

Міністерство освіти і науки України
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II
Кафедра математики та інформатики

Реєстраційний № _____

Кваліфікаційна робота
Скриптинг в пакетах динамічної геометрії.

БОРНО ІШТВАН ІШТВАНОВИЧ

Студент IV-го курсу

Освітня програма «Середня освіта (Математика)»

Спеціальність 014 «Середня освіта (Математика)»

Рівень вищої освіти: бакалавр

Тема затверджена на засіданні кафедри

Протокол № 3 / 2024

Науковий керівник:

Тилищак Олександр Андрійович

доктор фізико-математичних наук, доцент, професор

Завідувач кафедрою математики та інформатики:

Кучінка Каталін Йожефівна

(к. ф.-м. н, доцент)

Робота захищена на оцінку _____, «___» _____ 202_ року

Протокол № _____ / 202_

**Міністерство освіти і науки України
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II**

Кафедра математики та інформатики

**Кваліфікаційна робота
Скриптинг в пакетах динамічної геометрії.**

Рівень вищої освіти: бакалавр

Виконавець: студент IV-го курсу

Борно Іштван Іштванович

освітня програма «Середня освіта (Математика)»

спеціальність 014 «Середня освіта (Математика)»

Науковий керівник: Тилищак Олександр Андрійович
доктор фізико-математичних наук, доцент, професор

Рецензент: Тегза Антоніна Михайлівна

Кандидат фіз.-мат. наук, доцент

Берегове
2025

Зміст

Вступ	6
1. Розділ: Роль цифрових технологій в освіті	7
2. Розділ Роль сценаріїв у кастомізації та освітніх інноваціях	9
2.1 Педагогічні переваги написання сценаріїв у GeoGebra	9
2.2 Основи динамічної геометрії	10
2.3 Поняття сценарію	10
2.4 Написання сценаріїв та навчання	11
3. Розділ Вступ до GeoGebra	12
3.1 Модулі GeoGebra: детальний огляд	13
3.1.1 2D графічне представлення	13
3.1.2 3D-графічне представлення	14
3.1.3 CAS (Система комп'ютерної алгебри)	15
3.1.4 Менеджер таблиць	15
3.1.5 Алгебраїчний апарат	16
4. Розділ: Можливості написання сценаріїв у GeoGebra: GGBScript та JavaScript	17
4.1 GGBScript: специфічна мова сценаріїв GeoGebra	17
4.2 JavaScript: можливості повноцінного програмування	18
4.3 Застосування в освіті	18
4.4 Сценарне навчання і тамогатаса	19
5. Розділ: Техніка написання сценаріїв та практичні приклади у GeoGebra	20
5.1 Змінення імен та атрибутів об'єктів за допомогою скриптів	20
5.2 Робота з кнопками та подіями	20
6. Приклад написання скрипта для початківців	23
7. Приклад скриптового візуального представлення стільця геометричними примітивами	25
8. Покращення просторового вигляду за допомогою скриптової моделі GeoGebra	30
Висновки	31
Бібліографія:	32
тези доповідей:	34
Резюме	35

**Ukrajna Oktatási és Tudományügyi Minisztériuma
II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola**

Matematika és Informatika Tanszék

SZKRIPTELÉS DINAMIKUS GEOMETRIAI CSOMAGOKBAN

Szakdolgozat

Készítette: Barna István

IV. évfolyamos matematika

szakos hallgató

Témavezető: Tiliscsák Olekszandr

Fizika és matematika tudományok doktora, docens, professzor

Recenzens: Tegza Antonina

Fizika-matematika tudományok kandidátusa, docens

Tartalomjegyzék

Bevezetés	6
1. fejezet A digitális eszközök szerepe az oktatásban	7
2. fejezet A szkriptelés szerepe a testreszabásban és az oktatási innovációban	9
2.1. A szkriptelés fő pedagógiai előnyei a GeoGebrában	9
2.2. A dinamikus geometria alapjai	10
2.3. A szkriptelés fogalma	10
2.4. Szkriptelés és tanulás	11
3. fejezet GeoGebra bemutatása	12
3.1. GeoGebra moduljai: részletes áttekintés	13
3.1.1. 2D grafikus nézet	13
3.1.2. 3D grafikus nézet	14
3.1.3. CAS (Computer Algebra System) nézet	15
3.1.4. Táblázatkezelő nézet	15
3.1.5. Algebrai nézet	16
4. fejezet Szkriptelési lehetőségek a GeoGebrában: GGBScript és JavaScript	17
4.1. GGBScript: GeoGebra-specifikus parancsnyelv	17
4.2. JavaScript: teljes körű programozási lehetőségek	18
4.3. Alkalmazási példák az oktatásban	18
4.4. Szkriptelés tanulása és támogatása	19
5. fejezet Szkriptelési technikák és gyakorlati példák a GeoGebrában	20
5.1. Objektumnevek és attribútumok módosítása szkripttel	20
5.2. Gombok és események kezelése	20
6. Példa szkriptírásra kezdőknek	23
7. Példa egy szék szkriptelt vizuális ábrázolására geometriai primitívek használatával	25
8. A térbeli szemlélet fejlesztése szkriptelt GeoGebra-moddal	30
Összegzés	31
Irodalomjegyzék:	32
Ábrajegyzék:	34
Резюме	35

Bevezetés

A digitális technológia rohamos fejlődése alapjaiban változtatta meg az oktatás módszereit és eszköztárát. Különösen igaz ez a matematikaoktatásra, ahol a dinamikus geometriai szoftverek (Dynamic Geometry Software, DGS) – mint például a GeoGebra, a Cabri Geometry vagy a Desmos – egyre hangsúlyosabb szerepet kapnak. Ezek az eszközök lehetővé teszik a tanulók számára, hogy interaktív módon fedezzék fel a geometriai összefüggéseket, kísérletezzenek, és saját tempójukban mélyüljenek el a különböző fogalmak megértésében. A tanárok számára pedig lehetőséget nyújtanak a szemléltetés gazdagítására, differenciálásra, valamint az egyéni tanulási utak támogatására.

E szoftverek igazi ereje abban rejlik, hogy nem csupán statikus rajzok készítésére alkalmasak, hanem dinamikusan változó konstrukciókat is létre lehet hozni, amelyek viselkedése interaktívan, valós időben módosítható. Ezen rendszerek képességeit azonban tovább lehet bővíteni a szkriptelés segítségével. A szkriptelés, vagyis a programozás jellegű utasítások írása és alkalmazása lehetőséget ad az automatizálásra, a bonyolultabb folyamatok modellezésére, valamint a felhasználói élmény személyre szabására is. A szkriptek révén egy-egy feladat automatizált ellenőrzést kaphat, animációk vezérelhetők, vagy akár teljes tananyagrészek dinamikusan, az interaktív tanulás szolgálatába állíthatók.

E dolgozat célja, hogy az olvasót megismertesse a dinamikus geometriai szoftverek világával, különös tekintettel a szkriptelési lehetőségekre. Célunk bemutatni, hogyan bővíthetők ki az ilyen programok funkcionálisai szkriptek segítségével, és milyen szerepet játszhatnak ezek az oktatásban, különösen az aktív tanulás előmozdításában és a tanári munka hatékonyságának növelésében. Emellett igyekszünk eloszlatni azt a gyakori tévhitet, miszerint a szkriptelés kizárólag informatikai háttérrel rendelkezők számára érthető és hasznos eszköz lenne.

1. fejezet A digitális eszközök szerepe az oktatásban

A digitális technológiák előretörése az oktatás világában már nemcsak lehetőség, hanem alapvető elvárás. A XXI. századi tanítás-tanulás egyik kulcstényezője az informatikai eszközök integrálása, különösen a természettudományos tárgyakban. [1] A matematika, mint elvont és gyakran nehezen vizualizálható diszciplína, különösen profitálhat az interaktív, vizuális és algoritmizálható eszközökből. E téren kiemelt szerepet játszanak a dinamikus geometriai csomagok (Dynamic Geometry Software, DGS), amelyek lehetővé teszik a geometriai fogalmak és összefüggések vizuális, mozgásalapú, manipulálható bemutatását[15].

A legismertebb ilyen szoftverek közé tartozik a GeoGebra, a Desmos és a Cabri. Ezek az alkalmazások nem csupán rajzolóprogramok, hanem olyan komplex oktatási eszközök, amelyek lehetővé teszik a tanulók számára a matematikai objektumokkal való kísérletezést, a hipotézisalkotást, és az azonnali visszacsatolást. Ugyanakkor ezek az eszközök szkript nyelvekkel is rendelkeznek, amelyek segítségével a felhasználók saját szabályokat, eseményeket, és interakciókat hozhatnak létre. A szkriptelés révén bonyolultabb feladatok, automatikus visszajelzések, dinamikus animációk és testreszabott felhasználói élmény is kialakítható. Ez jelentősen kibővíti a szoftverek használhatóságát nemcsak szemléltetésre, hanem tanulási folyamatok irányítására is[16].

