

Міністерство освіти і науки України
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II
Кафедра математики та інформатики

Реєстраційний № _____

Кваліфікаційна робота
МЕТОДИКА РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ
МАТЕМАТИКИ

КІШ ЦІНТІЯ КАЛМАНІВНА

Студентка II-го курсу

Освітня програма «Середня освіта (Математика)»

Спеціальність 014.04 «Середня освіта (Математика)»

Рівень вищої освіти: магістр

Тема затверджена на засіданні кафедри

Протокол № 3 / 2024

Науковий керівник:

Стойка Мирослав Вікторович

(к. ф.-м. н, доцент)

Завідувач кафедрою математики та інформатики :

Кучінка Каталін Йозефівна

(к. ф.-м. н, доцент)

Робота захищена на оцінку _____, «___» _____ 202_ року

Протокол № _____ / 202_

**Міністерство освіти і науки України
Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II**

Кафедра математики та інформатики

**Кваліфікаційна робота
МЕТОДИКА РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ
МАТЕМАТИКИ**

Рівень вищої освіти: магістр

Виконавець: студентка II-го курсу

Кіш Цінтія Калманівна

освітня програма «Середня освіта (Математика)»
спеціальність 014.04 «Середня освіта (Математика)»

Науковий керівник: **Стойка Мирослав Вікторович**
(к. ф.-м. н, доцент)

Рецензент: **Бортош Марія Юліївна**
(к. ф.-м. н, доцент)

Берегове
2025

Зміст

Вступ.....	6
1. Теоретичні основи розв’язування текстових задач у викладанні математики в старшій школі.....	7
1.1 Роль і місце текстових задач у змісті шкільного курсу математики	7
1.2 Класифікація текстових задач	12
1.3 Особливості розв’язування текстових задач у викладанні математики в старшій школі.....	19
2. Методичні підходи до розв’язування текстових задач у старшій школі.....	25
2.1 Розв’язування текстових задач арифметичними та алгебраїчними методами	28
2.2 Етапи навчання розв’язуванню текстових задач.....	32
3. Роль і сприйняття текстових задач серед учнів старшої школи	35
2.2 Результати анкетування	35
2.2 Обробка даних анкетування	45
Висновки	51
Використана література.....	52
Список ілюстрацій	54
Резюме	55
Додатки	56

**Ukrajna Oktatási és Tudományügyi Minisztériuma
II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola**

Matematika és Informatika Tanszék

**SZÖVEGES FELADATOK MEGOLDÁSÁNAK MÓDSZERTANA A KÖZÉPISKOLA
MATEMATIKA ÓRÁKON**

Magiszteri dolgozat

Készítette: Kiss Cintia

II. évfolyamos matematika

szakos hallgató

Témavezető: Sztojka Miroszláv

(fiz.-mat. tud. kand., docens)

Recenzens: Bartos Mária

(fiz.-mat. tud. kand., docens)

Tartalomjegyzék

Bevezetés	6
1. A szöveges feladatok megoldásának elméleti alapjai a középiskolai matematikaoktatásban	7
1.1. A szöveges feladatok szerepe és helye a középiskolai matematika tananyagában	7
1.2. A szöveges feladatok osztályozása	12
1.3. A szöveges feladatok megoldásának sajátosságai a középiskolai matematika oktatásban	19
2. Szöveges feladatok megoldásának módszertani megközelítései a középiskolában	25
2.1. A szöveges feladatok megoldása aritmetikai és algebrai módszerekkel	28
2.2. A szöveges feladatok megoldásának tanítási szakaszai	32
3. A szöveges feladatok szerepe és megítélése a középiskolások körében	35
3.1. A kérdőív eredményei	35
3.2. A kérdőív adatainak feldolgozása	45
Összegzés	51
Irodalomjegyzék	52
Ábrák jegyzéke	54
Mellékletek	55
Ukrán nyelvű összegzés	67

Bevezetés

A társadalom fejlődésének jelenlegi szakaszában lehetetlen elképzelni a tudományos ismeretek folyamatát matematikai eszköztár használata nélkül, ezért a matematikai oktatás egyik fő feladata a tanulók matematikai műveltségének biztosítása, azaz elősegíteni, hogy a diákok képesek legyenek élethelyzeti problémákat megoldani matematika segítségével.

