

Міністерство освіти і науки України
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II
Кафедра математики та інформатики

Реєстраційний № _____

Кваліфікаційна робота
Розвиток творчих здібностей учнів через задачі та головоломки у
навчанні математики

САВКО МАРК-ЗОЛТАН

Студент IV-го курсу

Освітня програма «Середня освіта (Математика)»

Спеціальність 014 «Середня освіта (Математика)»

Рівень вищої освіти: бакалавр

Тема затверджена на засіданні кафедри

Протокол № 3 / 2024

Науковий керівник:

Петечук Ю.В.

(канд. фіз.-мат. наук, доцент)

Завідувач кафедрою математики та інформатики:

Кучінка Каталін Йозефівна

(к. ф.-м. н, доцент)

Робота захищена на оцінку _____, «___» _____ 202_ року

Протокол № _____ / 202_

**Міністерство освіти і науки України
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II**

Кафедра математики та інформатики

**Кваліфікаційна робота
Розвиток творчих здібностей учнів через задачі та головоломки у
навчанні математики**

Рівень вищої освіти: бакалавр

Виконавець: студент IV-го курсу

САВКО МАРК-ЗОЛТАН

освітня програма «Середня освіта (Математика)»

спеціальність 014 «Середня освіта (Математика)»

Науковий керівник: **Петечук Ю.В.**

(канд. фіз.-мат. наук, доцент)

Рецензент: **СТОЙКА МИРОСЛАВ ВІКТОРОВИЧ**

(канд. фіз.-мат. наук, доцент)

Берегове 2025

Зміст

Вступ

Вступ українською

1 Теоретичний фон

2 Психологічні підходи до розвитку творчого мислення

3 Роль творчості в освіті

4 Зв'язок математики та творчого мислення

5 Методи та типи завдань для розвитку креативності на уроках математики

6 Індивідуальне дослідження

6.0.1 Мета дослідження

6.0.2 Сутність дослідження

6.0.3 Учасники дослідження

6.0.4 Методологія та відгуки

6.0.5 Ескіз першого уроку

6.0.6 Ескіз другого уроку

6.0.7 Ескіз третього уроку

6.0.8 Ескіз четвертого уроку

6.0.9 Ескіз п'ятого уроку

6.0.10 Підсумковий тест

6.0.11 Середній показник по Угорщині

6.0.12 Підсумок дослідження

7 Завдання

8 Розв'язки

Висновок

Список літератури

Висновок українською

**Ukrajna Oktatási és Tudományügyi Minisztériuma
II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola**

Matematika és Informatika Tanszék

**A TANULÓK KREATIVITÁSÁNAK FEJLESZTÉSE MATEMATIKATANÍTÁSI
FELADATOKON ÉS REJTVÉNYEKEN KERESZTÜL**

Szakdolgozat

Készítette: Szóka Márk Zoltán

IV. évfolyamos matematika

szakos hallgató

Témavezető: Petecsuk Júlia

(docens, fizika és matematika tudományok kandidátusa)

Recenzens: Sztojka Miroszláv

(fizika és matematika tudományok kandidátusa, docens)

Зміст

Bevezetés	6
Bevezetés ukránul	7
1 Elméleti háttér	8
2 A kreatív gondolkodás pszichológiai megközelítései	9
3 A kreativitás szerepe az oktatásban	10
4 A matematika és a kreatív gondolkodás kapcsolata	11
5 Kreativitást fejlesztő módszerek és feladattípusok a matematikaórán	12
6 Egyéni kutatás	14
6.0.1 A kutatás célja	14
6.0.2 A kutatás lényege	14
6.0.3 A kutatás résztvevői	14
6.0.4 Módszertana és vélemények	15
6.0.5 Az első óra vázlata	16
6.0.6 A második óra vázlata	16
6.0.7 A harmadik óra vázlata	16
6.0.8 A negyedik óra vázlata	18
6.0.9 Az ötödik óra vázlata	18
6.0.10 Záróteszt	18
6.0.11 Magyarországi átlag	20
6.0.12 Összefoglaló a kutatáshoz	22
7 Feladatok	24
8 Megoldások	30
Összefoglalás	38
Irodalomjegyzék	39
Ábrajegyzék	40
Összefoglalás ukránul	42

Bevezetés

A szakdolgozatomban a tanulók kreativitásának fejlesztését kutattam matematikai feladványok használatával. Mindig is a kreativitást tartottam az ember legnagyobb előnyének, és ez indított el azon az úton, hogy elmélyüljek abban, hogyan fejleszthetjük tudatosan a diákok kreativitását. Úgy tartom, hogy a mindennapi életben elengedhetetlen a kreativitás és a problémamegoldás. Számomra a megoldáshoz vezető út fontosabb mint maga az eredmény, mivel a célok vagy jelen helyzetben a megoldások eléréséhez szükséges tudás a legértékesebb.

A munkámban azt a kérdést járom körül, hogy milyen módszerekkel, feladatokkal és tanári hozzáállással lehet támogatni a középiskolás tanulók kreatív képességeinek fejlődését a matematika tanítása során. Kíváncsi voltam arra is, hogyan hat a diákokra az, ha egy órán nemcsak egyetlen „helyes” megoldás létezik, hanem van tér a saját gondolatokra, kísérletezésre, egyéni útkeresésre.

Ennek feltérképezésére a szakirodalom feldolgozása mellett saját gyakorlati tapasztalataimat, tanítási kísérletemet és tanulói visszajelzéseket is felhasználtam.

Вступ

У своїй дипломній роботі я досліджував розвиток креативності учнів за допомогою використання математичних завдань. Я завжди вважав креативність найбільшою перевагою людини, і саме це спонукало мене глибше зануритися в те, як можна свідомо розвивати креативність учнів. На мою думку, креативність і вміння розв'язувати проблеми є незамінними у повсякденному житті. Для мене важливішим є шлях до розв'язання, ніж сам результат, оскільки знання, необхідні для досягнення цілей (чи, в даному випадку, розв'язань), є найціннішими.

У своїй роботі я досліджую, якими методами, завданнями та вчительським підходом можна підтримувати розвиток творчих здібностей учнів середніх шкіл під час викладання математики. Мене також цікавило, як впливає на учнів те, коли на уроці існує не лише єдине «правильне» розв'язання, а є простір для власних думок, експериментів і пошуку індивідуального підходу.

Для дослідження цього питання я, окрім аналізу наукової літератури, використав також власний практичний досвід, результати навчального експерименту та відгуки учнів.

Розділ 1

Elméleti háttér

A kreativitásról sokáig úgy gondolták, hogy veleszületett adottság, egyfajta kiváltság, amellyel csak kevesen rendelkeznek. Komolyabban csak az 1950-es években kezdtek el foglalkozni a témával, amikor J. P. Guilford amerikai pszichológus – aki a kreatív emberek személyiségjegyeit is alaposan vizsgálta – elkezdte tudományos szempontból elemezni a jelenséget. Guilford nevéhez fűződik az első átfogóbb meghatározás is: „A kreativitás alkotóképességet, teremtképességet jelent, amely során a különféle képességek szerveződése lehetővé teszi az elszigetelt tapasztalatok összekapcsolását, újszerű értelmezését és új formában történő megjelenését.”[13]

A kreativitás sokféle képen körülírható, de mindenki egyet ért azzal, hogy közös bennük az újszerűség és hasznosság. Guilford a kreativitást a divergens gondolkodás egyik formájaként definiálta, szemben a konvergens gondolkodással, amely egyetlen helyes válasz megtalálására összpontosít. A kreatív gondolkodás során a tanulók képesek különféle nézőpontokban elindulni és új megközelítéseket keresni.

Runco és Jaeger (2012) szerint a kreativitás legalább két alapvető kritériummal jellemezhető:

Eredetiség (az ötlet újszerű, nem triviális)

Hasznosság vagy alkalmazhatóság (az ötletnek valamilyen gyakorlati vagy belső logikával rendelkező értelme van)[7]

Az élet minden tudományágában jelentkezik a kreativitás, így a matematika is lehetőséget kínál kreatív gondolkodásra, ha megfelelő módon közelítjük meg.

Розділ 2

A kreatív gondolkodás pszichológiai megközelítései

Guilford elmélete (1950)

Joy Paul Guilford amerikai pszichológus a kreativitást a strukturális intelligencia részének tekintette, és elkülönítette a konvergens és divergens gondolkodást. A matematikai oktatás hagyományosan inkább a konvergens gondolkodást fejleszti, azaz a szabályalapú, egyetlen helyes válaszra való törekvést. A kreatív oktatás célja viszont pont az ellenkezője, vagyis a divergens gondolkodás erősítése – az, hogy a diák ne csak egy szemszögből nézze a problémát, hanem több oldalról közelítse meg azt.[6]

Torrance kreativitásmodellje (1974)

Jack Torrance egy amerikai pszichológus, a kreativitást mérhető konstruktumként kezelte, és több alkomponensét is meghatározta:

- Fluencia – az ötletek száma
- Rugalmasság – különböző gondolati kategóriák
- Eredetiség – szokatlan válaszok aránya
- Kidolgozottság – az ötlet részletezettsége

Ezek a komponensek figyelembe vehetők a matematikai gondolkodás elemzéséhez, például egy problémára adott alternatív megoldási utak számának vizsgálatakor.[9]

Csikszentmihályi Mihály – A flow és a kreatív élmény (1996) Csikszentmihályi Mihály egy Széchenyi-díjas magyar-amerikai pszichológus szerint, mikor egy olyan folyamatot végzünk, amihez a kreativitásunk szükséges, a flow-élményt tapasztalhatjuk, ami fontos motivációs tényező lehet a tanulásban. A matematika órán ez akkor jelentkezhet, amikor a tanulók szenvedélyesen dolgoznak egy probléma megoldásán, elveszítik az időérzéküket, és sikerélményt élnek át. Ez az állapot elősegíti a kreatív megoldások megszületését.[5]

Розділ 3

A kreativitás szerepe az oktatásban

E. Paul Torrance, a ma használt legnépszerűbb kreativitásteszték alapítója, már 1976-ban megfogalmazta, hogy számos okunk van arra, hogy a jövő oktatását kreatív módon gondoljuk el.

„A mai gyerekek felnőttként egy olyan világban fognak élni, amely alapvetően különbözni fog attól, amit most ismerünk. Sokan olyan munkakörökben fognak dolgozni, amelyek ma még nem léteznek, és olyan képességeket, készségeket, attitűdöket és információkat igényelnek, amelyeket még el sem tudunk képzelni. Ebben az új társadalomban –, ahol a tudás lesz a gazdagság alapja – ezek a változások magas szintű találékonyságot és kreativitást igényelnek.”[9] (Torrance et al. 1976: 117)

Napjainkban az oktatás célja nem csak a lexikális tudás átadásából tevődik össze, hanem a tanulók gondolkodási képességeinek fejlesztésében, kiváltképpen az alkotó problémamegoldásban, az önálló gondolkodás és a személyes ötletalkotás támogatásában. A pedagógiai szakirodalom szerint a kreativitás fejlesztése:

- javítja a tanulási motivációját.
- elősegíti a kritikai gondolkodást.
- fejleszti az együttműködést és kommunikációt.[13][14]

Sternberg és Lubart (1995) befektetési elméletükben kihangsúlyozzák, hogy a kreatív emberek képesek „kisebb értékben vásárolni” ötleteket (tehát olyanokat támogatni, amelyeket mások még nem értékelnek), majd „növelik azok értékét”. Az oktatás főbb feladata közé tartozik, hogy olyan környezetet teremtsen, ahol a diákok gátlások nélkül kipróbálhatják „olcsónak tűnő” ötleteiket anélkül, hogy az elutasítástól tartanának.[8]

A legnagyobb probléma az oktatásban az, hogy a gyerekek nagy része nem készül fel a jövőbeli problémák megoldására. Ez összefüggésbe hozható azzal, hogy a legtöbb oktatási rendszer nem kifejezetten a problémamegoldásra összpontosít, hanem a lexikális tudásra.