A digitális eszközök pedagógiai integrációja nem csupán technikai kérdés, hanem didaktikai kihívás is. A tanulás aktív, konstruktív folyamattá válik, amikor a tanulók lehetőséget kapnak arra, hogy manipulálják az objektumokat, és így saját tapasztalataik révén fedezzék fel az összefüggéseket. Ez az aktív tanulás összhangban áll a konstruktivista tanulásméletekkel, amelyek szerint a tudás nem egyszerűen átvitel útján, hanem egyéni értelmezés és tapasztalat által jön létre[13].

A GeoGebra például különösen hatékony abban, hogy a tanulók a klasszikus geometriai fogalmak mellett megismerjék az algebrai összefüggéseket is. A szoftver lehetővé teszi a dinamikus kapcsolatok szemléltetését: ha egy alakzat egyik pontját elmozdítjuk, az ehhez kapcsolódó függvények, egyenletek, grafikonok automatikusan frissülnek. Ez a tulajdonság jelentősen hozzájárul a többféle reprezentációs forma közötti kapcsolat megértéséhez, amely kulcsfontosságú a matematikai gondolkodás fejlesztésében[15].

A digitális eszközök másik jelentős előnye az adaptivitás. A tanárok testreszabott feladatokat hozhatnak létre, amelyek figyelembe veszik a tanulók egyéni szükségleteit, tempóját és előzetes tudását. A GeoGebra például lehetőséget biztosít arra, hogy a felhasználók interaktív oktatási appleteket, úgynevezett GeoGebra könyveket hozzanak létre, amelyek több szinten is használhatók az oktatásban – az egyszerű szemléltető ábráktól kezdve a teljes interaktív leckéig[17].

Nemcsak a tanítás módszertanát változtatják meg a digitális eszközök, hanem a tanulók tanulási stratégiáit is. A hagyományos, memorizáláson alapuló tanulás helyett előtérbe kerül a felfedezésen, modellezésen és problémaalapú tanuláson alapuló szemlélet. Ezzel párhuzamosan fejlődnek a tanulók metakognitív képességei, hiszen a szoftverek

azonnali visszacsatolást adnak, ami segíti a hibák felismerését és a tanulási folyamat önirányítását[18].

A dolgozat célja, hogy bemutassa a szkriptelés lehetőségeit a dinamikus geometriai csomagokban, különös tekintettel a GeoGebrára. Részletesen tárgyaljuk, hogy milyen elméleti alapokra épül a szkriptelés, hogyan lehet használni azt az oktatásban, és milyen konkrét példákkal segítheti a pedagógiai munkát. A szkriptelés nem feltétlenül programozói tudást igénylő tevékenység – sokkal inkább a logikus gondolkodás, a problémamegoldás és a kreatív tervezés eszköze, amely a tanárok és a diákok kezébe egyaránt hatékony tanulási-tanítási lehetőségeket ad[19].

2. fejezet A szkriptelés szerepe a testreszabásban és az oktatási innovációban

A digitális technológiák térnyerése az oktatásban új lehetőségeket teremtett a tanítási-tanulási folyamatok testreszabására és innovációjára. A dinamikus geometriai szoftverek, mint például a GeoGebra, lehetővé teszik a tanárok és diákok számára, hogy interaktív módon fedezzék fel a matematikai fogalmakat. A szkriptelés ezen szoftverekben kulcsfontosságú eszköz a testreszabott oktatási tartalmak létrehozásához és az oktatási innovációk megvalósításához[20].

A **szkriptelés** a programozás egyik sajátos formája, amely során viszonylag egyszerű nyelvezetű utasításokat használunk szoftverek működésének befolyásolására, testreszabására vagy automatizálására. A hagyományos programozáshoz képest a szkriptelés általában kevésbé komplex, és gyakran valamilyen alkalmazáshoz kötött – mint például a GeoGebrához[7].

A **GeoGebra** egy dinamikus matematikai szoftver, amely ötvözi a geometriát, algebrát, táblázatkezelést, grafikonokat, statisztikát és kalkulust, és lehetővé teszi, hogy a felhasználók interaktív oktatási tartalmakat hozzanak létre. A szkriptelés a GeoGebrán belül egy olyan eszköz, amely lehetővé teszi, hogy a tanárok a meglévő alapfunkciókat kibővítsék, illetve egyedi működést programozzanak az alkalmazás egyes elemeihez[21].

2.1. A szkriptelés fő pedagógiai előnyei a GeoGebrában

1. Interaktív feladatok létrehozása, azonnali visszajelzéssel

A szkriptelés révén a tanárok olyan oktatási objektumokat hozhatnak létre, amelyek azonnali visszajelzést adnak a tanulónak. Például ha a tanuló beír egy választ egy szövegmezőbe, a szkript kiértékelheti a választ, és automatikusan visszajelzést adhat (pl. „Helyes válasz!”, vagy „Próbáld újra!”). Ez a funkció kulcsfontosságú a formáló értékelés szempontjából, mivel segíti a tanulókat abban, hogy azonnal reflektáljanak saját teljesítményükre, így javítva a tanulási hatékonyságot[20].

2. Folyamatok automatizálása, időmegtakarítás

A szkriptelés lehetőséget ad a gyakran ismétlődő műveletek automatizálására. Ilyen lehet például egy új feladat generálása minden gombnyomásra, vagy egy geometriai konstrukció minden elemének automatikus újrarajzolása egy változó megváltoztatásakor. Ez nemcsak időt takarít meg, hanem lehetővé teszi, hogy a tanulók különféle eseteket gyorsan és dinamikus vizsgáljanak meg, így mélyebb megértést szerezzenek az adott témáról[8].

3. Testreszabott oktatási tartalmak készítése

Minden tanulói csoport más előzetes tudással, érdeklődési körrel és tanulási stílussal rendelkezik. A GeoGebra szkriptelés révén a tanár olyan feladatokat és interakciókat hozhat létre, amelyek igazodnak ezekhez az egyéni sajátosságokhoz. Például létrehozható olyan dinamikus felület, ahol a tanulók maguk választhatják ki a nehézségi szintet, vagy

ahol az alkalmazás alkalmazkodik a tanuló teljesítményéhez (pl. ha sok hibát vét, egyszerűbb feladatokat kap)[20].

4. Összetettebb modellek, szimulációk létrehozása

A GeoGebra szkriptelés segítségével lehetőség nyílik arra is, hogy a tanulók valós jelenségeket modellezzenek (pl. mozgások, fizikai kölcsönhatások, statisztikai szimulációk). Ezek a szimulációk nemcsak látványosak, de segítik az elvont fogalmak konkrét megértését, így különösen hasznosak lehetnek a differenciált tanulásszervezésben[22].

2.2. A dinamikus geometria alapjai

A dinamikus geometria egy olyan interaktív számítógépes szemléletmód, amely lehetővé teszi geometriai objektumok mozgatását, átalakítását és a változások vizuális nyomon követését. Az első ilyen szoftverek a 20. század végén jelentek meg, például a Cabri Geometry vagy a Geometer's Sketchpad. A legnagyobb áttörést azonban a GeoGebra hozta, amely ingyenesen elérhető, több platformon is működik, és ötvözi a geometriát az algebrai és numerikus számításokkal.

A dinamikus geometriai eszközökben a tanulók nemcsak megfigyelhetnek, hanem cselekvő módon alakíthatják is a geometriai konstrukciókat. Egy pont elmozdításával például az egész szerkesztés automatikusan újraszámolódik, így szemléletes módon jelenik meg a geometriai szabályok stabilitása vagy épp változása. Ez aktív tanulásra és hipotézisek megfogalmazására ösztönöz, ami a modern pedagógiai irányzatok, például a konstruktivizmus alapelveinek is megfelel[22].