Az információs társadalom fejlődésének jelenlegi körülményei arra készítik az oktatási rendszert, hogy újrastrukturálja a matematikaoktatás stratégiáját. A hazai oktatási rendszer fejlesztése társadalmilag fontos feladatot vet fel, biztosítani kell a tanulók felkészítését arra, hogy sikeresen és teljes értékűen tudjanak élni egy folyamatosan változó társadalomban.

Az Ukrán Oktatási és Tudományos Minisztérium normatív dokumentumai szerint a "Matematika" tantárgyi terület célja az, hogy a tanulók olyan szintű matematikai kompetenciát sajátítsanak el, amely elegendő a mai modern világban való hatékony életvitelhez. Emellett cél az ismeretek elsajátítása más tantárgyi területekkel összefüggésben, a tanulók értelmi fejlődésének elősegítése, gondolkodási és kommunikációs kultúrájuk, figyelmük és logikájuk fejlesztése.

A szöveges feladatok jelentős szerepet játszanak nemcsak a matematikaoktatásban, hanem a tanulók általános pszichológiai és személyiségfejlődésében is. A matematika eszközével fejlődik az egyén sajátos gondolkodási stílusa, különösen a helyzetek matematikai modellezése révén. A matematika tanulása során kialakul a tanulók felelősségtudata és gondolkodásának fegyelmezettsége, különösen a feladatmegoldások során.

Munkámban három fő fejezet van, ahol az első fejezetben a szöveges feladatok középiskolai matematikaoktatásban betöltött szerepének elméleti alapjait vizsgálom. A második fejezetben a szöveges feladatok megoldásának módszertani megközelítéseit mutatom be. A harmadik fejezetben pedig a tanulók attitűdjét vizsgálom a szöveges feladatokkal kapcsolatban. Egy kérdőíves felmérés eredményeit dolgozom fel, amelyben a középiskolások véleményét, nehézségeit és hozzáállását térképezem fel.

Diplomamunkám célja feltárni a szöveges feladatok megoldására irányuló elméleti és módszertani sajátosságokat és ezek oktatási alkalmazását. Illetve a kérdőív eredményeinek segítségével feltárni, hogyan viszonyulnak a diákok a szöveges feladatokhoz.

1. A szöveges feladatok megoldásának elméleti alapjai

a középiskolai matematikaoktatásban

1.1. A szöveges feladatok szerepe és helye a középiskolai matematika tananyagában

A matematika tanulás folyamata elválaszthatatlanul kapcsolódik a különleges szerepet játszó szöveges feladatok megoldásával. Egyrészt a feladatok egy speciális részt képeznek a tantervben, amelynek anyagát a diákoknak el kell sajátítani, másrészt pedig didaktikai eszközként szolgálnak a tanulás, nevelés és a diákok fejlődésének elősegítésére.

A matematikatanításban a szöveges feladatok egyszerre képezik a tanulmány tárgyát és a tanulás eszközét. A problémamegoldó képesség megköveteli a tanulóktól bizonyos élethelyzetek, a mennyiségek közötti összefüggések (kapcsolatok) ismeretét, az aritmetikai műveletek lényegének megértését, a számítási technikák ismereteit, az ok-okozati összefüggések általános szabályait, a probléma lényegét, szerkezetét stb [20].

A szöveges feladatok megoldása a feltételek alapján megadott mennyiségek és a keresett mennyiségek közötti összefüggések folyamatát jelenti; az összefüggések matematikai nyelven való megfogalmazása, aritmetikai műveletek alkalmazásával; a megadott műveletek sorrendjének végrehajtása a keresett mennyiségek numerikus értékeinek meghatározása érdekében [20].