Розділ 4

A matematika és a kreatív gondolkodás kapcsolata

A „matematika” szó hallatán sok ember gyakran szabályokra, képletekre, pontos megoldásokra gondol. Viszont a kreativitást az emberek elsőre hajlamosak inkább a művészetekhez, irodalomhoz, zenéhez kötni. De ha jobban belegondolunk, a matematika is tele van olyan gondolkodási folyamatokkal, amelyek igénybe veszik az emberek kreativitását. A bonyolultabb problémák megoldása során gyakran nincs egyetlen helyes válasz, és itt következik az, hogy a diákoknak lehetőségük van saját stratégiát kidolgozni, logikai kapcsolatokat észrevenni, új álláspontokat elfoglalni. Ez már önmagában is kreatív gondolkodást építi bennük. Például amikor egy geometriai feladatban nem működik az első megközelítés, és a tanuló „körbejárja” a problémát, vizuálisan elképzei, majd rájön egy új trükkre – ez a fajta gondolkodás éppolyan alkotó, mint egy jó verssor megírása vagy egy festmény megkomponálása.

Az emberek sokszor sablonosan gondolnak a matematikára, és elvárjuk a precizitást, ugyanakkor hajlamosak alábecsülni a kísérletezés, a felfedezés szerepét. Pedig a matematikusok munkája – legyen szó elméleti kutatásról vagy problémamegoldásról – alapvetően kreatív tevékenység. Ők is sokszor elbuknak, új megközelítéseket találnak ki, szokatlan kapcsolatokat fedeznek fel. Ha ezt a szemléletet közelebb tudjuk hozni a diákokhoz, akkor élvezetessé válik a gondolkodás és ez által a tananyag is. Felettből fontos ez a középiskolában, ahol a diákok már képesek absztraktabb gondolkodást alkalmazni, és éppen a saját gondolkodási stílusukat kezdik el kialakítani. Ha ilyenkor lehetőséget kapnak a saját ötleteik felhasználására, az nem csak a kreativitásukat fejleszti, hanem önbizalmat is ad számukra – azt az érzést, hogy „én is rájöhetek valamire”, nemcsak mások által kijelölt úton kell haladnom.[13][14][15][16]

Розділ 5

Kreativitást fejlesztő módszerek és feladattípusok a matematikaórán

A diákok kreativitásának fejlesztése nem feltétlenül igényel radikális változásokat, de tudatos tervezéssel és apró módszertani fogásokkal jelentős változást lehet elérni. A lényege az, hogy olyan helyzeteket teremtsünk, ahol a diákoknak lehetőségük van saját gondolataik prezentálására.

Az alábbiakban néhány olyan megközelítést mutatok be, amelyek kiemelkedően megfelelnek a kreativitás fejlesztésére.

1. Nyitott végű feladatok

Ezeknek a feladatoknak nem egyetlen konkrét megoldásuk van, hanem többféle válaszlehetőség is helyes lehet. Például:

„Találj ki olyan függvényeket, amelyeknek a grafikonja áthalad az origón, de nem lineáris!”[17]

„Adj meg három különböző háromszöget, amelyek kerülete 30 egység, de mindegyiknek más a területe.”[17]

Az ilyen feladatoknál tud a diák kísérletezni, összehasonlítani és általánosítani – a kreativitás alapját jelentő gondolkodási műveleteket elsajátítani.

2. Matematikai problémák számos megoldással

Ha egy problémára nem csak egy megközelítés létezik (pl. algebrai, geometriai vagy szöveges érvelés), akkor érdemes ezeket irányítottan elvárni a tanulóktól, majd megbeszélni, miért működik mindegyik. Ez az értelmező és rendszerező gondolkodást is fejleszti.

3. Szerepcserés feladatok – A diák a tanár.

A diákok azt a feladatot kapják, hogy ők találjanak ki feladatot, amit a társaiknak kell megoldani. Ez nagyon hasznos, mert nemcsak a kreativitást mozgatja meg, hanem arra is rávezeti őket, hogy mélyebben megértsék az adott matematikai fogalmat, mivel a feladat megértése is jobban megy, ha ők próbálnak hasonló feladatot alkotni.

4. Matematikai történetmesélés vagy ugymond rejtélyesítés

Ha egyes témákat játékosan próbáljuk meg elmagyarázni a diákoknak (pl. kódfejtéses feladat, térképes kincskeresés, logikai nyomozás), az jelentősen növeli az élményfaktort és az elmélyülést is. Ez különösen jól működik a kombinatorika, gráfok, logikai feladatok, vagy akár egyenletrendszerek területén.

5. Páros vagy csoportos gondolkodás – ötletroham, érvelés

Ha lehetőséget adunk a diákoknak arra, hogy csoportban ötleteljenek, megvitassanak megoldásokat, vagy éppen egymás feladatait oldják meg, akkor jobban ki tudják

bontakoztatni a saját gondolataikat is, és ezzel a csapatmunkát is fejlesztik egymás között.

A kreativitás fejlesztése a matematikaórán lehetőséget ad a tanárnak arra, hogy a diákokat életképesebbre nevelje. A legfontosabb az, hogy merjünk kérdezni, és erre nevelni a tanulókat is, hogy ne féljenek a kérdésektől, vagy a hibáktól.[16][15][8][13]

Розділ 6

Egyéni kutatás

6.0.1 A kutatás célja

A kutatásom fő célja az volt, hogy megvizsgáljam hogyan hat a 9 évfolyamos diákokra a kreativitás fejlesztésére fókuszáló tanórai gyakorlat, hogy ez miként hat ki a matematikai gondolkodásukra, a problémamegoldó képességeikre, és a tanuláshoz való viszonyuk változására. Azt szerettem volna megtudni, hogy a nem megszokott feladatok megoldása, az egyéni és több válaszlehetőséges, gondolkodást serkentő feladatok hogyan befolyásolják a diákok aktivitását, motivációját és teljesítményét.

6.0.2 A kutatás lényege

A hagyományos matematikaoktatás gyakran szigorúan algoritmizált, és kevés teret hagy az egyéni ötletek számára, játékoságnak vagy az alternatív gondolkodásnak. Saját tapasztalataim szerint a tanulók, és az emberek nagyrésze fél hibázni, és inkább nem próbálkoznak, ha nem biztosak a megoldásban. Ez összefüggésbe hozható azzal, hogy a kevésbe szocializálódott diákok félnek a diáktársaik véleményétől és attól, hogy mi lesz ha nem jó választ adnak. A kutatásom alatt ezt a problémát is szerettem volna orvosolni, mivel csak kérdésekkel és kudarcokkal lehet nagy eredményeket elérni. Mert ahogy a mondás is tartja: Aki kérdez, egyszer bolond, aki nem kérdez, bolond marad egy életen át.

A tanítási gyakorlatom során egy 6 órás miniprojektet csináltam a diákoknak, amelyben a kreativitás fejlesztése és a logikus gondolkodás központi szerepet kapott. Az 5. óra után egy rövid zárótesztet adtam a diákoknak, és kérdőíves visszajelzést is gyűjtöttem.

6.0.3 A kutatás résztvevői

A kutatásomat a munkahelyemen, a Budapest Gourmand Középiskolában végeztem, a 9 osztályos diákjaimmel. A tanulók 14-16 évesek voltak, az iskolában általános tanterv szerint folyik az oktatás. Az osztály létszáma 32 fő.

Az heti három alkalommal tartottam. A diákokat előzetesen tájékoztatva lettek afelől, hogy a szokásostól eltérő feladattípusokra számíthatnak, és hogy az órák célja nem csupán a tananyag elsajátítása, hanem a gondolkodás fejlesztése is lesz.

6.0.4 Módszertana és vélemények

Ennek a kutatásnak a sajátossága abban nyilvánult meg, hogy nem csak megfigyeltem, hanem aktív résztvevője és értékelője is voltam a folyamatnak. A kutatásom két féle módszertannal zajlott:

-Kvantitatív adatokat a 6. órai záróteszt eredményei szolgáltattak.

-Kvalitatív adatokat a tanulói megnyilvánulások, órai megfigyelések, valamint a kérdőívre adott válaszok adták.

Ezalatt az 6 óra alatt több dolgot is vizsgáltam. Elsősorban a tanulók aktivitását, hogy mennyire tudnak kibontakozni a feladatok megoldásában, mennyire sajátos a megoldási módszerük. Ez az eddigi tapasztalataimtól eltérően kellemes csalódást okozott. Azok a diákok is kimagasló érdeklődést mutattak, akik nem kimondottan érdeklődnek a matematika iránt. Továbbá vizsgáltam a tanuló együttműködését és csapatmunkáját. Ez az elején nehezebben ment, de a 2-3 órára már egészen jól tudtak összedolgozni a csoportos feladatoknál. Vizsgáltam a tanulók visszajelzését, ami kimagasló eredményeket mutatott

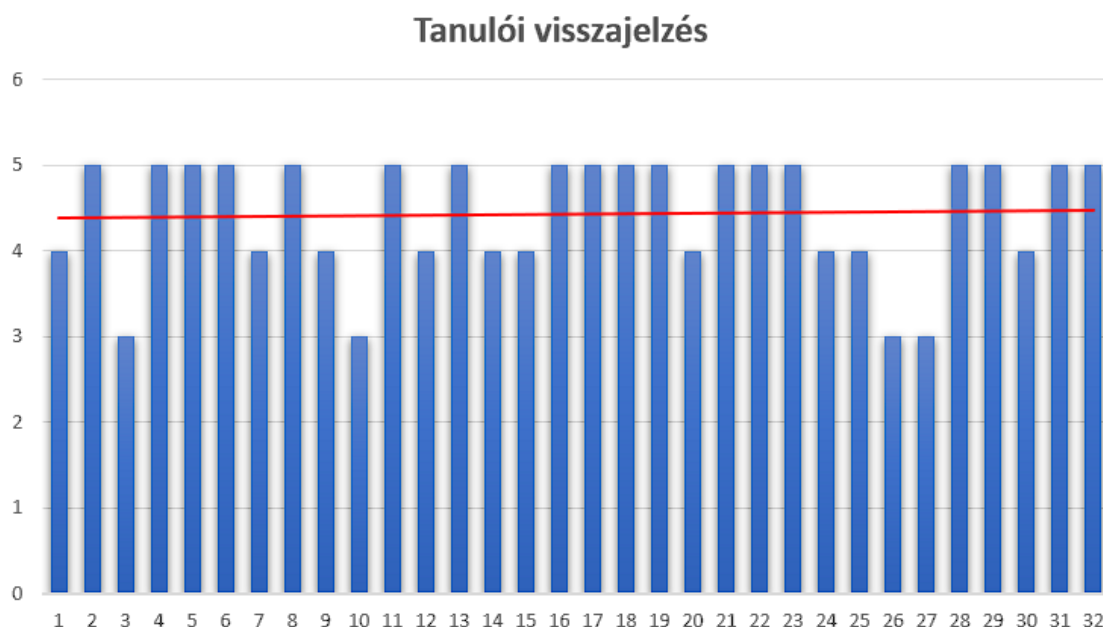


Рис. 6.1: Egyéni felmérés alapján készült diagram

És végül az utolsó vizsgálat a 6. órán történt, ami maga a záróteszt volt, ahol 10 logikai feladatot kellett a diákoknak egyénileg megoldaniuk. Ezt a tesztet olyan feladatokból válogattam össze, hogy kifejezetten a kreativitásra és a logikára épüljön, és ne a matematika legyen az előtérben. Erre azért volt szükség, hogy a diákok tudat alatt ne korlátozzák a megoldóképességüket a matematika tudásukra.