2.3. A szkriptelés fogalma

A szkriptelés alatt olyan egyszerűbb programozási tevékenységet értünk, amely során rövid utasítások segítségével irányítjuk a szoftver működését. A szkript nem igényel bonyolult programozási ismereteket – gyakran egyetlen sor is elegendő egy objektum mozgatására, színének megváltoztatására vagy egy esemény elindítására. A dinamikus geometriai szoftverek szkriptelési lehetőségei például a következőket teszik lehetővé:

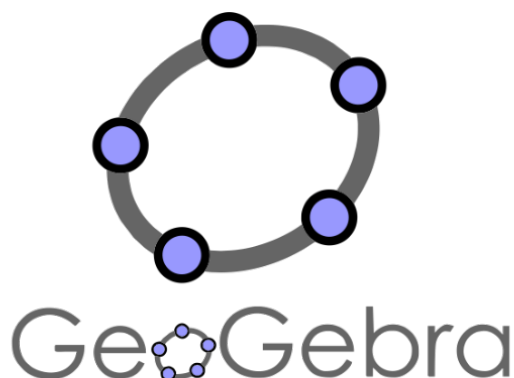
- objektumok létrehozása és módosítása;
- eseményekhez (pl. gombkattintás, objektumelmozdítás) kötött műveletek;
- animációk elindítása/leállítása;
- feltételes viselkedések (pl. ha egy pont az x tengely fölé kerül, változzon meg a háttérszín);
- automatikus ellenőrzések (pl. jó-e a tanuló szerkesztése)[8].

2.4. Szkriptelés és tanulás

A szkriptelés bevezetése az oktatásba számos előnnyel jár. Egyrészt fejleszti a tanulók algoritmikus gondolkodását, amely kulcskompetenciává vált a digitális világban. Másrészt erősíti a problémamegoldó képességet: a tanuló nemcsak látja a problémát, hanem maga is alakíthatja annak megoldási folyamatát. Harmadrészt a tanár számára lehetőséget nyújt arra, hogy interaktív, önellenőrző, játékos vagy személyre szabott tartalmakat hozzon létre – sokszor a tankönyvi lehetőségeket meghaladó módon.

Például egy tanuló által írt szkript automatikusan visszajelezhet arról, hogy helyesen szerkesztett-e meg egy háromszöget, vagy egy tanár által készített animáció szkripttel szabályozható módon mutathatja be a körmozgás dinamikáját. A szkriptelés így nem csupán technikai eszköz, hanem didaktikai eszköztár része[23].

3. fejezet GeoGebra bemutatása



1. ábra. GeoGebra logó [2]

A GeoGebra egy ingyenes, platform független, magyar fordításban is elérhető dinamikus matematikai program. Témájában kapcsolódik a geometriához, az algebrához és az analízishez.

Középiskolai oktatási segédletként készítette 2001/2002-ben Markus Hohenwarter a Salzburgi Egyetemen diplomamunkájának részeként. A matematikaoktatással kapcsolatos doktori tanulmányaiban továbbfejlesztette a programot. A GeoGebrát az elmúlt évek során számos nemzetközi díjjal jutalmazták, világszerte több mint 25 nyelvre fordították le. 2006 óta az osztrák oktatási minisztérium támogatása biztosítja, hogy a szoftver oktatási célokra ingyenesen felhasználható legyen. A fejlesztés 2006 júliusa óta az USA-ban a Florida Atlantic egyetemen folyik.

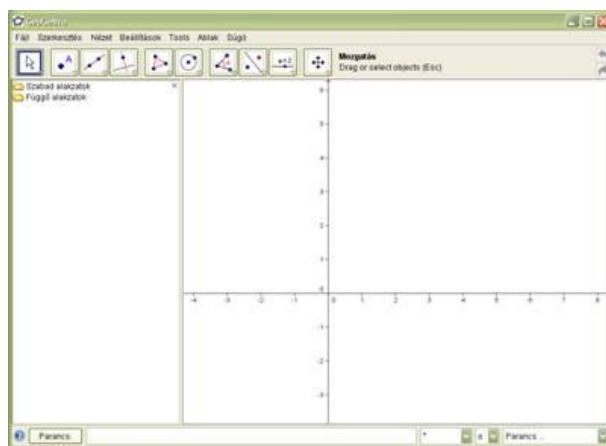
A GeoGebra egyrészt egy dinamikus szerkesztő rendszer. A felhasználó tulajdonképpen egy virtuális szerkesztőkészletet kap a kezébe, aminek segítségével elkészítheti a középiskolai szerkesztések bármelyikét. A papíron végzett szerkesztésektől eltérően viszont itt a kiinduló objektumok (pontok, egyenesek...) szabadon mozgathatók, úgy hogy a tőlük függő objektumok velük együtt mozognak.

Másrészt egy computer algebrai rendszer, amiben az objektumok algebrai úton adhatók meg (pontok koordinátaikkal, egyenesek egyenleteikkel, függvények képletükkel...). Az objektumokkal különböző számításokat is lehet végezni, mint például függvények deriválása, integrálása... stb[4].

A GeoGebra talán legfontosabb tulajdonsága, hogy egy kifejezés az algebra ablakban megfelel egy objektumnak a geometria ablakban, és viszont. Függetlenül attól, hogy az objektumot milyen módon vettük fel (a geometria ablakban szerkesztéssel, vagy az algebra ablakban paramétereinek megadásával) mindkét ablakban módosítható és a változás a másik ablakban is látható.

A program akár telepítés nélkül is futtatható, működéséhez csak JAVA szükséges. A telepítése se okozhat nehézséget egy alapszintű számítógépes ismeretekkel rendelkező felhasználó számára. (További információk a <http://www.geogebra.org> oldal Letöltés menüpontja alatt találhatóak.)

A GeoGebra ablak a Windows-os alkalmazásoktól megszokott felépítésű: az ablak tetején egy menüsor, alatta pedig egy eszközkészlet található. A menüben érhetőek el azok a funkciók, amik a szerkesztést globálisan érintik. Az eszközkészlet segítségével tud a felhasználó új objektumokat felvenni a jobb oldalon található geometria ablakban, amelyek algebrai paraméterei (koordinátái, egyenletei,) párhuzamosan a bal oldali algebra alakban láthatóak. Az objektumok természetesen utólag is módosíthatók mindkét ablakban. Az objektumok az ablak alján található parancssorba beírt parancsok segítségével is megadhatók, módosíthatók.

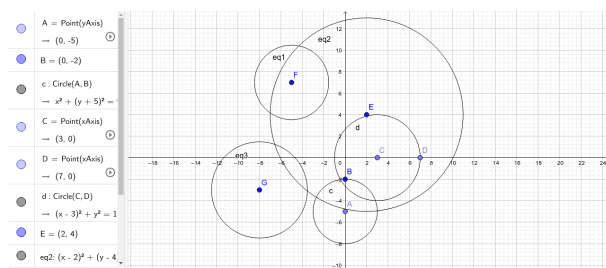


2. ábra. A GeoGebra ablak [4]

Alapfunkciók A program összes funkciójának, lehetőségének bemutatása egy könyvet is betöltene, ezért néhány példán keresztül csak a legalapvetőbbeket szeretném ismertetni.

3.1. GeoGebra moduljai: részletes áttekintés

3.1.1. 2D grafikus nézet



3. ábra. 2D grafikus nézet [3]

A GeoGebra 2D grafikus nézete a szoftver alapértelmezett felülete, amely lehetővé teszi síkbeli geometriai objektumok, például pontok, egyenesek, körök, sokszögek és függvények

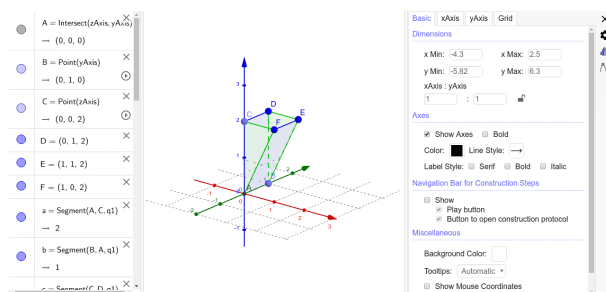
megjelenítését és szerkesztését. A felhasználók interaktív módon hozhatnak létre és módosíthatnak objektumokat, amelyek az algebrai nézetben is megjelennek.

A 2D grafikus nézet eszköztára számos szerkesztési lehetőséget kínál, például:

- Pontok és egyenesek létrehozása
- Sokszögek és körök szerkesztése
- Mérések végzése (hossz, szög, terület)
- Transzformációk alkalmazása (tükrözés, eltolás, forgatás)

A 2D grafikus nézet lehetőséget biztosít dinamikus szemléltetések készítésére, amelyek különösen hasznosak az oktatásban[6].

3.1.2. 3D grafikus nézet



4. ábra. 3D grafikus nézet [3]

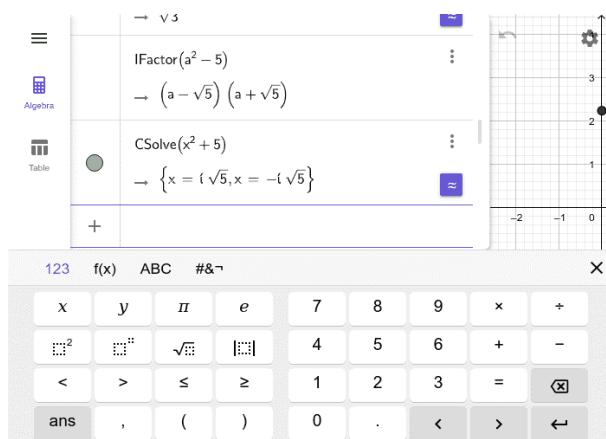
A 3D grafikus nézet lehetővé teszi háromdimenziós objektumok, például pontok, egyenesek, síkok, felületek és testek létrehozását és vizualizálását. Ez a nézet különösen hasznos a téreometria és a háromdimenziós függvények tanulmányozásához.

