikákat vagy rajzolhatsz. Írd le, miből mennyit használnál (rajzolnál) és mit csinálnál vele! *

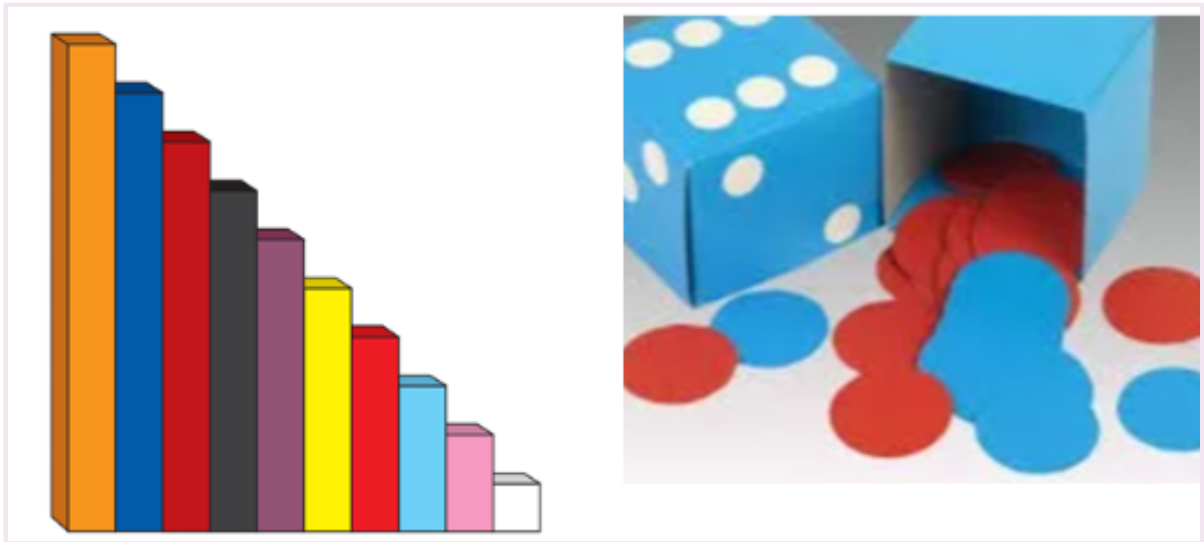




Írja be a választ

6

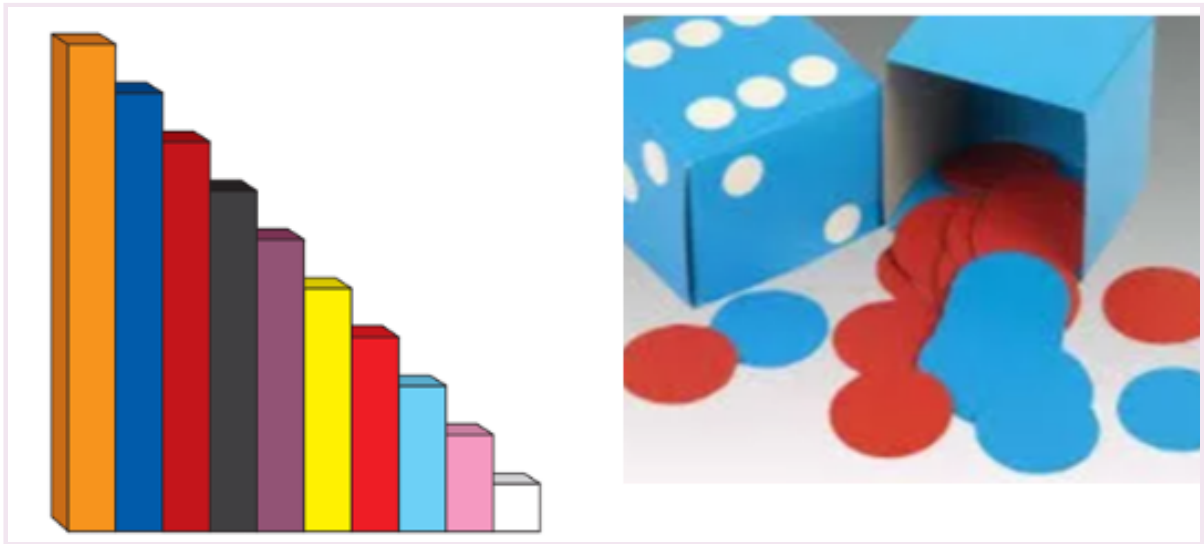
Szemléltesd a háromszor öt műveletet! Használhatod a színesrudakat, a színes korongokat, számolópálcikákat vagy rajzolhatsz. Írd le, miből mennyit használnál (rajzolnál) és mit csinálnál vele! * 