6.0.5 Az első óra vázlata

Több út, egy megoldás Célja: A tanulók észrevegyék azt, hogy egy probléma nem feltétlenül egyetlen módon oldható meg.

Feladatok:

- 1) 100 ember fejére egy-egy fekete vagy fehér sapkát adunk. Semmilyen jelzést nem adhatnak egymásnak, de mindenki körülnézhet, tehát a sajátján kívül mindenkiről tudja, hogy milyen színű sapka van a fején. Ezek után sípszóra mindenkinek fel kell emelnie a bal vagy a jobb kezét. El tudják-e érni, hogy az azonos színű sapkát viselő emberek azonos kezüket emeljék fel? (Mielőtt a sapkát kapják összebeszélhetnek!)[18]
- 2) Egy lépcső 5 fokból áll. Milyen módon lehet feljutni úgy, hogy egyszerre 1 vagy 2 lépést tehetünk?

Ezen az órán a tanulók csoportban dolgozhattak, közösen jutottunk el a megoldásokig, és arra ösztönöztem őket, hogy ha megtaláltak megoldási utat, keressenek másikat, és több úton közelítsék meg azt. Aztán mindenki egyénileg vagy akár csoportokban is elmondhatták, hogy ők hogyan jutottak el a megoldásig.

6.0.6 A második óra vázlata

Logikai rejtvények és gondolkodtató feladatok Célja: A tanulók kreatív gondolkodásának serkentése logikai feladatokon keresztül.

Feladatok:

- 1) Sudoku-szerű feladatok 3×3 vagy 4×4 -es mátrixban
- 2) Egy szigeten 10 matematikus oroszán él. A gondozójuk reggel bedob egy szelet húst a szigetre.[18]
 - Ha egy oroszán megeszi a húst, akkor maga is húsdarabbá változik napnyugtáig, így a többiek megehetik.[18]
 - Ha egy oroszán nem eszik húst egy nap, akkor másnapra elpusztul.
 - Egy oroszán inkább éhenpusztul, minthogy megegyék.[18]

Másnap reggel mit tapasztal a gondozó a szigeten?[18]

A tanulók itt is csoportban dolgoztak inkább a könnyebb megoldás érdekében, de voltak bátrabbak, akik maguk próbálkoztak a megoldásokkal. Itt már több segítséget kellett adni, mivel sokan nem ismerték a sudoku játékot, és annak szabályait.

6.0.7 A harmadik óra vázlata

Vizualizáció és kreativitás Cél: A vizuális gondolkodás bekapcsolása, kreatív mintázatkeresés fejlesztése.

Feladatok:

Kirakók: különböző formákból négyzet vagy téglalap kirakása (mint tangram).

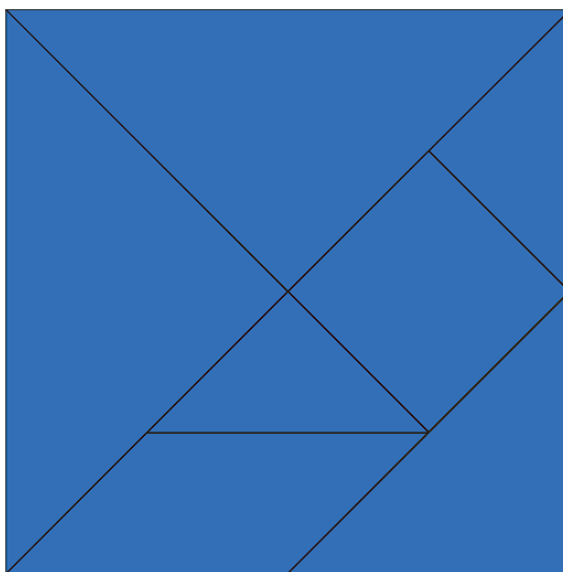


Рис. 6.2: Tangram

Példa:

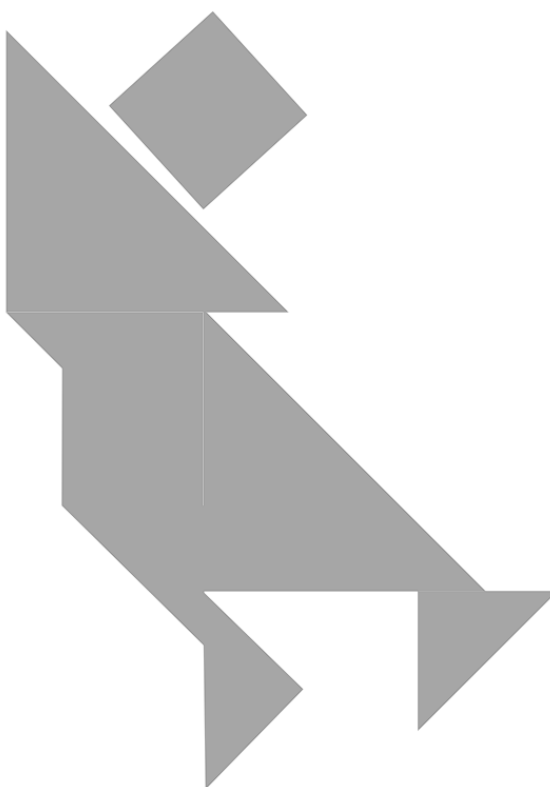


Рис. 6.3: Példa a tangram feladathoz

Itt a diákok egyénileg dolgoztak

6.0.8 A negyedik óra vázlata

Saját feladatalkotás: gondolkodás a tanár fejével

Cél: A kreativitás fejlesztése új matematikai feladatok létrehozása révén.

A feladat az volt, hogy minden diák találjon ki egy olyan feladatot, amit más diák meg tudna oldani.

A feladat lehet: logikai, szöveges, ábrás vagy számelméleti.

Itt a figyelembe vették az előző órákon kapott feladatokat, és abból merítettek ihletet. Voltak aki csoportokat alkottak, és egy másik csoport számára adtak feladatot, és voltak akik párban dolgoztak.

6.0.9 Az ötödik óra vázlata

Alternatív megoldások

Itt fejlesztettük a kreatív érvelési formákat, és mindenki próbálkozott az egyéni megoldási lehetőségekkel.

Feladat:

1) A születésnapom napja és hónapja számként összeadva 30-at ad. Adj meg legalább két különböző dátumot (nap + hónap), ami megfelel ennek a feltételnek!

Van-e rendszer, ahogy meg tudod keresni ezeket?

2) Igazold, hogy az első n páratlan szám összege mindig egy négyzetszám! Próbálj meg legalább kétféleképpen érvelni vagy megmutatni, miért van ez így!

6.0.10 Záróteszt

A tesztet 10 feladatból állítottam össze, amik a logikai és kreatív gondolkodásra épültek. A diákoknak 35 percük volt a feladat kidolgozására.

- 1) Egy 10 emeletes tömbház ablakpárkányán áll egy gyerek. Mindenki rettegve nézi, hogy vajon leugrik-e? Kis idő múlva a gyerek valóban leugrott, de mégsem halt meg. Hogy lehet ez?
- 2) Dezső azt állítja, hogy az ő nagyapja csupán 10 évvel idősebb az apjánál. Hogy lehet ez?
- 3) Melyik az az afrikai madár amelyik soha nem rak tojást, bár ő még tojásból kelt ki?
- 4) Hogy lehet a 666-ot a másfélszeresére növelni úgy, hogy nem végzünk semmilyen matematikai műveletet?
- 5) Ubulkától megkérdezték, hogy hány éves. Így válaszolt: „Tegnap előtt 17 éves voltam, jövőre 20 leszek”. Hogyan lehetséges ez? Mikor állította mindezt Ubulka?
- 6) Soroljuk fel a hét öt napját úgy, hogy egyikben se legyen r betű!
- 7) Rajzoljunk egy négyzetet három egyenes vonallal!
- 8) Bambi az elefántkölyök és Miki egér állnak az esernyő alatt. Bambinak a feje, Mikinek a farka lóg ki. Melyikük ázik meg jobban?
- 9) Egy számból elveszünk egyet és nagyobb számot kapunk. Hogy lehet ez?
- 10) Egy hárombetűs szóhoz adj még két betűt, hogy így kisebbet kapjál!

Рис. 6.4: Saját teszt

Az eredmények nem okoztak kifejezetten nagy meglepetést, mivel tisztában voltam a tanulók képességeivel. Viszont sokan fejlődést mutattak, és nagyobb érdeklődést a logikai feladatok iránt, és a matematika iránt.

A következő eredmények születtek(Ezt a helyes válaszok alapján számoltam):
Amint a grafikonon is látszik, nem volt olyan diák, aki egy feladatot sem tudott



Рис. 6.5: Saját ábra az eredményekről.

megoldani, de olyan sem, aki 8 nál többet.