A 3D grafikus nézet főbb jellemzői:

- Objektumok létrehozása és szerkesztése háromdimenziós térben
- Interaktív forgatás, nagyítás és mozgatás
- Koordinátarendszer testreszabása
- 3D-s grafikonok és felületek megjelenítése

A 3D grafikus nézet eszköztára speciális eszközöket kínál, például síkok, gömbök, hengerek és kúpok létrehozására[6].

3.1.3. CAS (Computer Algebra System) nézet



5. ábra. CAS (Computer Algebra System) nézet [3]

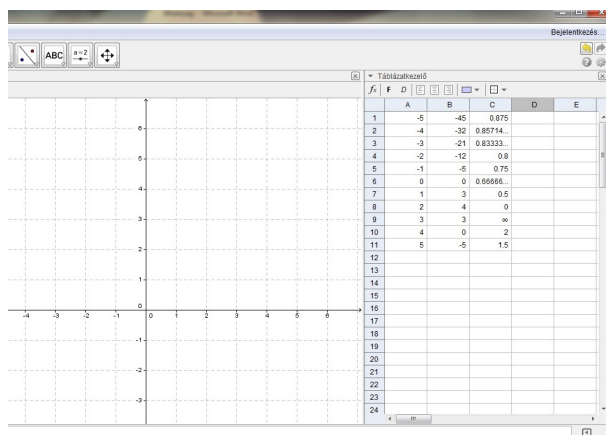
A CAS nézet egy számítógépes algebrai rendszer, amely lehetővé teszi algebrai kifejezések, egyenletek és egyenletrendszerek szimbolikus manipulációját. Ez a nézet különösen hasznos a középiskolai és egyetemi szintű matematikai problémák megoldásában.

A CAS nézet főbb funkciói:

- Algebrai kifejezések egyszerűsítése és átalakítása
- Egyenletek és egyenletrendszerek megoldása
- Deriválás és integrálás
- Változók és függvények definiálása

A CAS nézetben a beviteli sorok lehetővé teszik a parancsok és kifejezések bevitelét, valamint az eredmények megjelenítését[6].

3.1.4. Táblázatkezelő nézet



6. ábra. Táblázatkezelő nézet [24]

A táblázatkezelő nézet lehetővé teszi adatok bevitelét, tárolását és elemzését táblázatos formában. Ez a nézet különösen hasznos statisztikai elemzések, adatgyűjtés és függvények vizsgálata során.

A táblázatkezelő nézet főbb jellemzői:

- Adatok bevitele és szerkesztése cellákban
- Képletek és függvények alkalmazása
- Adatok grafikus megjelenítése (diagramok, grafikonok)
- Kapcsolat más nézetekkel (pl. grafikus nézet)

A táblázatkezelő nézet eszköztára lehetőséget biztosít különböző statisztikai és matematikai műveletek végrehajtására[12].

3.1.5. Algebrai nézet

Az algebrai nézet megjeleníti az összes létrehozott objektum algebrai reprezentációját, például koordinátákat, egyenleteket és kifejezéseket. Ez a nézet lehetővé teszi az objektumok pontos numerikus és algebrai értékeinek megtekintését és szerkesztését.

Az algebrai nézet főbb jellemzői:

- Objektumok listázása és szerkesztése
- Algebrai és numerikus értékek megjelenítése
- Kapcsolat a grafikus nézettel: az objektumok módosítása mindkét nézetben tükröződik

Az algebrai nézet különösen hasznos a pontos számítások és az objektumok közötti kapcsolatok megértésében[6].

4. fejezet Szkriptelési lehetőségek a GeoGebrában: GGBScript és JavaScript

A GeoGebra, mint dinamikus geometriai szoftver, nem csupán vizuális matematikai objektumok létrehozását és manipulálását teszi lehetővé, hanem a szkriptelés révén lehetőséget nyújt a viselkedésük automatizálására, valamint az interakciók, animációk és visszacsatolások programozására is. A szkriptelés segítségével a tananyag személyre szabhatóvá válik, dinamikus prezentációk, interaktív tanulási egységek, sőt intelligens feladatmegoldó felületek is kialakíthatók. A GeoGebrában két fő szkriptnyelv használható: GGBScript és JavaScript.

4.1. GGBScript: GeoGebra-specifikus parancsnyelv

A GGBScript a GeoGebra saját belső szkriptnyelve, amely az alkalmazás parancsait és funkcióit használja, egyszerű, matematikai logikán alapuló nyelvezettel. Alapvető célja, hogy objektumokat manipuláljon, műveleteket hajtson végre események hatására, például egy gomb lenyomására, csúszka mozgatására vagy objektum létrehozására.

A GGBScript szintaxisa a GeoGebra parancsaira épül, például:

```
SetValue[a, a + 1]
```

```
SetVisible[Circle1, false]
```

```
StartAnimation[slider1, true]
```

A parancsokat a Sajátosságok > Speciális > Szkript fülön lehet megadni a kiválasztott objektumhoz. Külön eseményekhez rendelhetők: „Kattintáskor”, „Frissítéskor” vagy „Betöltéskor”. Főbb lehetőségek:

- Objektumok értékének beállítása (SetValue)
- Láthatóság, szín, stílus változtatása (SetVisible, SetColor)
- Animációk indítása, megállítása (StartAnimation, StopAnimation)
- Objektumok létrehozása, törlése, elnevezése (Rename, Delete)
- Feltételek alapján történő vezérlés (If[...] szerkezetek)

A GGBScript nem igényel külön programozói előképzettséget, mivel erősen leegyszerűsített, és az oktatás során könnyen tanulható. Kifejezetten alkalmas tanárok és diákok számára interaktív matematikai jelenetek és automatizált feladatok készítésére[8].

4.2. JavaScript: teljes körű programozási lehetőségek

A JavaScript integráció a GeoGebra-ban haladóbb felhasználók számára készült, és a GeoGebra beépített JavaScript API-ját használja. Lehetővé teszi, hogy külső programlogikát, eseményvezérelt működést és összetett interaktív rendszereket hozzunk létre.

A JavaScript-szkripteket a GeoGebra objektumaihoz, főként gombokhoz, csúszkákhöz, választómezőkhöz rendelhetjük. A JavaScript a ggbApplet objektumon keresztül fér hozzá a GeoGebra belső elemeihez.

Például: javascript

```
ggbApplet.setValue("a", ggbApplet.getValue("a") + 1);
```

```
ggbApplet.setVisible("text1", true);
```

```
ggbApplet.evalCommand("b = a^2");
```

A JavaScript segítségével megvalósítható:

- Felhasználói űrlapok, menük, válaszfelületek kezelése
- Adatgyűjtés és naplózás (pl. tanulói tevékenység rögzítése)
- Feltételes reakciók eseményekre (pl. „jó megoldás esetén gratuláció megjelenítése”)
- Külső adatkapcsolatok (pl. HTML vagy JavaScript-alapú weboldalakba ágyazás)
- Bonyolultabb logikai, ciklikus vagy feltételes utasítássorok kezelése

A JavaScript nyelv teljes funkcionalitása elérhető, így az objektumok manipulálása mellett lehetőség van saját függvények írására, tömbök és ciklusok használatára, sőt más webes technológiákkal való kommunikációra is[8].

4.3. Alkalmazási példák az oktatásban

A szkriptelés gyakorlati alkalmazása rendkívül sokrétű:

- **Interaktív feladatlapok** készíthetők, ahol a diák gombra kattintva ellenőrizheti a megoldását.
- Automatizált értékelés valósítható meg, például a válasz helyessége alapján szint vagy szöveget változtathatunk.
- **Dinamikus animációk**, amelyek a paraméterek (pl. csúszkák) változására reagálnak, szemléltethetik a függvénytranszformációkat vagy geometriai átalakításokat.

- **Modellezési feladatok**, ahol a diák egy jelenség leírását és szabályait maga programozza le.

Ezek az alkalmazások nemcsak elmélyítik a matematikai megértést, hanem fejlesztik a logikus gondolkodást, problémamegoldó képességet és algoritmikus látásmódot is [9].