Írja be a választ

7

Szemléltesd a hatban a három műveletet! Használhatod a színesrudakat, a színes korongokat, számolópálcikákat vagy rajzolhatsz. Írd le, miből mennyit használnál (rajzolnál) és mit csinálnál vele! * 



Írja be a választ

Soha ne árulja el a jelszavát másnak. [Visszaélés bejelentése](#)

Microsoft 365

Ezt a tartalmat az űrlap tulajdonosa hozta létre. Az adatok, amelyeket beküld, az űrlap tulajdonosához kerülnek. A Microsoft nem tartozik felelősséggel az ügyfelei adatvédelmi és/vagy biztonsági gyakorlataiért, köztük az űrlap tulajdonosáéért sem. Soha ne adja ki a jelszavát!

Microsoft Forms | AI-alapú felmérések, tesztek és szavazások [Saját űrlap létrehozása](#)

[Adatvédelem és cookie-k](#) | [A fogyasztók egészségügyi adatainak védelme](#) | [Használati feltételek](#)

Mi mit jelent, melyik mennyi? Segíts nekem!

A kérdések megválaszolásakor törekedj egyszerű, érthető de pontos megfogalmazásra, mintha valamelyik társadnak magyaráznál!

A közreműködésed és a segítséged köszönöm!

* Kötelező

8

Írj a képhez egy vagy több műveletet! *



Írja be a választ

9

Írj a képhez egy vagy több műveletet!

*



Írja be a választ

10

Írj a képhez egy vagy több műveletet! * 



Írja be a választ

11

Írj a képhez egy vagy több műveletet! * 



Írja be a választ

Soha ne árulja el a jelszavát másnak. [Visszaélés bejelentése](#)



Ezt a tartalmat az űrlap tulajdonosa hozta létre. Az adatok, amelyeket beküld, az űrlap tulajdonosához kerülnek. A Microsoft nem tartozik felelősséggel az ügyfelei adatvédelmi és/vagy biztonsági gyakorlataiért, köztük az űrlap tulajdonosáéért sem. Soha ne adja ki a jelszavát!

Microsoft Forms | AI-alapú felmérések, tesztek és szavazások [Saját űrlap létrehozása](#)

Mi mit jelent, melyik mennyi? Segíts nekem!

A kérdések megválaszolásakor törekedj egyszerű, érthető de pontos megfogalmazásra, mintha valamelyik társadnak magyaráznál!

A közreműködésed és a segítséged köszönöm!

* Kötelező

Szakasz



12

Írj a szöveghez műveletet!

A kertünkben öt mókus lakik. Tegnap minden mókus megevett négy szem mogyorót. Hány mogyorót ettek meg összesen tegnap a mókusok? *



Írja be a választ

13

Írj a szöveghez műveletet!

Julcsi 15 szál virágot vett. Otthon 3 vázába egyenlően rendezte őket. Hány szál virág jutott egy-egy vázába? *

Írja be a választ

14

Írj a szöveghez műveletet!

45 pogácsa fért a tepsire. Minden sorba 5 pogácsát tett Kati néni. Hány sor pogácsa van a tepsin? *

Írja be a választ

15

Írj a szöveghez műveletet!

Egy zsákban piros és kék üveggolyók vannak, összesen 17. Mennyi kék golyó van, ha a pirosak száma 9? * 

Írja be a választ

Soha ne árulja el a jelszavát másnak. [Visszaélés bejelentése](#)



Ezt a tartalmat az űrlap tulajdonosa hozta létre. Az adatok, amelyeket beküld, az űrlap tulajdonosához kerülnek. A Microsoft nem tartozik felelősséggel az ügyfelei adatvédelmi és/vagy biztonsági gyakorlataiért, köztük az űrlap tulajdonosáéért sem. Soha ne adja ki a jelszavát!