6.0.11 Magyarországi átlag

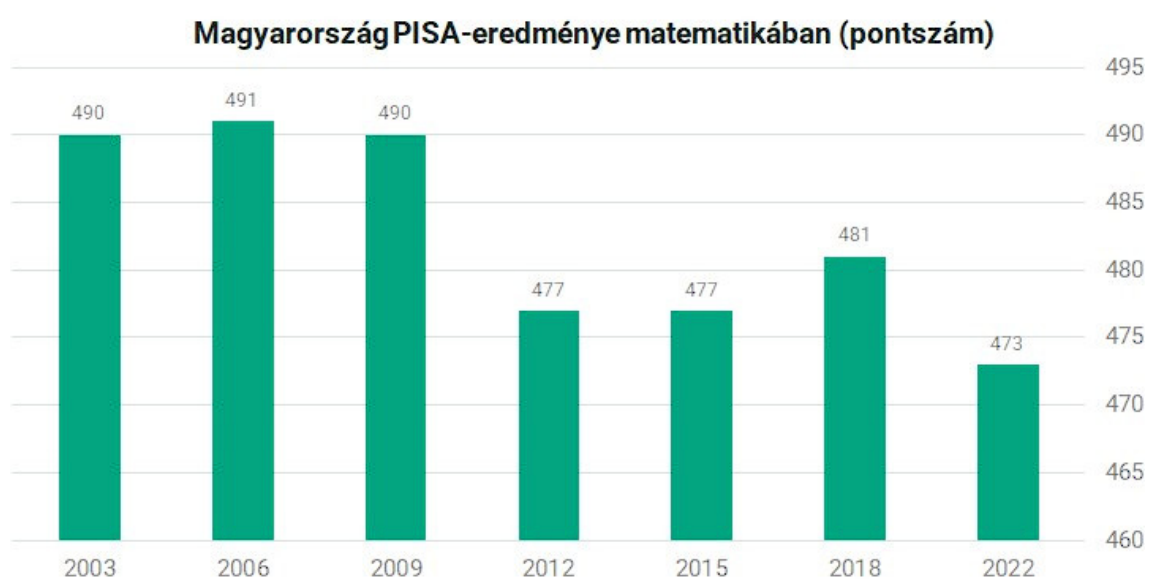
Az évek során rengeteget romlott a magyar diákok teljesítési átlaga. Ezt az eredményt egy 2022-ban megrendezett PISA teszt adja, amit 3 évente rendeznek, és több mint 40 ország vesz benne részt. Ezt folyóiratokból tudom alátámasztani. Az egyik ilyen, Tar Gábor tette közzé a Portfolio.hu oldalán 2003. december 15. A cikkből az derül ki, hogy a 15 éves magyar diákok még soha nem teljesítették olyan rosszul a matematikai tesztet, mint a tavalyi vizsgálatnál.[12] A felmérés másik két tudásterülete közül a szövegértésnél is romlott a hazai tanulók teljesítménye, valójában e téren az eddigi második legrosszabb eredményt érték el a három évente megtartott, 2000-ben elindított vizsgálatok történetében. Apró vigasz, hogy a harmadik tudásterület, a természettudományok esetében a magyar diákok jobban teljesítettek a legutóbbi, 2018-ban felvett teszthez képest. Továbbra is igaz, hogy a magyar diákok pontszámát nagyon jelentősen határozza meg a társadalmi-gazdasági háttér, vagyis az iskolarendszer esélykiegyenlítő teljesítménye gyenge.[12]

A PISA-felmérést (Programme for International Student Assessment – Nemzetközi Tanulói Teljesítménymérés Program) abból a célból indította el az OECD, hogy a tagállamok oktatási rendszerének teljesítményét össze lehessen hasonlítani. A három évente megtartott felméréseknél a 15 éves diákok kompetenciáit mérik fel három tudásterületen: szövegértés (2000 óta mérik e területen a diákok teljesítményét), matematika (2003 óta), természettudományok (2006 óta). A tesztek célja, hogy felmérjék, a tankötelezettség végéhez közeledő diákok milyen mértékben rendelkeznek azokkal az alapvető ismeretekkel, kompetenciákkal, amelyek a továbbtanuláshoz vagy a munkaerőpiacon való elhelyezkedéshez szükségesek. Ennek megfelelően a

PISA-teszt nem a lexikális tudást vizsgálja, hanem azt próbálja felmérni, hogy a diákok képesek-e az iskolában elsajátított ismereteket új helyzetekben (végül is a való életben) alkalmazni.[12]

A diákok 2022-ben rekord alacsony pontszámot értek el matematikából. A teszten a magyar diákok matematikából 473 pontot értek el, ami 8 ponttal maradt el a 2018-as felmérés eredményétől. A friss adat egyben azt is jelenti, hogy a matematikai mérések 2003-as elindítása óta még sosem volt ilyen alacsony a matematikai tesztek átlag pontszáma a magyar diákok körében.[12]

A 473 ponttal Magyarország a felmérésben résztvevő 81 ország (a 38 OECD-tagállam mellett más országok is szerepelnek a felmérésben) közül a 28. helyre került. Egyben Magyarország ezzel az eredménnyel is hajszállal meghaladta az OECD-átlagát (472 pont). [12]



Forrás: OECD, Portfolio

Рис. 6.6: Magyarország PISA-eredménye matematikából(pontszám), Forrás:OECD Portfolio

2015 volt a mélypont [12] Ha a három tudásterületen elért pontszámok 2012 és 2022 közötti alakulását vesszük szemügyre, akkor mindhárom területen visszaesés mutatható ki: az átlagos 10 éves trend alapján a legnagyobb mértékben, közel 12 ponttal a diákok szövegértési teljesítménye esett vissza, míg a természettudományoknál 5,5 pontos, a matematikánál közel 3 pontos csökkenés történt. [12]

A PISA felmérések eredménye a magyar diákok között

	Matematika	Szövegértés	Természettudomány	Átlag
2000	-	480	-	480,0
2003	490	482	-	486,0
2006	491	482	504	492,3
2009	490	494	503	495,7
2012	477	488	494	486,3
2015	477	470	477	474,7
2018	481	476	481	479,3
2022	473	473	486	477,3

Forrás: OECD, Portfolio

Рис. 6.7: A PISA-eredménye a magyar diákok között, Forrás:OECD Portfolio

A grafikonokból jól látható, hogy a 2015-ös felmérés számít a mélypontnak a magyarországi PISA-eredmények terén, hiszen mind a szövegértési, mind a természettudományi tesztnél ekkor érték el a legkevesebb pontszámot a hazai diákok a felmérés történetében. Továbbá a most ismertetett felmérésig a matematika teszt terén is 2015 – holtversenyben 2012-vel – jelentette a mélypontot. [12]

Nagy különbség az eltérő háttérű diákok pontszámában

Minden egyes PISA-felmérésnél a három tudásterület közül az egyikre nagyobb fókusz esik, a 2022-es mérésnél a matematika volt ez a terület. A jelentésből így kiderült az is, hogy a jobb társadalmi-gazdasági háttérrel rendelkező gyerekek (vagyis a társadalmi-gazdasági státusz alapján a diákok top 25 százaléka) 121 ponttal érték el jobb eredményt a hátrányos helyzetű gyerekekhez (alsó 25 százaléka) képest. Ez nagyobb különbségnek számít az OECD-átlagánál (93 pont). [12]

Továbbá a matematikai tesztek magyarországi eredményében mutatkozó eltérések 25 százalékát a társadalmi-gazdasági háttér magyarázza, ami meghaladja a 15 százalékát OECD-átlagot. [12]

6.0.12 Összefoglaló a kutatáshoz

A kutatásom bebizonyította számomra, hogy a matematikaórákon is nagy szerepe van a kreativitás fejlesztésének. A tanulók többsége pozitívan élte meg a szokásostól eltérő, játékosabb, gondolkodásra ösztönző feladatokat. A visszajelzések alapján a diákok nyitottabbá váltak az új megközelítésekre, bátrabban próbálkoztak, és megtapasztalták, hogy a matematikai gondolkodás nem feltétlenül csak a helyes végeredményről szól, hanem az oda vezető út sokféleségéről is.

Bebizonyosodott számunkra, hogy a kreativitás nem pusztán művészi képesség, hanem a problémamegoldás egyik alapköve. A projekt során kiderült, hogy megfelelő környezetben és módszertannal a középiskolás tanulók is képesek kreatív módon gondolkodni, ha van rá lehetőségük. A tanári szerep itt nem csupán tudásközlő, hanem facilitátor: segít kereteket adni, de nyitva hagyja az utakat.

Reménykedem benne, hogy ez a kísérlet nem csupán egyszeri alkalom marad, hanem hozzájárul ahhoz a szemléletváltáshoz, amely a jövő matematikaoktatását nyitottabbá és inspirálóbbá teheti. Szerintem a logika fejlesztése fontosabb a lexikális tudásnál, mivel az életben a problémamegoldó képesség az egyik legértékesebb. Fontos, hogy minnél előbb elkezdjék a diákok fejleszteni a kreativitásukat és a logikájukat, és ezt legfőképpen az iskolában tehetik meg.

Розділ 7

Feladatok

- 1) Egy 10 emeletes tömbház ablakpárkányán áll egy gyerek. Mindenki rettegve nézi, hogy vajon leugrik-e? Kis idő múlva a gyerek valóban leugrott, de mégsem halt meg. Hogy lehet ez? [16]
- 2) Dezső azt állítja, hogy az ő nagyapja csupán 10 évvel idősebb az apjánál. Hogy lehet ez? [16]
- 3) Melyik az az afrikai madár amelyik soha nem rak tojást, bár ő még tojásból kelt ki? [16]
- 4) Hogy lehet a 666-ot a másfélszeresére növelni úgy, hogy nem végzünk semmilyen matematikai műveletet? [16]
- 5) Ubulkától megkérdezték, hogy hány éves. Így válaszolt: „Tegnap előtt 17 éves voltam, jövőre 20 leszek”. Hogyan lehetséges ez? Mikor állította mindezt Ubulka?[16]
- 6) Soroljuk fel a hét öt napját úgy, hogy egyikben se legyen r betű! [16]
- 7) Rajzoljunk egy négyzetet három egyenes vonallal! [16]
- 8) Bambi az elefántkölyök és Miki egér állnak az esernyő alatt. Bambinak a feje, Mikinek a farka lóg ki. Melyikük ázik meg jobban? [16]
- 9) Egy számból elveszünk egyet és nagyobb számot kapunk. Hogy lehet ez? [16]
- 10) Egy hárombetűs szóhoz adj még két betűt, hogy így kisebbet kapjál! [16]
- 11) Két matróz álldogál egy gőzhajó fedélzetén a korlátoknak támaszkodva, egyik a nyugati irányba, a másik a keleti irányba néz. Hamarosan felkiált az egyik: „mitől kormos a te orrod”? Erre a másik: „hallgass, mert a te arcod teljesen kormos”! Hogyan láthatták egymás arcát a matrózok? [16]
- 12) A mellékelt ábrán egy sötét téglalapba belehelyeztünk egy kisebb, világos téglalapot. Egyetlen egyenes szakasz segítségével felezd meg mindkét téglalap területét! [16]
- 13) Figyeld meg jól a következő számokat:

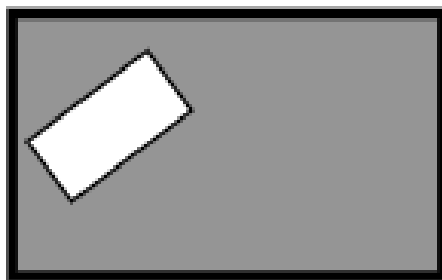


Рис. 7.1: Ábra a 12. feladathoz

101112131415

11103112111311141115

3110132112311331143115

Miután jól megfigyelted takard el, és próbáld fejből leírni! Hogyan tennéd ezt. [16]

14) A mellékelt ábrán egy négyzetet 4 egyenlő részre osztottunk, utána pedig besatíroztunk részeket.[16]

A) a jobb felső fehér részt osszuk fel 2 egyforma alakú részre!

B) a baloldali jobb felső fehér részt osszuk fel 3 egyforma alakú részre!

C) a baloldali alsó fehér részt osszuk fel 4 egyforma alakú részre!