4.4. Szkriptelés tanulása és támogatása

A GeoGebra közössége és dokumentációs oldala kiterjedt segédanyagokat, példákat és fórumokat kínál a szkriptelés tanulásához. A GeoGebra Tanári Műhelyek, valamint a GeoGebra Classic alkalmazásban található mintafeladatok gyakorlati példákon keresztül mutatják be a GGBScript és JavaScript használatát.

Összegzésként elmondható, hogy a szkriptelés a GeoGebra egyik legerősebb oktatási eszköze, amely lehetővé teszi, hogy ne csak szemléltessük, hanem irányítsuk is a tanulási folyamatot. A GGBScript egyszerűsége és a JavaScript rugalmassága révén a tanárok és diákok olyan interaktív matematikai környezetet teremthetnek, amely adaptív, kreatív és tanulóközpontú.

5. fejezet Szkriptelési technikák és gyakorlati példák a GeoGebrában

A GeoGebra egyik leghasznosabb, mégis gyakran alulhasznált lehetősége a szkriptelés, amely lehetővé teszi, hogy az interaktív tananyagok viselkedését programozott módon irányítsuk. A GGBScript és JavaScript szkriptek segítségével a tanárok testreszabhatják az oktatási környezetet, automatizálhatják az eseményeket, és olyan adaptív tananyagot hozhatnak létre, amely aktívan reagál a felhasználói műveletekre. Az alábbiakban a legalapvetőbb szkriptelési technikákat mutatjuk be, gyakorlati példákon keresztül, a GeoGebra felhasználói dokumentációja és oktatási anyagai alapján.

5.1. Objektumnevek és attribútumok módosítása szkripttel

A GeoGebra minden létrehozott objektumot egy névvel azonosít, amely kulcsfontosságú a szkripteléshez. Ezeket a neveket a parancsokban hivatkozásként használhatjuk. Az objektumok különféle tulajdonságai (attribútumai), mint például az érték, a szín, a láthatóság vagy a kitöltés, szkriptek segítségével dinamikusan módosíthatók.

Például: ggb

```
SetValue[a, 5]
SetColor[Circle1, 255, 0, 0] // piros kör
SetVisible[text1, false]
```

A fenti példákban a egy változó, amelyhez új értéket rendelünk; Circle1 kör színét pirosra állítjuk; text1 pedig láthatatlanná válik. Az attribútumok módosítása különösen hasznos visszajelzések vagy megjelenítési logika megvalósításához. Az objektumnevek kis- és nagybetűérzékenyek, ezért fontos következetes névhasználatot alkalmazni[8].

5.2. Gombok és események kezelése

A GeoGebra lehetőséget ad interaktív vezérlőelemek, például gombok és csúszkák létrehozására. Ezekhez az objektumokhoz események rendelhetők, mint például „kattintás”, „értékváltozás” vagy „frissítés”. A gombok különösen hasznosak, ha több lépésben szeretnénk bemutatni egy folyamatot vagy elindítani egy animációt.

Gyakorlati példa gombra: Tegyük fel, hogy van egy pont A, és egy a nevű csúszka. Szeretnénk, hogy gombnyomásra a B pont az a értékének megfelelően mozduljon el:

```
ggb
SetCoords[B, a, 2] // B pont koordinátái: (a, 2)
```

Ezt a parancsot a gomb „Kattintáskor” eseményéhez rendelhetjük. Emellett több parancs is futtatható egymás után:

```
ggb
SetValue[a, a + 1]
UpdateConstruction[]
```

A `UpdateConstruction[]` parancs hasznos, ha frissíteni akarjuk a nézetet vagy újraszámoltatni az objektumokat. Egy másik példa a pont elrejtésére és szöveg megjelenítésére:

```
ggb
SetVisible[point1, false]
SetVisible[correctText, true] [10]
```

Feltételes láthatóság és dinamikus animáció

A GeoGebra egyik leghatékonyabb eszköze az objektumok feltételes megjelenítése, amelyet a „Speciális” fülön lehet megadni egy logikai feltétellel. Ezt kombinálva a GGBScript parancsaival, dinamikus interakciók hozhatók létre.

Feltételes láthatóság példa:

Egy szöveget (`text1`) csak akkor szeretnénk megjeleníteni, ha a pontA x-koordinátája nagyobb 5-nél:

```
ggb
x(pontA) > 5
```

Ezt a feltételt beállíthatjuk a `text1` objektum tulajdonságainál a „Láthatóság feltétele” mezőbe. Szkript segítségével ez is vezérelhető:

```
ggb
If[x(A) > 5, SetVisible[text1, true], SetVisible[text1, false]]
```

Animáció elindítása:

A GeoGebra lehetőséget nyújt animációk indítására, például egy csúszka automatikus mozgására:

```
ggb
StartAnimation[slider1, true]
```

A „StopAnimation” paranccsal meg is állítható:

```
ggb
StartAnimation[slider1, false]
```

A csúszkát akár szkriptből is vezérelhetjük az értékének növelésével:

```
ggb
SetValue[a, a + 0.1]
```

Ez lehetővé teszi például lépésenkénti animációkat, amikor a gomb minden lenyomása egy új fázist jelenít meg[11].

A GeoGebra szkriptelési technikái hatékony eszközt kínálnak az oktatók kezébe, hogy interaktív, automatikusan reagáló, vizuálisan gazdag tananyagokat hozzanak létre. A GGBScript egyszerűségével lehetővé teszi az alapvető viselkedések beállítását, míg az eseményalapú programozás – gombokkal, csúszkákkal – valódi tanulói élményt biztosít. A feltételes láthatóság és animációk segítségével a matematikai modellek dinamikusan életre kelnek, és lehetővé válik a tanulók aktív bevonása.

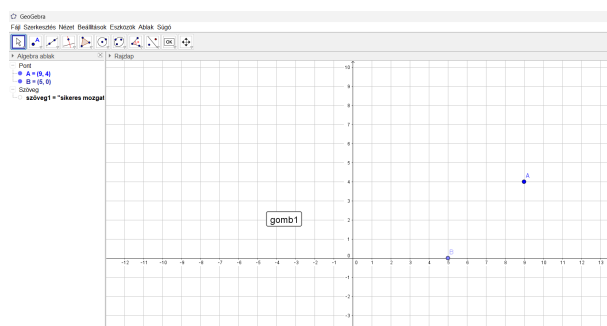
6. Példa szkriptíráásra kezdőknek

Egy egyszerű, kezdő szintű GeoGebra-szkriptelési példa, amely bemutatja az alapokat: hogyan hozzunk létre egy gombot, amely kattintásra mozgat egy pontot, és közben megjelenít egy szöveget.

Feladat: Egy pont mozgatása gombnyomásra, és egy szöveg megjelenítése

I. Lépés – Objektumok létrehozása

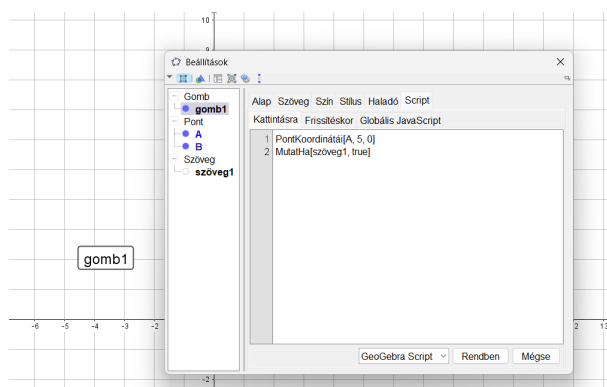
1. Hozz létre egy pontot A a síkon.
2. Hozz létre egy másik pontot B helyen.
3. Hozz létre egy szöveget, pl.: „Sikeres mozgatás!”, neve szoveg1, és kapcsold ki a láthatóságát.
4. Hozz létre egy gombot az eszköztárból: „Gomb létrehozása”.



7. ábra. Gomb

II. Lépés – Gombhoz szkript rendelése

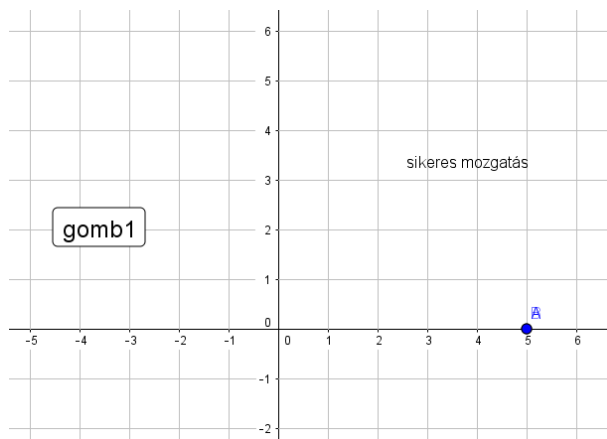
Kattints jobb gombbal a gombra, válaszd a **Tulajdonságok** menüpontot, majd menj a **Szkript** → **Kattintáskor** fülre, és írd be az alábbi GGBScript kódot:



8. ábra. Gomb programozása

Mit csinál ez a szkript?