Microsoft Forms | AI-alapú felmérések, tesztek és szavazások [Saját űrlap létrehozása](#)

[Adatvédelem és cookie-k](#) | [A fogyasztók egészségügyi adatainak védelme](#) | [Használati feltételek](#)

Mi mit jelent, melyik mennyi? Segíts nekem!

A kérdések megválaszolásakor törekedj egyszerű, érthető de pontos megfogalmazásra, mintha valamelyik társadnak magyaráznál!

A közreműködésed és a segítséged köszönöm!

* Kötelező

Szakasz



16

Írj a művelethez szöveget!

*

$$3 + 5$$

Írja be a választ

17

Írj a művelethez szöveget! *



$$11 - 3$$

Írja be a választ

18

Írj a művelethez szöveget! *



5 · 2

Írja be a választ

19

Írj a művelethez szöveget! *



12 : 6

Írja be a választ

Soha ne árulja el a jelszavát másnak. [Visszaélés bejelentése](#)



Ezt a tartalmat az űrlap tulajdonosa hozta létre. Az adatok, amelyeket beküld, az űrlap tulajdonosához kerülnek. A Microsoft nem tartozik felelősséggel az ügyfelei adatvédelmi és/vagy biztonsági gyakorlataiért, közöttük az űrlap tulajdonosáéért sem. Soha ne adja ki a jelszavát!

Microsoft Forms | AI-alapú felmérések, tesztek és szavazások [Saját űrlap létrehozása](#)

[Adatvédelem és cookie-k](#) | [A fogyasztók egészségügyi adatainak védelme](#) | [Használati feltételek](#)

Mi mit jelent, melyik mennyi? Segíts nekem!

A kérdések megválaszolásakor törekedj egyszerű, érthető de pontos megfogalmazásra, mintha valamelyik társadnak magyaráznál!

A közreműködésed és a segítséged köszönöm!

* Kötelező

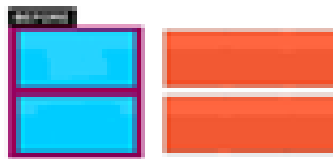
20

Válaszd ki, melyik ábra tartozik a szöveghez!

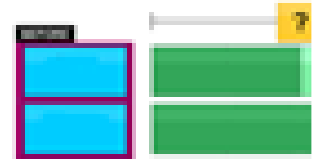
Andinak 200 eurója van. Ha kölcsön adna Zsófinak 50 eurót, ugyanannyi pénzük lenne. Hány eurója van kettőjüknek összesen? * 



☐ 1.



☐ 2.



☐ 3.

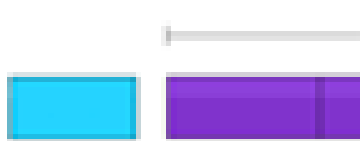
21

Válaszd ki, melyik ábra tartozik a szöveghez!

Klaudiának 24 érmeje van. Háromszor annyi, mint Andinak. Mennyivel kevesebb érmeje van Andinak? * 



☐ 1.



☐ 2.



☐ 3.

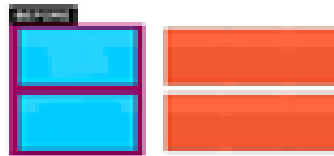
22

Válaszd ki, melyik ábra tartozik a szöveghez!

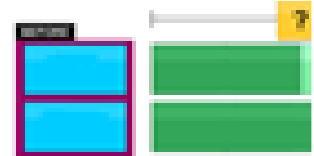
Andi a fele pénzét odaadta Zsófinak. Hogy megvehesse a régóta vágyott felsőt magának. Így Zsófinak 50 tallérral lett több pénze a vásárlás előtt, mint Andinak. Mennyi pénze volt eredetileg Andinak? * 



☐ 1.



☐ 2.



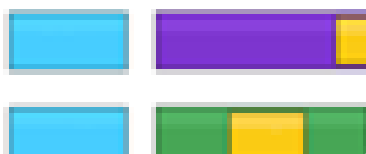
☐ 3.

23

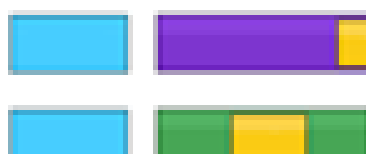
Válaszd ki, melyik ábra tartozik a szöveghez!

Sanyi 39 tallért tett félre. Andris 22 tallérral kevesebbet gyűjtött, mint Sanyi, de 8 tallérral többet, mint Robi. Mennyit spóroltak össze együtt?