A tanár fő feladata az algebra tanításakor, különösen a szöveges feladatok megoldásának elsajátításában az, hogy megtanítsa a tanulókat a mennyiségek közötti összefüggések megtalálására és azok sorrendjének felállítására az ismeretlen szám meghatározásához [20].

A munkámban szükséges tisztázni a „feladat” kifejezést, próbáljuk megvizsgálni annak keletkezésének evolúcióját és matematikai szempontból pontosabb meghatározást adni.

A matematika az egyik legrégebbi alapvető tudomány. A tudomány neve a görög „máthema” szóból származik, ami tudást jelent. Ez a tudomány az ember gyakorlati szükségleteiből fakadt a civilizáció fejlődésének hajnalán. Az ősi embereknek tudniuk kellett megszámolni az állatokat, a begyűjtött termést, figyelni a természet szezonális változásait, meghatározni az időt, mérni a földterületek és lakóhelyiségek méretét. Az

első számolási módszerek az emberi szükségletekhez és a társadalmi élethez kötődtek, és ezek az alapjai lettek a matematikai gondolkodásnak. A kezujjak számolásával és a rudak, kövek használatával az emberek felfedezték az alapvető aritmetikai műveleteket, melyek később elvezettek a tizes számrendszerhez [6].

Az első számjegyek a természetes környezetből származtak. Az 1-es szám helyett például egy-egy egyedi dologra, mint például a nap vagy a hold, hivatkoztak. A 2-es számhoz az emberek páros dolgokat, például kezeket, füleket használtak. A számok fokozatosan elvontabbá váltak, és az egyes kultúrák az első számjegyeket kezdték használni, ami a későbbi számírás fejlődéséhez vezetett. A tizes számrendszer alapjait az ujjakkal történő számolás adta, amely ma is használt számolási rendszerként ismert [6].

A matematika tudománya az ókori Görögországban kezdett el valóban önálló tudománnyá válni a Kr. e. VI–V. században. Ebben az időszakban emelkedtek ki a matematikusok, mint Arkhimédész, Püthagorasz, Euklidész és mások, akik alapvető matematikai felfedezéseikkel megalapozták a matematikai gondolkodást. Az ókori görög matematikusok munkássága fontos mérföldköveket jelentett a geometria, az algebra és a számelmélet fejlődésében [6].

A matematika fejlődése az aritmetika és a geometria területén túlmutatott a későbbi évszázadokban, amikor megjelentek új matematikai ágak, mint az algebra, a trigonometria és a matematikai analízis. Az algebra az arab tudósok munkássága révén alakult ki, míg a trigonometria és az analízis fejlődése szorosan összefonódott a csillagászat és a fizika előrehaladásával. A tudományos felfedezések és a matematikai módszerek alkalmazása mindennapi problémákra új matematikai ágak megjelenését eredményezte [6].

A XVII. és XVIII. században a matematika fejlődése egyre inkább kapcsolódott a számítások mechanikai gyorsításához. A számológépek első mechanikus eszközei, mint Blaise Pascal és Gottfried Wilhelm Leibniz találmányai, új technikai lehetőségeket nyújtottak a számításokhoz. A számológépek fejlődése lehetővé tette a bonyolult matematikai műveletek gyorsabb végrehajtását, és megalapozta a későbbi számítástechnikai fejlődést [6].

A XIX. és XX. század a matematika történetének jelentős időszaka volt, amikor számos új matematikai ág és módszer alakult ki. A nemeuklideszi geometria, a halmazelmélet, a

valószínűségszámítás és az információelmélet mind hozzájárultak a tudományos és technológiai fejlődéshez. A matematika ezen korszakában új elméletek, mint a komplex változós függvénytan és a funkcionálanalízis, tovább bővítették a tudomány határait [6].