$\text{PontKoordinátái}[A, 5, 0] \rightarrow$ A pontot az (5, 0) koordinátára mozgatja. $\text{MutatHa}[\text{szoveg1}, \text{true}] \rightarrow$ Láthatóvá teszi a korábban elrejtett szöveget.



9. ábra. Gomb mozgása

A GeoGebra-feladat során egy egyszerű szkriptelési műveletet valósítottunk meg, amely azt demonstrálta, hogyan lehet a GGBScript segítségével egy pont helyzetét megváltoztatni egy gombnyomás hatására. A feladat fő célja az volt, hogy megismerkedjünk a GeoGebra alapvető szkriptelési lehetőségeivel, és megtanuljuk, hogyan lehet dinamikusan módosítani egy objektum tulajdonságait események hatására.

7. Példa egy szék szkriptelt vizuális ábrázolására geometriai primitívek használatával

A geometriai formák és a programozás ötvözése izgalmas kihívás. Ebben a feladatban a Geogebra szoftver segítségével egy szék geometriai modelljét fogjuk létrehozni, majd programozással vezéreljük annak mozgását. A cél, hogy a pontokból álló szék egy gombnyomásra összeálljon, majd egy másik gombnyomásra visszatérjen eredeti helyzetébe. Ez a projekt nemcsak a geometriai ismereteket teszi próbára, hanem a programozási logikát is fejleszti, miközben egy vizuálisan is érdekes eredményt hoz létre.

A modell két fontos szemléltetési elvet kombinál: a térbeli koordináták fogalmát és az eseményvezérelt geometriát.

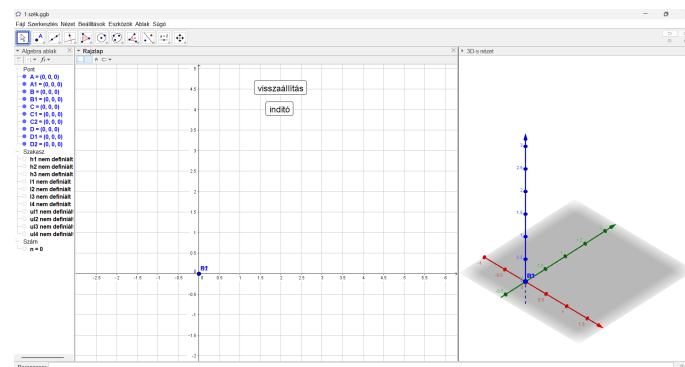
A modell logikája

Kiinduló állapot – pontkupac

A modell első lépése, hogy a szék összes kulcspontját egyazon koordinátán helyezzük el. Ez vizuálisan olyan hatást kelt, mintha a modell „rejtve” lenne.

$A = (0, 0, 0)$
 $B = (0, 0, 0)$
 $C = (0, 0, 0)$
 $D = (0, 0, 0)$
 $A1 = (0, 0, 0)$
 $B1 = (0, 0, 0)$
 $C1 = (0, 0, 0)$
 $D1 = (0, 0, 0)$
 $C2 = (0, 0, 0)$
 $D2 = (0, 0, 0)$

Ezek a pontok egy 3D-s koordinátarendszer origójában helyezkednek el. A SetCoords[] „PontKoordinátái” parancs segítségével ezek a pontok később tetszőlegesen áthelyezhetők.



10. ábra. Kiinduló állapot – pontkupac

Gomb létrehozása – elmozdítás

A következő lépés egy gomb létrehozása, amely esemény hatására minden pont a szék végső helyére mozdul el. Ez történik a SetCoords parancsokkal.

A parancsok funkciója:

SetCoords[Pont, x, y, z] — a pontot elmozdítja a megadott térbeli pozícióra.

Példa gomb parancskészlete:

```
SetCoords[A, 0, 0, 0]
```

```
SetCoords[B, 1, 0, 0]
```

```
SetCoords[C, 0, 1, 0]
```

```
SetCoords[D, 1, 1, 0]
```

```
SetCoords[A1, 0, 0, 1]
```

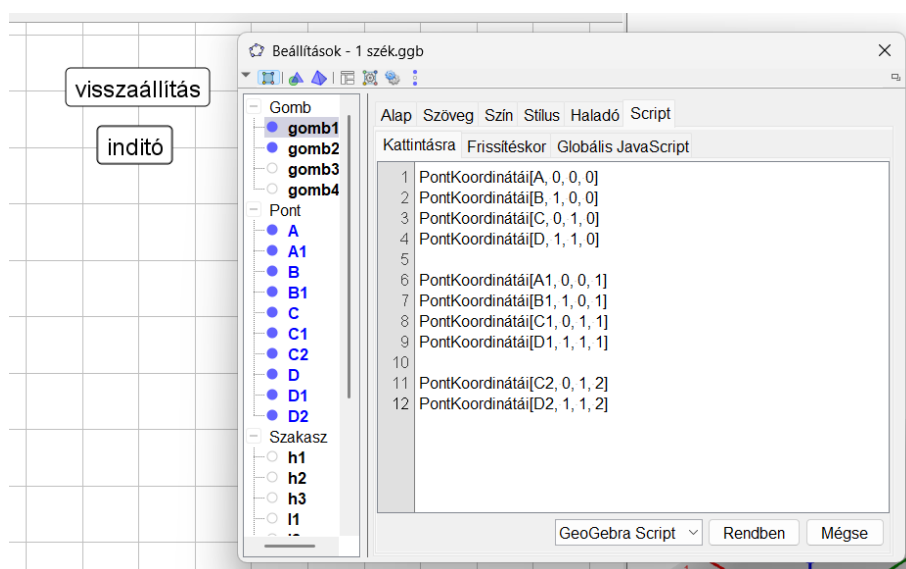
```
SetCoords[B1, 1, 0, 1]
```

```
SetCoords[C1, 0, 1, 1]
```

```
SetCoords[D1, 1, 1, 1]
```

```
SetCoords[C2, 0, 1, 2]
```

```
SetCoords[D2, 1, 1, 2]
```



11. ábra. Gomb parancskészlete

Ez a parancskészlet az egyes pontokat a térben végleges helyükre mozgatja. A pontok egy kockaszerű testet és annak egy magasított részét – a háttámlát – alkotják. A mozgás nem animált, de hirtelen látványos „kinyílást” eredményez, mintha a szék felállna magától.

A szék szerkezete – szakaszok

Miután a pontok a helyükön vannak, automatikusan megjelenik a szék váza, mivel előzőleg létrehoztuk a pontok közötti szakaszokat. A szakaszok dinamikusan követik a pontokat.

Lábak:

```
l1 = Segment[A, A1]
l2 = Segment[B, B1]
l3 = Segment[C, C1]
l4 = Segment[D, D1]
```

Ülőlap élei:

```
ul1 = Segment[A1, B1]
ul2 = Segment[B1, D1]
ul3 = Segment[D1, C1]
ul4 = Segment[C1, A1]
```

Háttámla:

```
h1 = Segment[C1, C2]
h2 = Segment[D1, D2]
h3 = Segment[C2, D2]
```

Ezek a `Segment[P1, P2]` típusú objektumok automatikusan frissülnek a kapcsolt pontok mozgása során. Azaz, ha egy pont elmozdul, a vele összekötött szakasz automatikusan újra kirajzolódik.

Interakció – gombok használata

„Indító” gomb

Ez a gomb vezérli a pontok mozgását és a modell „kinyílását”.

Célja: A szék kirajzolása az origóból elmozduló pontok segítségével.

Hatása: A pontok új koordinátákat kapnak → A szakaszok automatikusan frissülnek → Kirajzolódik a szék.

„Visszaállítás” gomb (opcionális)

Ha szeretnénk a modellt „újrarendezni”, akkor szükséges egy második gomb, amely minden pontot visszaállít az origóba, és opcionálisan elrejtí a szakaszokat.