* 



☐ 1.



☐ 2.



☐ 3.

Soha ne árulja el a jelszavát másnak. [Visszaélés bejelentése](#)

 Microsoft 365

Ezt a tartalmat az űrlap tulajdonosa hozta létre. Az adatok, amelyeket beküld, az űrlap tulajdonosához kerülnek. A Microsoft nem tartozik felelősséggel az ügyfelei adatvédelmi és/vagy biztonsági gyakorlataiért, közöttük az űrlap tulajdonosáéért sem. Soha ne adja ki a jelszavát!

Mi mit jelent, melyik mennyi? Segíts nekem!

A kérdések megválaszolásakor törekedj egyszerű, érthető de pontos megfogalmazásra, mintha valamelyik társadnak magyaráznál!

A közreműködésed és a segítségéd köszönöm!

* Kötelező

Szakasz



24

Oldd meg a szövegesfeladatot, megoldásod minél jobban részletezd!
Gondoltam egy számot, kivontam belőle kettőt. Ezután megszoroztam hárommal, eredményül kilencet kaptam. Melyik számra gondoltam?

*

Írja be a választ

25

Oldd meg a szövegesfeladatot, megoldásod minél jobban részletezd!
Egy kis terítő 6 szalvétával 960 tallérba kerül. Ha csak a terítőt vennénk meg, 600 tallért fizetnénk. Mennyibe kerül egy szalvéta?

*

Írja be a választ

26

Oldd meg a szövegesfeladatot, megoldásod minél jobban részletezd!
Juditnak 6415 tallérja van, Lacinak 3485. Hány tallért adjon Judit Lacinak,

hogy ugyanannyi pénzük legyen?



Írja be a választ

27

Oldd meg a szövegesfeladatot, megoldásod minél jobban részletezd!
100-ból elvettem egy gondolt szám hétszeresét, maradékul a gondolt szám
13-szorosát kaptam. Melyik számra gondoltam?



Írja be a választ

Soha ne árulja el a jelszavát másnak. [Visszaélés bejelentése](#)



Ezt a tartalmat az űrlap tulajdonosa hozta létre. Az adatok, amelyeket beküld, az űrlap tulajdonosához kerülnek. A Microsoft nem tartozik felelősséggel az ügyfelei adatvédelmi és/vagy biztonsági gyakorlataiért, köztük az űrlap tulajdonosáéért sem. Soha ne adja ki a jelszavát!

Microsoft Forms | AI-alapú felmérések, tesztek és szavazások [Saját űrlap létrehozása](#)

[Adatvédelem és cookie-k](#) | [A fogyasztók egészségügyi adatainak védelme](#) | [Használati feltételek](#)

Mi mit jelent, melyik mennyi? Segíts nekem!

A kérdések megválaszolásakor törekedj egyszerű, érthető de pontos megfogalmazásra, mintha valamelyik társadnak magyaráznál!

A közreműködésed és a segítséged köszönöm!

* Kötelező

Szakasz



32

Hány éves vagy? *

Írja be a választ

33

Nemed? *

☐ fiú

☐ lány

34

Milyen iskolatípusba jársz? pl. általános iskola, szakképző iskola, szakközépiskola, gimnázium stb. *

Írja be a választ

35

Van-e az iskolának valamilyen speciális küldetése? pl.: Waldorf pedagógia, művészeti képzés, kéttannyelvű, sport tagozat stb. * 

Írja be a választ

36

Hányadik osztályba jársz? * 

Írja be a választ

37

Mi az anyanyelved? * 

Írja be a választ

38

Az anyanyelveden tanulsz matematikát? * 

☐ igen

☐ nem

7. osztályos diákok tudásfelmérő tesztje. Minta feladatsor

Kedves 7. osztályos Diák! Ebben a tesztben felmérjük a rövidített szorzások témakörében szerzett tudásotokat. Kérlek figyelmesen olvassátok el a kérdéseket! Sok sikert kívánok!

* Kötelező

Tanuló adatai

1. Intézmény neve *

2. Osztály *

Kedves 7. osztályos Diák! A teszt kitöltésére 45 perc áll rendelkezésedre, kérlek figyelmesen olvasd el a kérdéseket. Sok sikert kívánok!