D) a jobboldali alsó fehér részt osszuk fel 7 egyforma részre! [16]

15) Félix az első ábrát hosszas töprengés után felosztotta négy egyforma részre,

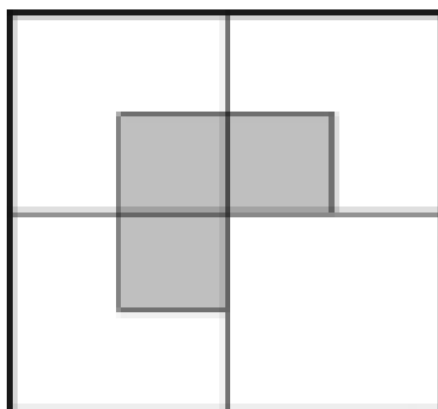


Рис. 7.2: Ábra a 14. feladathoz

ahogyan a második ábra mutatja. Hogyan tudnád az első ábrát most öt egyforma részre felosztani? [16]

16) Egy alkalommal Félix kiment a táblához és felírta a következőt: $101-102=1$. Ez



Рис. 7.3: Ábra a 15. feladathoz

igaz egyenlőséggé változtatható úgy, hogy egy számjegyet letörölsz és máshova írsz! Hogyan? [16]

17) Tekintsük a mellékelt ábrán levő számpiramist. Két egymás melletti mező számainak összege mindig a közvetlenül felettük levő mezőben szerepel. Írd be a hiányzó számokat! [16]

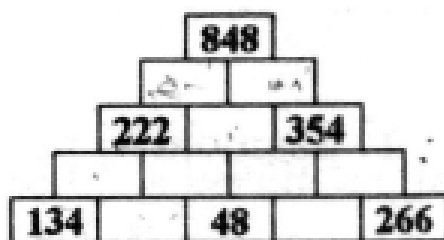


Рис. 7.4: Ábra a 17. feladathoz

18) A mellékelt 4×4 -es táblázathoz hasonlóan kitöltünk egy 5×5 -ös, 6×6 -os, ..., 100×100 -as táblázatot. Mennyi lesz a kapott 4×4 -es, 5×5 -ös, ..., 100×100 -as táblázatokba beírt számok összege külön-külön? [16]

1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6
4	5	6	7

Рис. 7.5: Ábra a 18. feladathoz

19) Az mellékelt ábrán látható 6 érme közül egyet mozdíts el úgy, hogy vízszintesen is és függőlegesen is 4-4 érme legyen! [16]

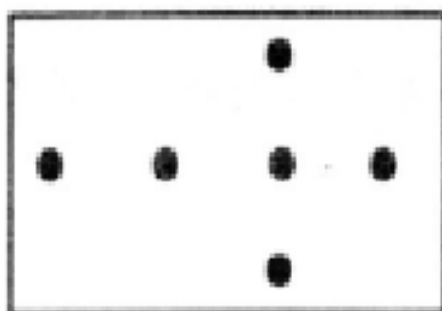


Рис. 7.6: Ábra a 19. feladathoz

20) Az ábrán látható 10 pénzérme egy szabályos háromszöget alkot. Helyezz át 3 érmét úgy, hogy szintén szabályos háromszöget láss, de az egyik csúcsa ezúttal alul, másuk kettő felül legyen! [16]

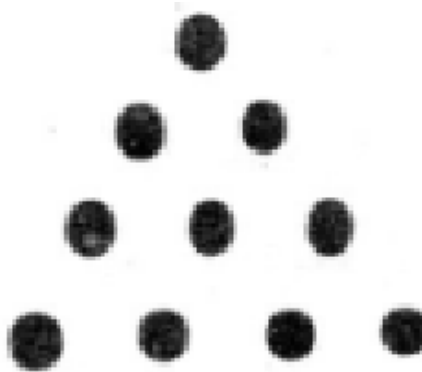


Рис. 7.7: Ábra a 20. feladathoz

21) Írja a téglalapba pozitív különböző egészeket úgy, hogy mindegyik szám az alatta levő két szám összege legyen, és a legfelső mezőben a lehető legkisebb szám álljon. [16]

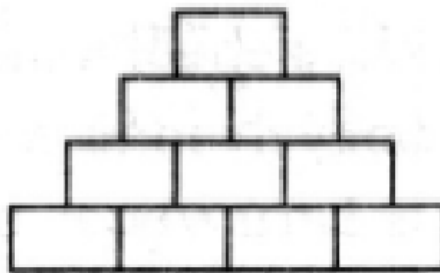


Рис. 7.8: Ábra a 21. feladathoz

22) Négy kártya fekszik előttünk. Tudjuk, hogy mindegyik kártya egyik oldalán betű, a másikon szám van. A négy kártya felső oldalán ezt látjuk: [16]

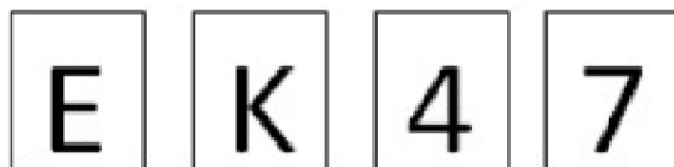


Рис. 7.9: Ábra a 22. feladathoz

A feladat az, hogy döntsük el, hogy igaz-e ezekre a kártyákra a következő állítás: Ha egy kártya betűs oldalán magánhangzó van, akkor annak a hátsó oldalán páros szám áll. Legkevesebb hány lapot kell megfordítani? [16]

23) Írd a körökbe az 1-6 számokat úgy, hogy a háromszög minden oldalán ugyanannyi legyen a három szám összege! [16]

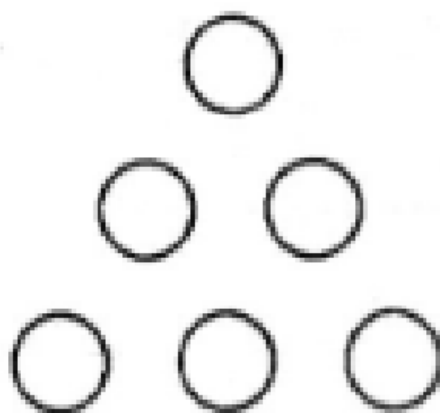


Рис. 7.10: Ábra a 23. feladathoz

24) Hogyan lehet elültetni 10 csemetét öt sorba, hogy mindegyik sorban 4 csemete legyen? [16]

25) Hogy lehet 9 tuját elhelyezni 8 sorban, hogy mindegyik sorban 3 fa legyen? [16]

26) Egyszer egy király megbízta a kertészét, hogy ültessen el 12 fát 6 sorban úgy, hogy minden sorban 4 fa legyen. Hogy hívták a királyt? [16]

27) Hat egyforma gyufaszállal készíts 4 szabályos háromszöget! Gyufákat eltörni, egymással fedésbe hozni nem szabad! [16]

28) A prérin 10 cowboy párbajt vív, a következő szabályok szerint:

-Mindenki egy lövést ad le, és az halálos.

-Mindenki a hozzá legközelebb levőt lövi le, ha több van, akkor egyet közülük.

-Mindenki ugyanabban a pillanatban adja le a lövést. Legkevesebb hány áldozata van ennek az öldöklésnek? [16]

29) A mellékelt ábra alapján dönts el, hogy mivel egyenlő a következő összeg? [16]

			$6\frac{1}{2}$
			$7\frac{1}{2}$
			$8\frac{1}{2}$
			$1\frac{1}{2}$

$$\text{Club} + \text{Diamond} + \text{Heart} + \text{Spade} = ?$$

Рис. 7.11: Ábra a 29. feladathoz

30) Egy négyzetet darabolj fel rendre: a) 4, 7, 10, 13; b) 6, 9, 12, 15; c) 8, 11, 14, 17 négyzetre! [16]

31) Egy szabályos háromszöget darabolj fel rendre: a) 4, 7, 10, 13; b) 6, 9, 12, 15; c) 8, 11, 14, 17 szabályos háromszögre! [16]

32) Egy téglalapot darabolj fel rendre 5, 6, 7, 8, illetve 9 téglalapra úgy, hogy ezek

köziül bármely két szomszédos téglalap ne alkosson téglalapot! [16]

33) Az ábrán látható 9 pontot kössük észre 4 egyenes vonallal úgy, hogy a ceruzát ne emeljük fel! Ezután köss össze 16 hasonló 4×4 pontot 6 egyenes vonallal majd 25 hasonló 5×5 pontot 8 egyenes vonallal, ceruza felemelése nélkül. [16]

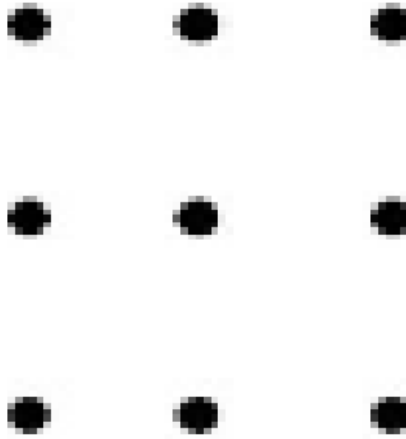


Рис. 7.12: Ábra a 33. feladathoz

34) Dorka vidáman megy haza, ha ötöst kap a matematika dolgozatára. Dorka ma vidáman ment haza. Biztosan tudjuk-e, hogy ötöst kapott a matematika dolgozatára? [16]

Розділ 8

Megoldások

1) Bizonyára legtöbbször arra gondolnak, hogy a gyerek kiugrott az ablakon, és valahogyan szerencséje volt, mert például fennakadt egy fán, vagy alul éppen kifogták egy pokróccal, meg más hasonló szituáció. De kérdelem én, hogy miért gondolnak csak arra, hogy a gyerek kiugrott az ablakon? Hiszen a feladatban is nem kiugrott, hanem leugrott szerepel, és ez nem ugyan az. Miért kell azonnal öngyilkosságra gondolni? Nos, így most már hátha lemondunk erről, és belátjuk, hogy a gyerek az ablak párkányáról nem csak kifelé, hanem befelé is leugorhat, és valóban így is tett, ezért nem lett semmi baja. [16]

2) Első hallásra elcsodálkozhatunk, hiszen az nem igazán lehetséges, hogy valakinek az apja csak tíz évvel legyen nagyobb nála, nemde? Ez mindaddig lehetetlennek tűnik, amíg így gondolkodunk, eszünkbe nem jut, hogy általában két nagyapja van az embernek, és például az anya felőli nagyapára gondolunk, akkor az nyugodtan lehet csak 10 évvel nagyobb Dezső apjánál. [16]

3) Hamar zsákutcába kerülünk a gondolkodással, ha elkezdünk gondolkodni azon, hogy vajon milyen madárfajtára gondolhattak? Végül, ha azt vetjük össze, hogy a madár ő is tojásból kelt ki, de mégsem rak tojást, könnyen eljuthatunk ahhoz a következtetéshez, hogy ez a madár, a fajtól és egyébtől függően csakis a fiú madár lehetett. [16]

4) Elején furcsán hangzik az, hogy semmilyen matematikai műveletet nem végezhetünk. De akkor eszünkbe juthat, hogy valóban csak mozgatni lehet a 666-ot, másképpen nézni. Nos, ez hamar eredményre vezet, hiszen, ha fejre állítjuk és 999 lesz belőle, akkor ez éppen megfelel. [16]