Kód:

```
PontKoordinátái[A, 0, 0, 0]
PontKoordinátái[B, 0, 0, 0]
PontKoordinátái[C, 0, 0, 0]
PontKoordinátái[D, 0, 0, 0]
PontKoordinátái[A1, 0, 0, 0]
PontKoordinátái[B1, 0, 0, 0]
PontKoordinátái[C1, 0, 0, 0]
PontKoordinátái[D1, 0, 0, 0]
```

PontKoordinátái[C2, 0, 0, 0]

PontKoordinátái[D2, 0, 0, 0]

MegjelenítésRajzlapon[l1, 1, false]

MegjelenítésRajzlapon[l2, 1, false]

MegjelenítésRajzlapon[l3, 1, false]

MegjelenítésRajzlapon[l4, 1, false]

MegjelenítésRajzlapon[ul1, 1, false]

MegjelenítésRajzlapon[ul2, 1, false]

MegjelenítésRajzlapon[ul3, 1, false]

MegjelenítésRajzlapon[ul4, 1, false]

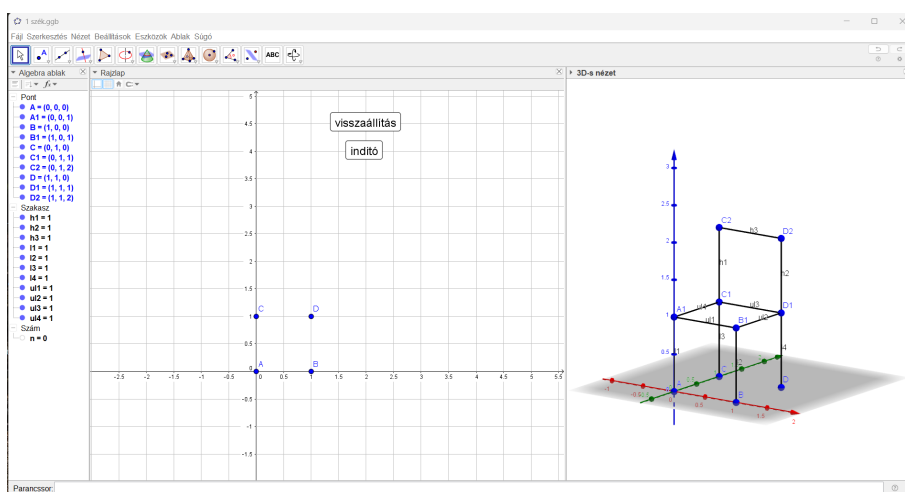
MegjelenítésRajzlapon[h1, 1, false]

MegjelenítésRajzlapon[h2, 1, false]

MegjelenítésRajzlapon[h3, 1, false]

n = 0

Ezzel a modell bármikor újraindítható.



12. ábra. Kész szék

Összegzés és alkalmazási lehetőségek

Ez a modell a következő területeken alkalmazható:

- **Oktatásban:** A koordinátageometria és 3D-s térbeli gondolkodás szemléltetésére.
- **Vizualizációban:** Lépésenkénti objektumépítés bemutatására.
- **Programozási logika szemléltetésére:** Eseményvezérelt változások bemutatására gombokkal.

A GeoGebra nyitottsága miatt a modell bármikor továbbfejleszthető, például animációs mozgással, interaktív kameraállással, vagy felhasználói választásokkal (pl. milyen típusú széket rajzoljon ki).

8. A térbeli szemlélet fejlesztése szkriptelt GeoGebra-modellel

A térgeometria tanítása során kiemelkedően fontos szerepet kap a térbeli látásmód, a háromdimenziós viszonyok észlelése és értelmezése. A diákok számára különösen nehézséget okoz a síkbeli ábrák alapján elképzelni térbeli testeket, azok éleit, lapjait, illetve a párhuzamos és merőleges viszonyokat. Ennek áthidalására kiváló lehetőséget biztosítanak a dinamikus geometriai programok, különösen a GeoGebra 3D, amely interaktív módon képes megjeleníteni a térbeli alakzatokat.

Az általam készített GeoGebra-szkript célja, hogy segítse a tanulókat a térbeli tájékozódásban, a geometriai összefüggések megértésében, valamint az arányok és viszonyok vizuális felismerésében. A szkript működése a következőképpen épül fel: kezdetben minden pont egyetlen kiindulási helyen, az origóban helyezkedik el, majd egy gombnyomás hatására ezek a pontok "szétszélednek", és elfoglalják végleges pozíciójukat, amellyel kirajzolják egy háromdimenziós szék térbeli modelljét. Ez a látványos átmenet lehetővé teszi, hogy a diákok egyszerre tapasztalják meg a pontok mozgásán keresztül az objektum felépítésének folyamatát, és közben megfigyeljék a geometriai kapcsolódásokat.

A létrehozott székmodell háromdimenziós térben forogtatható, nagyítható és kicsinyíthető, így a felhasználók különböző nézőpontokból is tanulmányozhatják azt. A modell szerkezete tartalmazza a térbeli téglalapokat (például az ülőfelületet és a háttámlát), az egymással párhuzamos éleket (mint a szék négy lába), valamint a merőleges kapcsolódásokat (mint a lábak és az ülőlap között). Ezek az elemek nem csak statikusan jelennek meg, hanem dinamikusán, a pontok mozgásával együtt, ami fokozza az élményt és a tanulás hatékonyságát.

A konstrukció módszertani előnye, hogy a tanuló nem csupán passzív befogadója az információnak, hanem aktív résztvevője az építési folyamatnak. Az interaktív elem, amely lehetővé teszi a modell gombbal történő indítását és visszaállítást, hozzájárul a tanulói motiváció növeléséhez és a mélyebb megértés kialakulásához. A pontok kezdeti „kupacba” rendezése és onnan való elmozdítása szimbolikusan is megjeleníti a geometriai struktúrák kialakulását a térben.

Ez a megközelítés jól illeszkedik a konstruktivista pedagógiai modellhez, amely szerint a tanulás akkor hatékony, ha a diák maga építi fel a tudását tapasztalatai és felfedezései útján (Nahalka, 2002). A GeoGebra interaktív felülete pedig lehetőséget ad erre a felfedező tanulásra[13].

9. Összegzés

A szakdolgozat célja annak bemutatása, hogyan lehet a GeoGebra dinamikus geometriai szoftver szkriptelési (programozási) lehetőségeit kihasználni különböző interaktív, szemléltető jellegű matematikai konstrukciók megalkotására. Középpontjában a GeoGebra 3D nézete és annak beépített GGBScript, valamint JavaScript támogatása áll.

A dolgozat elméleti háttere bemutatja a dinamikus geometriai szoftverek fejlődését, a GeoGebra főbb komponenseit, a felhasználói felületet, és a szkriptek szerepét az oktatásban. Külön fejezet tárgyalja a szkriptelés technikai alapjait: eseménykezelés, változók kezelése, objektumok mozgatása, illetve különböző animációk és automatizált folyamatok készítése.

A gyakorlati részben a dolgozat egy konkrét, interaktív 3D-s projektet mutat be: egy szék kirajzolását, amely egy pontból indulva animációval, gombnyomásra alakul ki. Ez a vizualizáció komplex szkriptelést igényel: koordináták kiszámítása, pontok és vonalak animációja, valamint a szék szerkezetének dinamikus felépítése. A megvalósítás során többféle GeoGebra parancs és vezérlési szerkezet kerül alkalmazásra.

A projekt célja, hogy a felhasználó megtapasztalja, hogyan lehet a geometriai objektumokat nemcsak kézzel, hanem programozással, vezérelhető események és szkriptek segítségével előállítani. A dolgozat reflektál arra is, milyen pedagógiai haszna lehet az ilyen vizualizációknak: az absztrakt matematikai fogalmak megértésének segítése, a tanulók motiválása, valamint a programozási gondolkodás fejlesztése.

A dolgozat végkövetkeztetése az, hogy a GeoGebra szkriptelése – különösen a 3D-s nézetben – rendkívül hasznos lehet a matematika oktatásában, a tananyag digitális kiterjesztésében, valamint interaktív taneszközök fejlesztésében.

10. Szakirodalom:

1. Prensky, M. (2001). Digital natives, digital immigrants. On the Horizon, Hohenwarter, M., Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: The case of GeoGebra. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics
2. <https://www.edtechmarketplace-asia.com/solution/geogebra>
3. <https://www.geogebra.org/m/gqpk8yfu>
4. <https://people.inf.elte.hu/szlavi/InfoDidact08/Manuscripts/PVZs.htm>
5. https://ematlap.hu/tanora-szakkor-2019-6/870-biro-balint-geometriai-problemak-es-a-geogebra?utm_source=https://geogebra.github.io/docs/manual/hu/CAS_n
6. GeoGebra Documentation (geogebra.github.io)
7. <https://wiki.geogebra.org/en/Scripting>
8. Zalabai, K. (2021). GeoGebra szkriptek az oktatásban. Oktatás-Informatika szakfolyóirat, 11(2), 45–56. <https://oktatas-informatika.hu>
9. Farkas Edit (2019): GeoGebra és szkriptelés oktatási célokra, ELTE IK, Didaktikai Műhelyfüzetek
10. Tóth Zoltán (2022): Interaktív matematika tanítás GeoGebrával, Magiszter Oktatási Központ
11. GeoGebra Manual – Táblázatkezelő nézet [Academia.edu](https://academia.edu)+4 geogebra.github.io+4 Magister+4
12. Nahalka István (2002): Konstruktivizmus és tanulás. OKKER Kiadó, Budapest.
13. Hohenwarter, M. et al. (2024): GeoGebra Manual – 3D Graphics
14. Hohenwarter, M., Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: The case of GeoGebra. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics
15. Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-geometry. International Journal of Computers for Mathematical Learning
16. Czírók Ottó (2019): Digitális tananyagfejlesztés GeoGebra programmal. Pannon Egyetem, Módszertani kézikönyv.
17. Oktatás 2030 Tanulástudományi Kutatócsoport (2020): Digitális pedagógia a közoktatásban – Módszertani ajánlás.
18. Lipovszky Tünde: A GeoGebra lehetőségei a tanítási-tanulási folyamatban. In: Komplex Alapprogram Tanári Kézikönyv – Matematika.