3. Egyszerűsítsd a következő kifejezést! * (5 pont)

Válaszd ki a $(x + 5)^2$ kifejezés megfelelő többtag alakját.

☐ $x^2 + 10x + 25$

☐ $x^2 + 25x + 10$

☐ $x^2 + 5x + 5$

☐ $x^2 + 5$

4. * (5 pont)

Válaszd ki a $(3b - 4)^2$ kifejezés megfelelő többtagját!

☐ $6b^2 - 12b + 16$

☐ $9a^2 - 24b + 17$

☐ $3b^2 - 7b - 8$

☐ $6b^2 + 12a + 16$

5. * (5 pont)

Válaszd ki a $x^2 + 4x + 4$ kifejezés hatvány alakját

☐ $(x + 4)^2$

☐ $(x - 4)^2$

☐ $(x + 2)^2$

☐ $(4 - x)^2$

6. Egészítsd ki az alábbi képletet úgy, hogy nevezetes azonosság legyen belőle. Válaszd ki a helyes választ. * (5 pont)

$$(x + \dots)^2 = x^2 + 16x + 64$$

☐ 7

☐ 9

☐ c

☐ o

7. Oldd meg! Mely számokat kell bepótolni, hogy igaz egyenlőséget kapjunk. Mivel egyenlő az a és b értéke? * (5 pont)

☐

8. János a következő képletet írta fel, János hibázott. Mutasd meg, hol hibázott és írd le helyesen a megoldást! * (5 pont)

☐

9. Két szám különbsége 4, négyzeteinek összege 80 és a kétszeres szorzatuk 64. Melyik két számról lehet szó? * (5 pont)

10. Egy négyzet alakú kert egyik oldalát 4 méterrel megnövelték, a másikat 4 méterrel csökkentették. Az új terület 16 m^2 -rel lett kevesebb. Milyen nevezetes azonosság alapján számolható ki a két terület különbsége? * (5 pont)

Ezt a tartalmat nem a Microsoft készíti vagy támogatja. Az elküldött adatokat az űrlap tulajdonosa fogja megkapni.

7. osztályos diákok tudásfelmérő tesztje

Kedves 7. osztályos Diák!

Ebben a tesztben szeretnénk felmérni a rövidített szorzások témakörében szerzett tudásotokat. Kérlek figyelmesen olvassátok el a kérdéseket és gondoljátok át a válaszokat, mielőtt döntést hoztok. Ha szükséges, végezzétek el a számításokat papíron, és részletesen írjátok le a levezetést.

Sok sikert kívánunk!

* Kötelező

Tanuló adatai

1

Intézmény neve *

2

Azonosító *

3

Nemed(Fiú/Lány) *

A teszt kitöltésére 45 perc áll rendelkezésedre, kérlek figyelmesen olvasd el a kérdéseket.

4

* (3 pont)

Válaszd ki a $(x + 3)^2$ kifejezés megfelelő többtag alakját.

☐ $x^2 + 6x + 9$

☐ $x^2 + 9x + 6$

☐ $x^2 + 3x + 3$

☐ $x^2 + 9$

5

* (4 pont)

Válaszd ki a $(2a - 5)^2$ kifejezés többtag alakját!

☐ $4a^2 - 10a + 25$

☐ $4a^2 - 20a + 25$

☐ $4a^2 - 10a - 25$

☐ $4a^2 + 20a + 25$

6

* (3 pont)

Válaszd ki a $x^2 + 8x + 16$ kifejezés hatvány alakját

☐ $(x + 4)^2$

☐ $(4x + 3)^2$

☐ $(x + 8)^2$

☐ ☐

7

Az alábbiak közül melyek lesznek azonosságok? * (3 pont)

☐ ☐

☐ ☐

☐ ☐

☐ ☐

☐ ☐

8

Egészítsd ki az alábbi képletet úgy, hogy nevezetes azonosság legyen belőle. Válaszd ki a helyes választ. * (3 pont)

☐

☐ ☐

☐ ☐

☐ ☐

☐ ☐

9

Egészítsd ki az alábbi képletet úgy, hogy nevezetes azonosság legyen belőle. Válaszd ki a helyes választ. * (3 pont)

☐

☐ ☐

☐ ☐

☐ ☐

☐ ☐

10

Egészítsd ki a következő kifejezést úgy, hogy egy kéttagú kifejezés négyzetével legyen egyenlő. * (5 pont)