5) Első alkalommal azon gondolkodhatunk, hogy ha valaki adott x esztendő, akkor jövőre $x+1$ esztendő így, ha jövőre 20 lesz, akkor most éppen 19 esztendő. De vajon e mikor történhetett, ha tegnapelőtt 17 éves volt, Akkor azt jelenti, hogy a tegnap éppen 18 éves? És mikor is van a naptárban ilyen nap, amikor ilyen hamar életkorváltás következhet be úgy, hogy 19 előtt máris 17 éves volt? Nos hamar rá lehet jönni, hogy Ubulka mindezt január 1.-én állította, és ha december 31-én született, akkor valóban állíthatta azt, amit állított. [16]

6) Próbálkozhatunk, de az 5 egymás utáni napnál az 5 sok, mert minden képen kerül bele r betű. lehet, hogy arra gondolunk, hogy más nyelven mondhatta? Így is a román, angol, német nyelvek sem vezetnek sikerre. De hát még hogyan is lehet megnevezni 5 egymás utáni napot? Hiszen a feladat nem állítja azt, hogy a megnevezésüket (a nevüket) is ki kell mondjuk. Ha így gondolkodok, akkor talán eszembe juthatna, hogy a tegnapelőtt, tegnap, ma, holnap, holnapután 5 egymás

utáni nap megnevezésére szolgál. [16]

7) Az esetleges sikertelenség oka az lenne, ha azon próbálkoznánk, hogy 3 vonal segítségével rajzoljunk négyzetet. A feladvány nem ezt kéri, hanem tágabban fogalmaz, így a következő rajz éppen megfelel: [16]

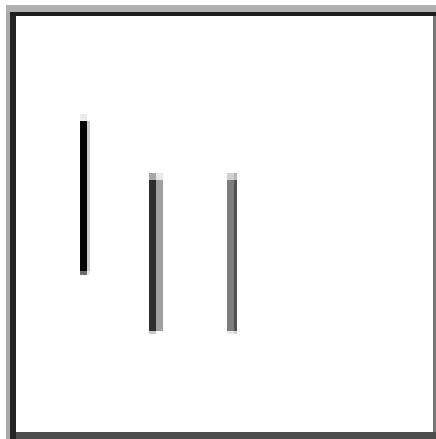


Рис. 8.1: Ábra a 7. feladat megoldásához

8) Amennyiben arra gondolunk, hogy vajon a Bambi feje vagy a Miki farka közül melyik is amelyik a nagyobb, és melyik ázik jobban, addig zsákutcában maradunk. Egyszerűen gondoljunk csak arra, hogy miért is kellene megázniuk? Ki mondta, hogy esik az eső? [16]

9) Mindaddig amíg csak az arab számokra gondolunk, nem járunk sikerrel. De hát még mire gondolhatunk? Például a római számokra! És máris megvan, ha vagy a római IV-re, vagy a római IX-re gondolunk, hiszen az I elvételével az V, illetve a X az nagyobb érték, mint amennyi volt. [16]

10) Első hallásra rögtön az jár eszünkben, hogy ha valamihez adunk még valamennyit, akkor az nagyobb kell legyen, hogyan is lehetne kisebb? De ha arra gondolnánk, hogy itt rövidebb, illetve hosszabb szavak kell jelentsék a nagyobbat, illetve a kisebbet, akkor nyilván valóan, hogy például, ha a HAT szóra gondolnánk, akkor a HATOD az már kisebbet jelent. [16]

11) Legtöbben azért maradnak gondolkodási zsákutcába, mert arra gondolnak, hogy a matrózok úgy néznek egyik nyugatnak, a másik keletnek, hogy egymásnak háttal állnak, így nem láthatnák egymás arcát. De ha belegondolunk abba, hogy amennyiben ők szemben állnak egymással, úgy is tekinthetnek egyik nyugatnak a másik keletnek, akkor egymás arcát is látják. [16]

12) Leghamarabb arra kellene választ találni, hogyan is lehet egy általános ferde vonallal egy téglalapot két egyforma részre osztani. Ha meghúzzuk az átlókat, akkor az átlók metszéspontján át bocsátott bármely egyenes éppen megfelel. [16]

Most már nem marad más hátra mint, hogy a két téglalap középpontját egy egyenessel összekössük, mert éppen ez a keresett egyenes. [16]

13) Hamar észrevehetjük, hogy az első sorban 10, 11, 12, 13, 14, 15 egymás utáni számok vannak egymás mellé írva, ez könnyen észben tartható. A második sorban az előző számból számjegyenként ahány van: 1 darab 1-es, 1 darab 0, 3 darab 1-es, 1 darab 2-es, 1 darab 1-es, 1 darab 3-as, 1 darab 1-es, 1 darab 4-es, 1 darab 1-es, 1



Рис. 8.2: Ábra a 12. feladat megoldásához

darab 5-ös. Az így kapott számokat egymás mellé írtuk. Ebben ugyanígy olvassuk ki a darabszámokat, és így kapjuk a harmadik sor számait. [16]

14) A 2, illetve 3 egyforma részre való osztás könnyen adódnak, a 4 részre osztás már nehezebben áll elő. Ennek alapján arra gondolhatnánk, hogy a 7 részre való osztás még bonyolultabb. De ez nem így van, hiszen az utolsó négyzetben nincs benne satírozott rész, így sokkal könnyebben osztható fel a kért módon, lásd az alábbi ábrákat: [16]

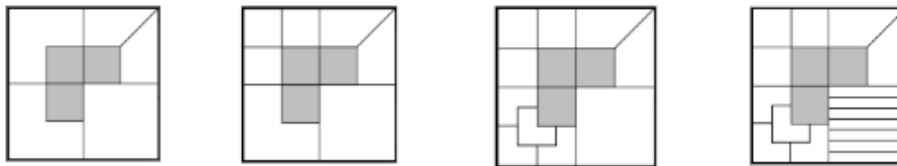


Рис. 8.3: Ábra a 14. feladat megoldásához

15) Ha azt nézzük, hogy a 4 egyforma részre való osztás eléggé komplikált, és akkor vajon milyen lehet az 5 egyforma részre való osztás, minden bizonnyal megakadunk, ellenben, ha arra gondolunk, hogy már 4 részre is lehetett volna egyszerűbben, úgymond szeletekre osztva is eljárni, akkor az 5 egyforma részre való osztás természetesen adódik, ahogy az ábra mutatja: [16]

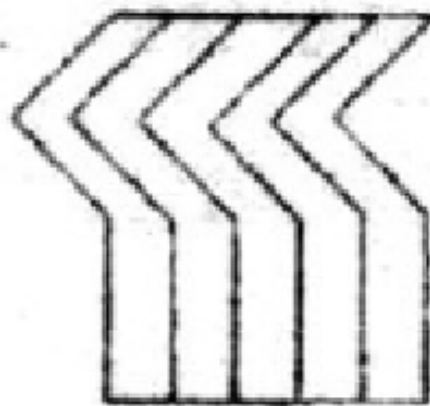


Рис. 8.4: Ábra a 15. feladat megoldásához

16) Mindenre könnyen lehet gondolni, de később jön be az az ötlet, hogy a hatványozás is egy művelet, így a megoldás: $101-102=1$. [16]

17) A feladat nyitja az, hogy ha valamelyik üres helyre egy változót, pl. x -et írunk, akkor azzal felépíthető a számpiramis, és az x kiszámítható. A megoldás és menete a következő ábrákon: [16]

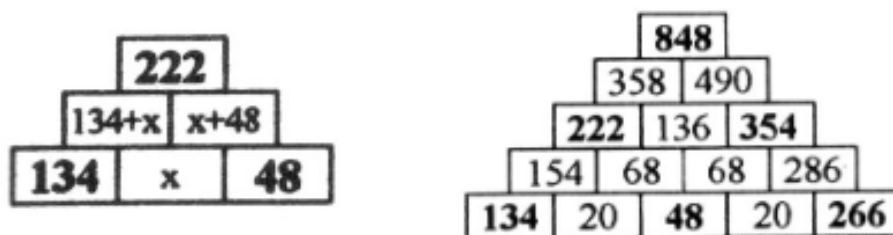


Рис. 8.5: Ábra a 17. feladat megoldásához

18) Vegyük észre, hogy a mellékátlón mind 4-es található, és az arra szimmetrikus két szám összege éppen 8, így az összeg $(16 \times 8) : 2 = 64$ lesz. Az 5×5 -ös négyzet esetén pedig $(25 \times 10) : 2 = 125$ míg a 100×100 -as négyzet esetén az összeg $(1000000 \times 200) : 2$ lesz. [16]

19) Mindaddig nem járunk sikerrel, amíg be nem látjuk, hogy csak úgy tudjuk megoldani a feladványt, ha két érmét egymásra teszünk. Ezért az 1., 2. vagy 4. pénzérmét a 3.-ra tesszük. [16]

20) Azt kell figyelembe vegyük, hogy a szabályos háromszögnek van szimmetria középpontja, így tükrözzük a 3 csúcsot a középső pénzérmére vonatkozóan! [16]

21) Úgy kapunk legfelül minél kisebb számot, ha alul is ilyeneket helyezünk el, arra figyelve, hogy nagyobb szám mellé kisebbet, kisebb mellé a nagyobbat írjuk. A három megoldás a következő: [16]

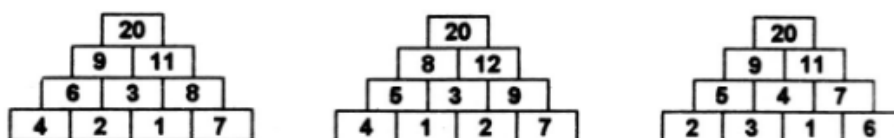


Рис. 8.6: Ábra a 21. feladat megoldásához

22) Nyilvánvaló, hogy az E betű hátán megnézzük, hogy valóban páros szám áll, de ugyanakkor azt is meg kell néznünk, hogy ha egy kártyán páratlan szám látható, akkor a hátsó oldalán nem szabad magánhangzó legyen, így az E és a 7 lesz felfordítva. [16]

23) Négy megoldás a következő: [16]

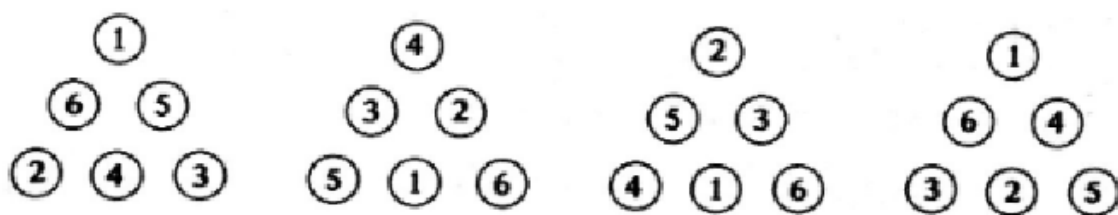


Рис. 8.7: Ábra a 23. feladat megoldásához

24) Mivel 5 sorban, soronként 4 csemete látszatra $5 \times 4 = 20$ csemetét adna, de csak 10 van, azt jelenti, hogy a sorok keresztezik egymást, és egy csemete több sorban is előfordul. Mivel éppen 5 sor van, ezért a mentő ötlet a csillag ötszög lesz. [16]