A 19. században Charles Babbage és Ada Lovelace munkássága alapvető hatással volt a számítástechnika fejlődésére. Babbage programozható számítógépe, amely gőzenergiával működött volna, és Ada Lovelace programozási elveinek alkalmazása egy új korszakot nyitott a számítástechnika történetében. Az ő munkájuk alapozta meg a későbbi digitális számítógépek és programozás fejlődését [6].

A pszichológiai és pedagógiai irodalomban nincs egyetlen, egységes meghatározás a „feladat” fogalmára. Az alany és a feladat közötti kapcsolat megértése meghatározó, amikor az egyes szerzők értelmezik a fogalmat. A kibernetikában, didaktikában és a matematikai oktatás módszertanában a feladatot úgy tekintik, mint egy külső tevékenységi helyzetet, amelyet a tevékenység alanyától függetlenül ajánlanak fel. Ezért a feladatot jellemzően úgy értelmezik, mint bármely követelményt, amely valamilyen számítás végrehajtását, átalakítást, építést, bizonyítást vagy valamilyen térbeli vagy mennyiségi összefüggéssel kapcsolatos kutatást igényel; vagy olyan kérdést, amely egyenértékű ezzel a követelménnyel. A pszichológiában a feladatot úgy értelmezik, mint egy célt, amelyet meghatározott körülmények között adnak meg, mint a cselekvés alanyának különleges tevékenységi jellemzőjét. Itt a feladatot a külső helyzet szubjektív pszichológiai leképezéseként értelmezik, amelyben az alany céltudatos tevékenysége kibontakozik [13].

Az iskolai gyakorlatban a „feladat” fogalma nemcsak szöveges vagy történetalapú feladatot jelent, hanem bármilyen gyakorlatot vagy példát is. A didaktikában és a matematika tanítási módszertanában a „feladatot” olyan külső tevékenységi helyzetként értelmezik, amelyet a cselekvő alanytól függetlenül kínálnak fel [5].

Az eddigi meghatározásokat összegyűjtve a következő fogalmak emelhetők ki, amelyek a legjobban kifejezik a fogalmak lényegét:

- A feladat egy követelmény valaminek az elvégzésére, vagy egy ezzel egyenértékű kérdés. A matematikai feladat pedig bármilyen követelmény, amely számítás, szerkesztés vagy bizonyítás elvégzését igényli matematikai módszerekkel [14].
- A szöveges feladat egy életközeli, gyakorlati helyzet visszatükrözése, amelyben egy

valós jelenség vagy esemény mennyiségi aspektusa van leírva, és amely tartalmazza a követelményt egy adott mennyiség ismeretlen értékének meghatározására [14].

Tehát a szöveges feladatok kiemelkedő szerepet töltenek be az oktatási intézményekben alkalmazott matematika tantervekben. Mivel lehetővé teszi a matematikaórákon megszerzett ismeretek alkalmazását különféle élethelyzetekben, valamint elősegíti a tantárgyak közötti kapcsolatok megvalósítását.

Gyakran a „szöveges matematikai feladat” fogalma helyett a „történetalapú feladat” kifejezést használják. Ez olyan matematikai feladatot jelent, amely egy adott élethelyzetet ír le, vagyis a valós folyamatok, jelenségek és szituációk mennyiségi oldalát mutatja be, és tartalmazza a követelményt, hogy az adott adatok és közöttük fennálló kapcsolatok alapján meg kell találni a keresett mennyiséget. Ezek nemcsak a tanítás és a tanulók fejlesztésének didaktikai eszközei, hanem nevelési célokat is szolgálnak [16].

A feladatok nemcsak és nem is elsősorban a tudás megszilárdítását és alkalmazásukban való gyakorlást szolgálják, hanem a kutató jellegű gondolkodási stílust, valamint a jelenségek tanulmányozásához alkalmazott módszert formálják [16].