☐

11

Oldd meg! Mely számokat kell bepótolni, hogy igaz egyenlőséget kapjunk.
Írd le mivel lehet egyenlő az **a** és **b** értéke? * (10 pont)

○

12

Peti hibázott mikor felírta a következő képletet. Keresd meg, hol hibázott és ad meg helyesen az azonosságot! * (5 pont)

○

13

Két szám összege 12, négyzeteinek összege 80, és kétszeres szorzatuk 64. Melyik két számról lehet szó? * (8 pont)

14

Fejtsd meg az alábbi rejtvényt! Az azonos szimbólumok azonos számokat jelölnek. * (10 pont)

$$4x^2 + 12xy + \triangle y^2 = (\bigcirc x + \blacksquare y)^2$$

$$(\blacksquare y + \blacktriangledown a)(\blacksquare y - \blacktriangledown a) = \triangle y^2 - 25a^2$$

$$(\triangle x + \blacktriangledown)^2 = \triangle^2 x^2 + \star x + \blacktriangledown^2$$

Add meg $\star$ értékét!

15

Egy négyzet oldalát megnöveljük 4 cm-rel, és így egy új négyzetet kapunk. Az új négyzet területe 64 cm²-rel nagyobb, mint az eredeti négyzeté. Mekkora az eredeti négyzet oldala? * (10 pont)

16

* (8 pont)



Ezt a tartalmat nem a Microsoft készíti vagy támogatja. Az elküldött adatokat az űrlap tulajdonosa fogja megkapni.



Microsoft Forms

Резюме

У своїй роботі я досліджував, який вплив має навчання з використанням цифрових засобів на успішність і мотивацію учнів під час вивчення алгебраїчних виразів — зокрема, скорочених множень, із особливою увагою до розуміння текстових задач. Метою дослідження було з'ясувати, чи сприяє впровадження сучасних технологій в освіту кращому засвоєнню навчального матеріалу та допомагає наблизити учнів до математики.

Дослідження проводилось за участю чотирьох класів середньої школи. Експериментальні класи в Гутіському гімназії та Берегівському ліцеї імені Бетлена Габора вивчали різні типи алгебраїчних виразів із застосуванням цифрових навчальних засобів, тоді як контрольні класи — учні Великоберезнянського реформатського ліцею та Берегівського ліцею імені Кошута Лайоша — знайомились із тим самим матеріалом традиційними методами. Прогрес учнів аналізувався на основі результатів вхідних і підсумкових тестів, а про ставлення учнів до навчання було зібрано інформацію за допомогою анкетування.

За результатами дослідження було встановлено, що навчання з підтримкою цифрових педагогічних методів позитивно вплинуло на успішність учнів експериментальних класів. У підсумкових тестах вони в середньому набрали вищі бали, ніж учні контрольних класів, що підтверджує допоміжну роль цифрових засобів у навчанні. Відповіді в анкетах також посилили цей висновок: більшість учнів експериментальних класів вважали уроки з цифровою підтримкою цікавими і мотивуючими, і позитивно відгукувались про досвід навчання.

На основі результатів дослідження я зробив висновок, що усвідомлене та цілеспрямоване застосування цифрових засобів може не лише покращити успіш-

ість учнів, а й підвищити їхню мотивацію. Все це свідчить, що сучасні технології — це не просто інструмент, а можливість зробити вивчення математики більш захопливим, персоналізованим і ефективним. Робота також підкреслила, що роль педагога є ключовою у цьому процесі — адже успіх залежить не лише від самих засобів, а від їх продуманого та рефлексивного педагогічного застосування.

Nyilatkozat

Alulírott, Balogh Enikő, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) képzési program hallgatója, kijelentem, hogy a dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskolán, a Matematika és Informatika Tanszéken készítettem, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) BSc diploma megszerzése végett.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola könyvtárában a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

Звіт подібності

метадані

Назва організації

Hungarian College of Higher Education Ferenc Rakoczi II Transcarpathian

Заголовок

szakdolgozat Balogh.E

Науковий керівник / Експерт

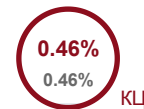
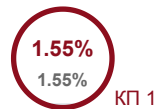
Автор Габрієлла Пап

підрозділ

Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II

Обсяг знайдених подібностей

Коефіцієнт подібності визначає, який відсоток тексту по відношенню до загального обсягу тексту було знайдено в різних джерелах. Зверніть увагу, що високі значення коефіцієнта не автоматично означають плагіат. Звіт має аналізувати компетентна / уповноважена особа.