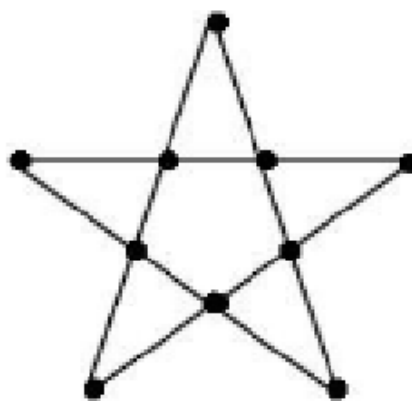


Рис. 8.8: Ábra a 24. feladat megoldásához

25) A 9 pontot leghamarabb tömbösen, 3×3 formában tudjuk elképzelni, és ez éppen jó is, mert a 3 sor, 3 oszlop és 2 átló éppen. [16]

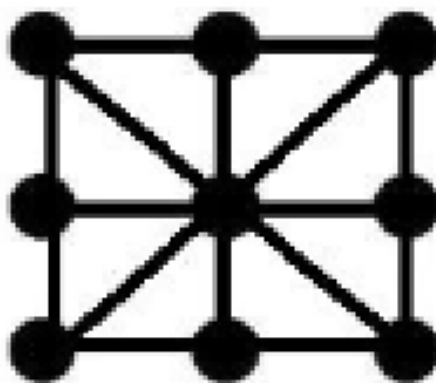


Рис. 8.9: Ábra a 25. feladat megoldásához

26) Mivel 6 sorban, soronként 4 tuja látszatra $6 \cdot 4 = 24$ tuját adna, de csak 12 van, azt jelenti, hogy a sorok keresztezik egymást, és egy tuja több sorban is előfordul. Mivel éppen 6 sor van, ezért a mentő ötlet a csillag ötszög lesz! És a csillag hatszög neve Dávidcsillag, ezért a király valószínű, hogy ő volt. [16]

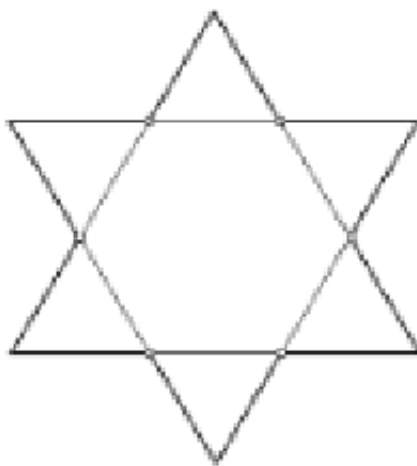


Рис. 8.10: Ábra a 26. feladat megoldásához

27) Ha a síkban gondolkozunk, akkor jó az első két ábra, ha ellenben már térben gondolkodunk, akkor a tetraéder megfelel. [16]



Рис. 8.11: Ábra a 27. feladat megoldásához

28) A minimális áldozat végett próbálkozzunk egyenlő oldalú háromszögekbe rakni 3 cowboyt. Így ilyen szabályos háromszög cellákkal összeállítva a következő rajz esetében minimálisan 2 áldozat lesz! [16]

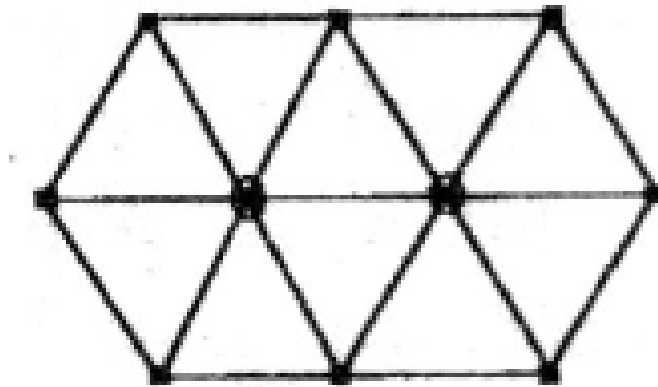


Рис. 8.12: Ábra a 28. feladat megoldásához

30) A megoldás kulcsai az alábbi ábrán láthatók, és most bármelyik kis négyzetet, ha 4 kisméretű négyzetre osztjuk, akkor megkapjuk a megfejtést. [16]

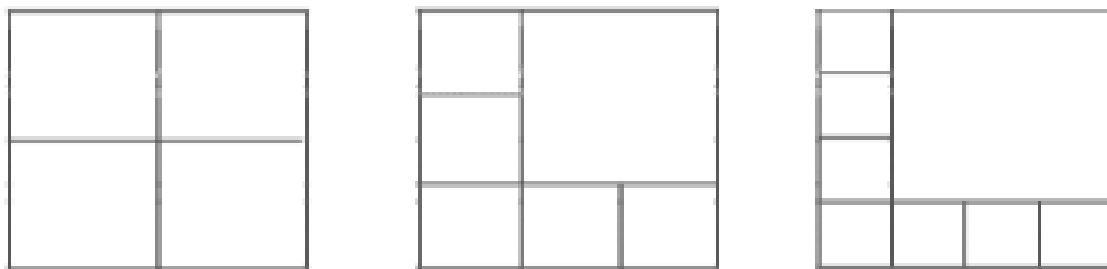


Рис. 8.13: Ábra a 30. feladat megoldásához

31) A 4, 6, 8 részre való osztás az ábrákon látható, ahol középvonalakat, harmadoló, illetve negyedelő vonalakat használtunk. Tovább pedig bármelyik kis háromszöget 4 háromszögre osztjuk. [16]



Рис. 8.14: Ábra a 31. feladat megoldásához

32) Az 5, 6, 7, 8 téglalapra való bontás az ábrákon látható. A 9 téglalapra való felbontás céljából az első rajz belső téglalapját szintén az első rajz felbontása szerint daraboljuk fel. [16]

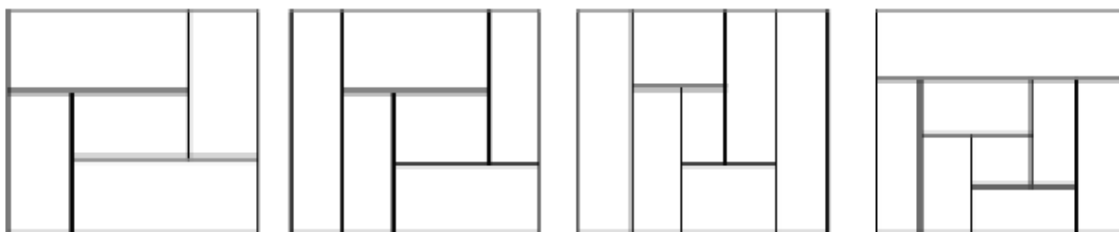


Рис. 8.15: Ábra a 32. feladat megoldásához

33) A megoldás addig nem áll össze, amíg nem távolodunk el a pontokból és ferdén is nem kötünk össze pontokat. Egymásra épülő induktív megoldásokat a következő ábrákon láthatunk: [16]

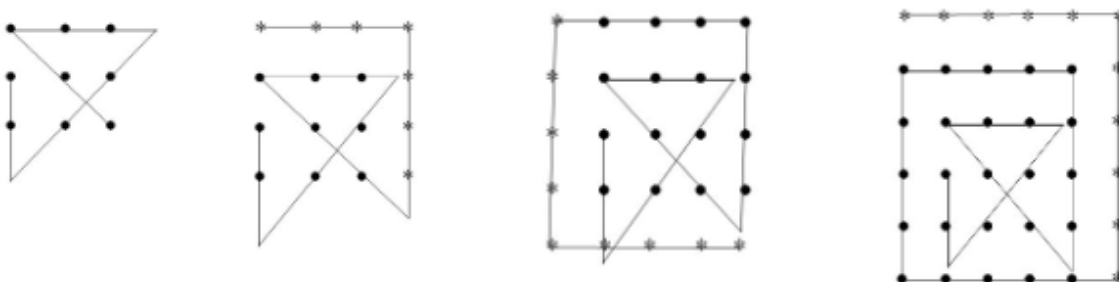


Рис. 8.16: Ábra a 33. feladat megoldásához

A feladat általánosítható $n \times n$ rácspontra és $2n-2$ szakaszra.

34) Nem tudjuk biztosan, hogy ötöst kapott a matematika dolgozatára. Ugyanis azt tudjuk, hogy „Ha ötöst kap, akkor vidáman megy haza.”, ami nem jelenti azt, hogy „Ha vidáman megy haza, akkor ötöst kapott.” Ugyanis abból, hogy az állítás igaz, nem következik, hogy az állítás megfordítása is igaz. [16]

Összefoglalás

Ahogyan a tanulmányok és a tapasztalat bebizonyította, hogy a kreativitás és a logikus gondolkodás nem állnak messze egymástól. Ahhoz, hogy az ember sikeres legyen a mindennapi életben elengedhetetlen, hogy jó legyen a problémamegoldó képessége, amit a kreativitás és a logika alapoz meg. Mint a kutatásomban is rámutattam, hogy egészen fiatal korban el kell kezdeni ezek fejlesztését, amit a legjobban a gyerekek az iskolában tehetnek meg. A mini projektem amit a 9. osztályos diákokkal vittem véghez, ráébresztette őket, hogy a matematika nem csak egy "unalmas" algoritmizált tantárgy, hanem lehet "színes" és érdekes még azok számára is, akik nem túlzottan kedvelik. Az osztály nagyobb része pozitívan élte meg a projektet, és a jövőben is szívesen foglalkoznak hasonló feladatokkal. Ez arra mutat rá, hogy minden diák érdeklődését fel lehet kelteni a megfelelő módszerrel. És végül elmondható, hogy a matematika tanításának kreatív megközelítése szükséges a diákok fejlődéséhez. A jövő tanulóinak olyan kompetenciákra lesz szükségük, mint a problémamegoldás, alkalmazkodóképesség, és az újszerű gondolkodás – ezek mind fejleszthetők a matematikaórán, ha a pedagógus tudatosan törekszik a kreativitás ösztönzésére. A tanári szemléletváltás és a tanórai módszerek gazdagítása tehát kulcsszerepet játszhat abban, hogy a matematika ne csupán egy „kötelező tantárgy” legyen, hanem egy izgalmas felfedezési lehetőség a diákok számára.