Tehát a tanulók szöveges feladatok megoldásának képességének kialakítása eléggé aktuális probléma az algebra iskolai tananyagában. A középiskolai oktatásban a feladatok megoldására körülbelül az oktatási tervben szereplő matematika tanulmányok idejének felét szánják. Ezt megerősíti a tudósok és pedagógusok-tanácsadók számos tudományos és módszertani munkája. Szerintük a szöveges feladatok megoldása nemcsak az iskolai tudás alkalmazására tanít, hanem a kutatói gondolkodásmódot is segíti. A feladatok pszichológiai és metodikai aspektusait is különböző kutatások vizsgálták, és arra a következtetésre jutottak, hogy a feladatok megoldásához szükséges kompetenciák hatékony fejlesztéséhez még számos kérdés tisztázása szükséges. Fontos a megfelelő feladatszint kiválasztása, valamint a tanulók számára differenciált megoldási lehetőségek biztosítása. Az elméleti háttér pedig a fokozatos gondolkodási műveletek és fogalmak kialakítását célozza, amelyek hozzájárulnak a szöveges feladatok hatékony tanításához [13].

A feladatmegoldás tanításának hatékony módszere a komplex megközelítés is lehet. Egy ilyen megközelítés esetén világosan meg kell határozni a tanulók képzésének célját egy adott feladattípus megoldására vagy egy adott módszer elsajátítására vonatkozóan.

Gondosan ki kell dolgozni a feladatok rendszerét, amelyeket az órán megoldanak és házi feladatként kapnak. Megfelelően kell kiválasztani a tanítási módszereket és az órai munka szervezési formáit, a tanítási eszközöket, valamint ellenőrizni kell a tanulók által elsajátított megoldási módszerek és technikák megértését, készségeit és képességeit. [1]

Jelentős számú iskolai feladat, különösen algebrai feladatok, alappéldák felépítése, függvények vizsgálata, deriváltak és integrálok számítása, meghatározott műveletek szerint oldható meg. Ezen műveletek elsajátítása fontos feladat a matematika oktatásában. A filozófusok azt állítják, hogy a műveletek hibátlan ismereténél nincs jobb módszer a kreatív tevékenység feltételeinek megteremtésére [9].

Valójában a kreatív, nem szokványos feladatok megoldása ismert alappéldák végrehajtására vezethető vissza, amelyeket bizonyos műveletek segítségével oldanak meg. Sajnos gyakran előfordul, hogy a szöveges feladatok megoldása során a diákok megtalálják a módját egy összetett, nem megszokott feladat megoldásának, de nem tudják befejezni, mivel nem képesek megoldani az alappéldákat, amelyekre a nem megszokott feladatok levezethetők, vagy nem tudják helyesen megoldani a legegyszerűbb feladatot, például egy trigonometriai egyenletet [7].

Ugyanakkor nem lehet csak kész eljárásokat kínálva tanítani a diákokat az algebrai feladatok és gyakorlatok algoritmikus jellegű megoldására. Célszerűbb lenne egy-két feladat megoldása példáján keresztül közösen keresni a megoldási lépéseket. Ebben az esetben a tanár feladata a gondolkodás összetevőinek kialakítása. Eszközként érdekes feladatoknak kell lenniük: rejtvények, elgondolkodtató feladatok, nem szokványos feladatok [7].

Érdekes tartalmú feladatok nélkül általában a sikeres tanítás lehetetlen, vagyis a kíváncsiságot a figyelem aktiválásához eszközként kell kezelni. A kíváncsiság alapja a tanórákon a tananyaghoz kapcsolódó feladatokat kell, hogy képezze. Bevonhatjuk a tanulókat a keresésbe, ezzel is aktiválva kutatási tevékenységüket. Gyakran egy érdekes feladat motiválja a tanulók minőségi tanulási tevékenységét [5].

A szöveges feladatok megoldása során általában az általános gondolkodás, különösen a tanulók kreatív gondolkodása is fejlődik és edződik. Kutatások szerint a tanulók feladatmegoldó képessége közvetlenül nem függ attól, hogy hány feladatot oldottak meg. Még akkor is, ha egy tanuló sok feladatot megoldott, ha nincs kialakult általános megközelítése

a feladatokhoz, azok elemzéséhez és a megoldási terv kereséséhez, nem fog tudni önállóan megoldani más feladatokat [5].