25

Довжина фрази для коефіцієнта подібності 2

17451

Кількість слів

138529

Кількість символів

Тривога

У цьому розділі ви знайдете інформацію щодо текстових спотворень. Ці спотворення в тексті можуть говорити про МОЖЛИВІ маніпуляції в тексті. Спотворення в тексті можуть мати навмисний характер, але частіше характер технічних помилок при конвертації документа та його збереженні, тому ми рекомендуємо вам підходити до аналізу цього модуля відповідально. У разі виникнення запитань, просимо звертатися до нашої служби підтримки.

Заміна букв	Б	818
Інтервали	A→	0
Мікропробіли	␣	0
Білі знаки	Б	0
Парафрази (SmartMarks)	a	15

Подібності за списком джерел

Нижче наведений список джерел. В цьому списку є джерела із різних баз даних. Колір тексту означає в якому джерелі він був знайдений. Ці джерела і значення Коефіцієнту Подібності не відображають прямого плагіату. Необхідно відкрити кожне джерело і проаналізувати зміст і правильність оформлення джерела.

10 найдовших фраз

Колір тексту

ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	НАЗВА ТА АДРЕСА ДЖЕРЕЛА URL (НАЗВА БАЗИ)	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
1	https://jurnalunpi.org/index.php/JTIF/article/view/22	30 0.17 %
2	https://dlnext.acm.org/doi/10.4018/IJOPCD.306684	26 0.15 %
3	https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC10206351/	23 0.13 %
4	https://www.mendeley.com/catalogue/48c6aad9-eac3-3ea6-a888-442c63af8816/	20 0.11 %
5	http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362012000200005&lng=en&tlng=es	15 0.09 %

6	essay.docx 1/14/2025 Astana IT University (Astana IT University)	14 0.08 %
7	https://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/4815	13 0.07 %
8	http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362012000200005&lng=en&tlng=es	12 0.07 %
9	https://members.classicalconversations.com/system/files/learning_center/TablesSquaresCubesSelection.pdf	12 0.07 %
10	https://webshop.ludovika.hu/wp-content/plugins/olvasoprobak/olvasoproba-Digitalis-keszsegfejlesztes.pdf	11 0.06 %
з домашньої бази даних (0.00 %)		
з програми обміну базами даних (0.08 %)		
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ЗАГОЛОВОК	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
1	essay.docx 1/14/2025 Astana IT University (Astana IT University)	14 (1) 0.08 %
з Інтернету (1.47 %)		
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ДЖЕРЕЛО URL	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
1	https://jurnalunpi.org/index.php/JTIF/article/view/22	35 (2) 0.20 %
2	http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362012000200005&lng=en&tlng=es	35 (3) 0.20 %
3	https://www.slideshare.net/feriaslo/operaciones-algebraicas-11001479	30 (3) 0.17 %
4	https://www.mendeley.com/catalogue/48c6aad9-eac3-3ea6-a888-442c63af8816/	28 (2) 0.16 %
5	https://dlnext.acm.org/doi/10.4018/IJOPCD.306684	26 (1) 0.15 %
6	https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC10206351/	23 (1) 0.13 %
7	https://webshop.ludovika.hu/wp-content/plugins/olvasoprobak/olvasoproba-Digitalis-keszsegfejlesztes.pdf	22 (3) 0.13 %
8	https://www.tiger-algebra.com/drill/x-16=(x-4)~2/	17 (3) 0.10 %
9	https://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/4815	13 (1) 0.07 %
10	https://members.classicalconversations.com/system/files/learning_center/TablesSquaresCubesSelection.pdf	12 (1) 0.07 %
11	https://www.cut-the-knot.org/pythagoras/index.shtml	8 (1) 0.05 %
12	https://infinitylearn.com/question-answer/what-are-the-factors-of-the-expression-x-2-14x49-616491	7 (1) 0.04 %

Список прийнятих фрагментів (немає прийнятих фрагментів)

ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ЗМІСТ	КІЛЬКІСТЬ ОДНАКОВИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
---------------------	-------	---------------------------------------