19. Oktatási Hivatal – Digitális pedagógiai módszertani ajánlások gyűjteménye
20. Wikipédia – GeoGebra
21. [https://www.math.elte.hu/thesisupload/thesisfiles/2024mattan5y-g6fu2g.pdf?utm_sourcehttps :
//mathdid.elte.hu/bootstrap/jegyzetek/tamop – geotanas.pdf?utm_source](https://www.math.elte.hu/thesisupload/thesisfiles/2024mattan5y-g6fu2g.pdf?utm_sourcehttps://mathdid.elte.hu/bootstrap/jegyzetek/tamop-geotanas.pdf?utm_source)
22. https://www.model.u-szeged.hu/data/etc/edoc/2015-Mobil-tools/fuggvenytranszformaciok_egyenletek_a

11. Ábrajegyzék:

1. ábra: GeoGebra logó [2]
2. ábra: A GeoGebra ablak [4]
3. ábra: 2D grafikus nézet [3]
4. ábra: 3D grafikus nézet [3]
5. ábra: CAS (Computer Algebra System) nézet [3]
6. ábra: Táblázatkezelő nézet [24]
7. ábra: Gomb
8. ábra: Gomb programozása
9. ábra: Gomb mozgása
10. ábra: Kiinduló állapot – pontkupac
11. ábra: Gomb parancskészlete
12. ábra: Kész szék

12. Резюме

Мета цієї тези - показати, як скриптові (програмні) можливості динамічного геометричного програмного забезпечення GeoGebra можуть бути використані для створення різних інтерактивних, ілюстративних математичних побудов. Основна увага приділяється тривимірному представленню GeoGebra та вбудованій підтримці GGBScript і JavaScript.

Теоретична частина статті описує еволюцію динамічного геометричного програмного забезпечення, основні компоненти GeoGebra, користувацький інтерфейс та роль скриптів в освіті. Окремий розділ присвячено технічним основам написання сценаріїв: обробці подій, роботі зі змінними, переміщенню об'єктів, створенню різноманітних анімацій та автоматизованих процесів.

У практичній частині представлено конкретний інтерактивний 3D-проект: малюнок стільця, який анімується з однієї точки і еволюціонує після натискання кнопки. Ця візуалізація вимагає складного сценарію: обчислення координат, анімації точок і ліній, а також динамічної побудови структури стільця. У реалізації використано кілька команд GeoGebra та структур управління.

Мета проекту - дати користувачеві можливість відчувати, як геометричні об'єкти можна створювати не лише вручну, але й за допомогою програмування, використовуючи керовані події та сценарії. У роботі також розглядаються педагогічні переваги, які можуть мати такі візуалізації: допомога студентам у розумінні абстрактних математичних понять, мотивація та розвиток їхнього мислення у сфері програмування.

Висновок цієї дипломної роботи полягає в тому, що сценарії GeoGebra, особливо в 3D-виді, можуть бути надзвичайно корисними для викладання математики, для цифрового розширення навчальних програм і для розробки інтерактивних засобів навчання.

Nyilatkozat

Alulírott, Barna István, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) képzési program hallgatója, kijelentem, hogy a dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskolán, a Matematika és Informatika Tanszéken készítettem, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) BSc diploma megszerzése végett.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola könyvtárában a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

Звіт подібності

метадані

Назва організації

Hungarian College of Higher Education Ferenc Rakoczi II Transcarpathian

Заголовок

szakdogo Barna

Науковий керівник / Експерт

Автор Габрієлла Пап

підрозділ

Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II

Обсяг знайдених подібностей

Коефіцієнт подібності визначає, який відсоток тексту по відношенню до загального обсягу тексту було знайдено в різних джерелах. Зверніть увагу, що високі значення коефіцієнта не автоматично означають плагіат. Звіт має аналізувати компетентна / уповноважена особа.

1.06%

1.06%

КП 1

0.11%

0.11%

КЦ

25

Довжина фрази для коефіцієнта подібності 2

8792

Кількість слів

46500

Кількість символів

Тривога

У цьому розділі ви знайдете інформацію щодо текстових спотворень. Ці спотворення в тексті можуть говорити про МОЖЛИВІ маніпуляції в тексті. Спотворення в тексті можуть мати навмисний характер, але частіше характер технічних помилок при конвертації документа та його збереженні, тому ми рекомендуємо вам підходити до аналізу цього модуля відповідально. У разі виникнення запитань, просимо звертатися до нашої служби підтримки.

Заміна букв	Б	174
Інтервали	A→	0
Мікропробіли	␣	0
Білі знаки	Б	0
Парафрази (SmartMarks)	a	4

Подібності за списком джерел

Нижче наведений список джерел. В цьому списку є джерела із різних баз даних. Колір тексту означає в якому джерелі він був знайдений. Ці джерела і значення Коефіцієнту Подібності не відображають прямого плагіату. Необхідно відкрити кожне джерело і проаналізувати зміст і правильність оформлення джерела.

10 найдовших фраз

Колір тексту

ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	НАЗВА ТА АДРЕСА ДЖЕРЕЛА URL (НАЗВА БАЗИ)	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
1	https://dergipark.org.tr/tr/pub/ijesim/issue/45039/542350	22 0.25 %
2	http://osvita.ua/doc/files/news/592/59269/urok.doc	20 0.23 %
3	https://dergipark.org.tr/tr/pub/ijesim/issue/45039/542350	12 0.14 %
4	https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-3-030-15789-0_100039	10 0.11 %
5	https://dergipark.org.tr/tr/pub/ijesim/issue/45039/542350	9 0.10 %

6	http://osvita.ua/doc/files/news/592/59269/urok.doc	5 0.06 %			
7	https://cyberleninka.ru/article/n/sovremennye-predstavleniya-o-korrespondiruyuschih-svoystvah-setchatok-v-norme-i-pri-sobruzhestvennom-kosoglazii	5 0.06 %			
8	http://sejmik.kujawsko-pomorskie.pl/upload/file/sejmik/projekty_uchwal/2010/20100920/MZDiN_2009_cz_I.pdf	5 0.06 %			
9	http://osvita.ua/doc/files/news/592/59269/urok.doc	5 0.06 %			
з домашньої бази даних (0.00 %)					
<table> <tr> <th>ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР</th><th>ЗАГОЛОВОК</th><th>КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)</th></tr> </table>			ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ЗАГОЛОВОК	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ЗАГОЛОВОК	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)			
з програми обміну базами даних (0.00 %)					
<table> <tr> <th>ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР</th><th>ЗАГОЛОВОК</th><th>КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)</th></tr> </table>			ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ЗАГОЛОВОК	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ЗАГОЛОВОК	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)			
з Інтернету (1.06 %)					
<table> <tr> <th>ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР</th><th>ДЖЕРЕЛО URL</th><th>КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)</th></tr> </table>			ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ДЖЕРЕЛО URL	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ДЖЕРЕЛО URL	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)			
1	https://dergipark.org.tr/tr/pub/ijesim/issue/45039/542350	43 (3) 0.49 %			
2	http://osvita.ua/doc/files/news/592/59269/urok.doc	30 (3) 0.34 %			
3	https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-3-030-15789-0_100039	10 (1) 0.11 %			
4	https://cyberleninka.ru/article/n/sovremennye-predstavleniya-o-korrespondiruyuschih-svoystvah-setchatok-v-norme-i-pri-sobruzhestvennom-kosoglazii	5 (1) 0.06 %			
5	http://sejmik.kujawsko-pomorskie.pl/upload/file/sejmik/projekty_uchwal/2010/20100920/MZDiN_2009_cz_I.pdf	5 (1) 0.06 %			

Список прийнятих фрагментів (немає прийнятих фрагментів)

ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ЗМІСТ	КІЛЬКІСТЬ ОДНАКОВИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
------------------	-------	---------------------------------------