A tanulók eltérő képességei és tudása miatt elengedhetetlen az egyéni megközelítés alkalmazása, különösen szöveges feladatok esetén. Ez megnyilvánulhat személyre szabott kérdésekben, extra magyarázatokban, különböző szintű feladatokban, és további irodalom ajánlásában a tehetségesebb diákok számára. Fontos figyelembe venni a hátrányos helyzetű tanulók szükségleteit, elkerülve a nyilvános kritika és a túlzott negatív értékelés alkalmazását [13].

Tehát a matematikai szöveges feladatok fontos szerepet játszanak az oktatási folyamatban. Először is, a feladatok megoldása során a tanulók megtanulják alkalmazni a megszerzett elméleti tudásukat a gyakorlatban.

A matematikai szöveges feladatok különösen fontos szerepet játszanak az oktatási folyamatban. A feladatok megoldása során a tanulók nemcsak a megszerzett elméleti tudást alkalmazzák a gyakorlatban, hanem fejlesztik kritikai gondolkodásukat és térlátásukat is. Az ilyen típusú feladatok révén a tanulók olyan életvezetési tapasztalatokat szerezhetnek, amelyek különösen fontosak a mai társadalmi és gazdasági környezetben. A jól szervezett tanítási folyamat keretében a szöveges feladatok nemcsak a matematikai gondolkodás fejlesztését szolgálják, hanem hozzájárulnak a tanulók önállóságához, kitartásához és problémamegoldó képességükhöz [10].

1.2. A szöveges feladatok osztályozása

Manapság többféle megközelítés létezik a szöveges feladatok osztályozására. Először is, a szöveges feladatok az objektumok jellege szerint különböznek: gyakorlati (valós) és matematikai.

A *gyakorlati (valós) feladat* alatt olyan feladatot értünk, amelyben legalább egy objektum valós tárgy [13].

A *matematikai feladat* alatt bármilyen követelményt értünk, amely számításra, szerkesztésre vagy bizonyításra vonatkozik, és amely a mennyiségi viszonyokkal és térbeli formákkal kapcsolatos, az emberi értelem által létrehozva a környező világról szerzett ismeretek materialista alapjain [13].

Egy matematikai feladat megoldása azt jelenti, hogy olyan matematikai állítások (definíciók, axiómák, tételek, szabályok, törvények, képletek) sorozatát találjuk meg, amelyek alkalmazásával a feladat feltételeire vagy azok következményeire eljutunk a keresett eredményhez és válaszhoz. A szöveges feladatok elméleti összetevőjük alapján standard és nem standard típusokra oszthatók [14].

A *standard feladat* lépések sorozatából áll, amelyek mindegyike vagy a feladat feltételéből adódik, vagy a megoldási folyamat során kerül meghatározásra. Ezért a legfontosabb teendő a standard feladat megoldásához ezen lépések sorrendjének megtalálása [14].

A *nem standard feladatok* olyanok, amelyekre nincsenek általános szabályok és eljárások, amelyek meghatároznák a megoldásuk pontos menetét [14].

Z. Slepkey munkáiban megjegyzi, hogy „a feladatban megfogalmazott követelménytől függően megkülönböztethetők számítási, bizonyítási, szerkesztési és vizsgálati feladatok” [18].

A számítási feladatok célja egy szám (vagy számhalmaz) meghatározása a megadott számok és feltételek alapján, amelyek kapcsolatot teremtenek az ismert és ismeretlen mennyiségek között. Ide tartoznak különféle műveleti példák és szöveges feladatok [18].

A bizonyítási feladatok esetében egy, a feladat feltételeiben megfogalmazott állítás igazolása szükséges. A szerkesztési feladatok közé tartoznak azok a geometriai feladatok, amelyekben egy olyan alakzatot kell megrajzolni, amely megfelel a megadott feltételeknek. Ide sorolhatók továbbá a sokszögek és más térbeli alakzatok metszeteinek szerkesztésére, valamint diagramok és függvénygrafikonok megrajzolására vonatkozó feladatok is [18].