Irodalomjegyzék

1. Boaler, J. (2016). Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching. Jossey-Bass.
2. Csíkszentmihályi, M. (2016). Kreativitás – A flow és a felfedezés, avagy a találményszerzés pszichológiája. Akadémiai Kiadó.
3. OECD (2018). The Future of Education and Skills: Education 2030. <https://www.oecd.org/education/>
4. Treffinger, D. J., Young, G. C., Selby, E. C., Shepardson, C. (2002). Assessing Creativity: A Guide for Educators. National Research Center on the Gifted and Talented.
5. Csíkszentmihályi, M. (1996). Creativity: Flow and the Psychology of Discovery and Invention. Harper Perennial.
6. Guilford, J. P. (1950). Creativity. American Psychologist, 5(9), 444–454.
7. Runco, M. A., Jaeger, G. J. (2012). The Standard Definition of Creativity. Creativity Research Journal, 24(1), 92–96.
8. Sternberg, R. J., Lubart, T. I. (1995). Defying the Crowd: Cultivating Creativity in a Culture of Conformity. Free Press.
9. Torrance, E. P. (1974). Torrance Tests of Creative Thinking. Scholastic Testing Service.
10. <https://nkerepo.uninke.hu/xmlui/bitstream/handle/123456789/100178/461.pdf;jsessionid=...> fejlesztése, Tréning háttéranyag, Tananyagszerző: Báthory Németh Andrea, Közigazgatási Vezetői Akadémia).
11. Tóth István György – Gábor András – Medgyesi Márton (szerk. 2025): Társadalmi Ríport 2024. Budapest: TÁRKI(A kreatív gondolkodás a 21. századi iskolában).
12. <https://www.portfolio.hu/gazdasag/20231205/megjottek-a-friss-pisa-eredmenyek-szereny-a-magyar-teljesitmeny-655711>.
13. Kelemen Elemér (2010): A kreativitás pedagógiája. Budapest: Gondolat Kiadó.
14. Sternberg, R. J. (2001): A kreatív elme. Budapest: Vince Kiadó.
15. Csapó Benő (2003): A gondolkodás fejlesztése. Műszaki Kiadó.

16. Buda Mariann (2014): A matematikai kreativitás fejlesztésének lehetőségei. In: Pedagógusképzés. A kreativitás fejlesztése matematikai-logikai feladványokkal, Tuzson Zoltán, Székelyudvarhely
17. Saját szerkesztésű feladatok, módszertani példák alapján, a kreatív matematikatanítás elveit követve. Inspirációként felhasználva: Kelemen Elemér (2010)
– A kreativitás pedagógiája. Matematikai és logikai fejtörők

Ábrák jegyzéke

6.1	Egyéni felmérés alapján készült diagram	15
6.2	Tangram	17
6.3	Példa a tangram feladathoz	17
6.4	Saját teszt	19
6.5	Saját ábra az eredményekről.	20
6.6	Magyarország PISA-eredménye matematikából(pontszám), Forrás:OECD Portfolio	21
6.7	A PISA-eredménye a magyar diákok között, Forrás:OECD Portfolio .	22
7.1	Ábra a 12. feladathoz	24
7.2	Ábra a 14. feladathoz	25
7.3	Ábra a 15. feladathoz	25
7.4	Ábra a 17. feladathoz	26
7.5	Ábra a 18. feladathoz	26
7.6	Ábra a 19. feladathoz	26
7.7	Ábra a 20. feladathoz	27
7.8	Ábra a 21. feladathoz	27
7.9	Ábra a 22. feladathoz	27
7.10	Ábra a 23. feladathoz	28
7.11	Ábra a 29. feladathoz	28
7.12	Ábra a 33. feladathoz	29
8.1	Ábra a 7. feladat megoldásához	31
8.2	Ábra a 12. feladat megoldásához	32
8.3	Ábra a 14. feladat megoldásához	32
8.4	Ábra a 15. feladat megoldásához	32
8.5	Ábra a 17. feladat megoldásához	33
8.6	Ábra a 21. feladat megoldásához	33
8.7	Ábra a 23. feladat megoldásához	34
8.8	Ábra a 24. feladat megoldásához	34
8.9	Ábra a 25. feladat megoldásához	34
8.10	Ábra a 26. feladat megoldásához	35
8.11	Ábra a 27. feladat megoldásához	35
8.12	Ábra a 28. feladat megoldásához	36
8.13	Ábra a 30. feladat megoldásához	36
8.14	Ábra a 31. feladat megoldásához	36
8.15	Ábra a 32. feladat megoldásához	37
8.16	Ábra a 33. feladat megoldásához	37

Резюме

Як показують дослідження та досвід, креативність і логічне мислення не є далекими одне від одного. Для того щоб бути успішним у повсякденному житті, необхідно мати хороші навички розв’язування проблем, які ґрунтуються на творчості та логіці. Як я також показав у своєму дослідженні, розвиток цих здібностей потрібно починати з раннього віку, і найкраще це можуть зробити діти в школі. Мій мініпроект, який я реалізував з учнями 9 класу, допоміг їм усвідомити, що математика — це не лише «нудний» алгоритмічний предмет, але може бути «барвистою» та цікавою навіть для тих, хто її не дуже любить. Більшість учнів позитивно сприйняли проєкт і виявили бажання працювати над подібними завданнями в майбутньому. Це свідчить про те, що за допомогою правильного підходу можна пробудити інтерес у кожного учня. І зрештою можна сказати, що креативний підхід до викладання математики є необхідним для розвитку учнів. Учня майбутнього знадобляться такі компетенції, як уміння вирішувати проблеми, адаптивність і нестандартне мислення – і всі ці навички можна розвивати на уроках математики, якщо вчитель свідомо заохочує креативність. Зміна підходів викладача та збагачення методів навчання відіграють ключову роль у тому, щоб математика перестала бути просто «обов’язковим предметом» і перетворилася на захопливу можливість для відкриттів.

Nyilatkozat

Alulírott, Szóka Márk Zoltán, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) képzési program hallgatója, kijelentem, hogy a dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskolán, a Matematika és Informatika Tanszéken készítettem, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) BSc diploma megszerzése végett.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola könyvtárában a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

Звіт подібності

метадані

Назва організації

Hungarian College of Higher Education Ferenc Rakoczi II Transcarpathian

Заголовок

szakdolgozat_Савко_Szoka

Науковий керівник / Експерт

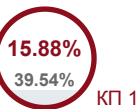
Автор Габрієлла Пап

підрозділ

Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II

Обсяг знайдених подібностей

Коефіцієнт подібності визначає, який відсоток тексту по відношенню до загального обсягу тексту було знайдено в різних джерелах. Зверніть увагу, що високі значення коефіцієнта не автоматично означають плагіат. Звіт має аналізувати компетентна / уповноважена особа.



КП 1



КЦ

25

Довжина фрази для коефіцієнта подібності 2

7016

Кількість слів

53083

Кількість символів

Тривога

У цьому розділі ви знайдете інформацію щодо текстових спотворень. Ці спотворення в тексті можуть говорити про МОЖЛИВІ маніпуляції в тексті. Спотворення в тексті можуть мати навмисний характер, але частіше характер технічних помилок при конвертації документа та його збереженні, тому ми рекомендуємо вам підходити до аналізу цього модуля відповідально. У разі виникнення запитань, просимо звертатися до нашої служби підтримки.

Заміна букв	Б	290
Інтервали	A→	0
Мікропробіли	␣	0
Білі знаки	Б	0
Парафрази (SmartMarks)	a	124

Подібності за списком джерел

Нижче наведений список джерел. В цьому списку є джерела із різних баз даних. Колір тексту означає в якому джерелі він був знайдений. Ці джерела і значення Коефіцієнту Подібності не відображають прямого плагіату. Необхідно відкрити кожне джерело і проаналізувати зміст і правильність оформлення джерела.

10 найдовших фраз

Колір тексту

ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	НАЗВА ТА АДРЕСА ДЖЕРЕЛА URL (НАЗВА БАЗИ)	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
1	http://www.jatektan.hu/jatektan/_2012_006/tuzson_kreativitas.pdf	429 6.11 %
2	http://www.jatektan.hu/jatektan/_2012_006/tuzson_kreativitas.pdf	190 2.71 %
3	https://doksi.net/hu/get.php?lid=22601	121 1.72 %
4	http://www.jatektan.hu/jatektan/_2012_006/tuzson_kreativitas.pdf	120 1.71 %
5	http://www.jatektan.hu/jatektan/_2012_006/tuzson_kreativitas.pdf	119 1.70 %

6	http://www.jatektan.hu/jatektan/_2012_006/tuzson_kreativitas.pdf	107 1.53 %
7	https://topap.hu/cms/uploads/395_413_TRIP_2024_Lannert_34e4ec4146.pdf	90 1.28 %
8	https://mcsipos.hu/a-nap-temaja-meg-soha-nem-teljesitettek-ilyen-gyengen-a-magyar-diakok-matekbol-a-pisa-teszten/	86 1.23 %
9	http://www.jatektan.hu/jatektan/_2012_006/tuzson_kreativitas.pdf	85 1.21 %
10	http://www.jatektan.hu/jatektan/_2012_006/tuzson_kreativitas.pdf	74 1.05 %
з домашньої бази даних (0.00 %)		
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР ЗАГОЛОВОК КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)		
з програми обміну базами даних (0.00 %)		
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР ЗАГОЛОВОК КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)		
з Інтернету (39.54 %)		
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР ДЖЕРЕЛО URL КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)		
1	http://www.jatektan.hu/jatektan/_2012_006/tuzson_kreativitas.pdf	1506 (19) 21.47 %
2	https://doksi.net/hu/get.php?lid=22601	571 (17) 8.14 %
3	https://mcsipos.hu/a-nap-temaja-meg-soha-nem-teljesitettek-ilyen-gyengen-a-magyar-diakok-matekbol-a-pisa-teszten/	132 (3) 1.88 %
4	https://www.economx.hu/belfold/pisa-magyar-diakok-matematika-szovegertes.781475.html	113 (2) 1.61 %
5	https://topap.hu/cms/uploads/395_413_TRIP_2024_Lannert_34e4ec4146.pdf	110 (3) 1.57 %
6	https://docplayer.hu/3297378-Konvergens-es-divergens-gondolkodas.html	76 (2) 1.08 %
7	http://eztnezd.net/fejtoro-100-ember-fejere-egy-egy-fekete-vagy-feher-sapkat-adunk/	60 (1) 0.86 %
8	https://szjenoko.web.elte.hu/Jatek/fejtorok/fejtorok.html	55 (1) 0.78 %
9	https://cyberleninka.ru/article/n/the-importance-of-non-standard-thinking-skills-characterized-by-creativity-divergent-thinking-and-innovative-problem-solving	43 (2) 0.61 %
10	https://www.metropolitan.hu/upload/7977b326bdbc67d77b592a48b060654cfbd0df16.pdf	35 (2) 0.50 %
11	http://repository.upi.edu/46642/1/T_FIS_1707428_Title.pdf	26 (1) 0.37 %
12	https://link.springer.com/article/10.1007/s10763-020-10062-0	20 (1) 0.29 %
13	https://journal-pedpsy.kaznpu.kz/index.php/ped/article/download/167/481/1565	18 (1) 0.26 %
14	https://link.springer.com/article/10.1007/s12144-019-0124-8	9 (1) 0.13 %

Список прийнятих фрагментів

ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР ЗМІСТ		КІЛЬКІСТЬ ОДНАКОВИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
https://topap.hu/cms/uploads/395_413_TRIP_2024_L...		90 (1.28%)
1	E. Paul Torrance, a ma használt legnépszerűbb kreativitástesztek alapítója már...	90 (1.28%)

<https://docplayer.hu/3297378-Konvergens-es-diver...>

64 (0.91%)

1 Feladatok 1) Egy 10 emeletes tömbház ablakpárkányán áll egy gyerek. Mindenki r...

64 (0.91%)

http://www.jatektan.hu/jatektan/____2012_006/tuz... ☒

1506 (21.47%)