A feladatok tervezése és a közös munka jelentős szerepet játszik sok módszertani kutatásban. Az ilyen típusú szöveges feladatok fő összetevői a következők [18]:

- a feladatban elvégzett munka (A);
- az idő, amely szükséges a feladat elvégzésére (t);
- a munka produktivitása (S), amely meghatározza a végrehajtható munkát egy időegység alatt.

A fent leírtak alapján létezik egy összefüggés, amelyet a következő képlet (1) fejez ki:

$$S = \frac{A}{t} \quad (1)$$

A közös munkához és a tervezéshez különböző típusú feladatokat is ki lehet osztani. A közös munka feladatai közé tartoznak a következők [18]:

- kiszámítani az ismeretlen munkavégzési időt;
- megtalálni azt az utat, amelyet a mozgó testek megtettek. Ebben az esetben az utat közös munkaként kezelik.

A tervezési feladatokat az alábbi típusokra osztják [18]:

- a végzendő munka mennyiségének meghatározása;
- a munka produktivitásának meghatározása;
- annak az időnek a meghatározása, amelyet a tervezett munka elvégzésére fordítottak;
- a munkát végző munkások számának használata a feladatban, a munka elvégzéséhez szükséges idő helyett.

N. Zaharchenko munkájában a szöveges feladatokat a következő típusokra osztja:

- Mozgásos feladatok;
- Munkával kapcsolatos feladatok;
- Keverékekre és ötvözetekre vonatkozó feladatok;
- Egész számokkal kapcsolatos feladatok;
- Százalékszámítási feladatok [19].

Nézzünk meg példákat a fent említett feladattípusokra.

A mozgásos feladatok a (2)-es alapképlettel oldhatók meg:

$$s = v \cdot t \quad (2)$$

ahol:

s – távolság (megtett út);

t – mozgás időtartama;

v – sebesség (az egy időegység alatt megtett távolság).

A mozgásos feladatok megoldásakor a következő három alapvető helyzetet vizsgáljuk:

- Két objektum egyszerre indul el egymás felé.
- Két objektum egyszerre indul el ellentétes irányokba.
- Két objektum egyszerre indul el ugyanabba az irányba [19].

A mozgásos feladatokat feltételelesen a következő típusokra osztjuk: mozgás egymás felé, mozgás ugyanabba az irányba, mozgás ellentétes irányokba, mozgás áramlással (folyóval vagy széllel együtt), mozgás körpályán [19].

A mozgás egymás felé típusú feladatok a következő alapképlet szerint számíthatók ki (3):

$$t = \frac{s}{v_1 + v_2} \quad (3)$$

ahol:

t – mozgás időtartama;

s – a két objektum közötti kezdeti távolság;

v_1, v_2 – az objektumok sebességei;

$v_1 + v_2$ – a közeledés sebessége.

Mutassunk példát a „mozgásos” feladatokból:

1. feladat Egy állomásról ellentétes irányokba indult két vonat. Mekkora a távolság a két vonat célállomása között, ha az egyik 56km/h sebességgel haladt és 3 órán keresztül úton volt, a másik pedig 62km/h sebességgel 2 órán keresztül közlekedett [17]?

2. feladat Egy faluból ellentétes irányokba egyszerre indult két motoros 20km/h és 22km/h sebességgel. Hány óra múlva lesz 166 km a távolság közöttük? [16]

3. feladat Harkovból és Lvivből egyszerre indult két vonat egymás felé. Az egyik vonat sebessége 50km/h , a másiké pedig 60km/h . Hány óra múlva találkoznak a vonatok, ha a két város közötti távolság 990km [17]?

4. feladat Egy pontból egyszerre ellentétes irányokba elindult két tigris. Az egyik tigris 48 km/h, a másik pedig 54 km/h sebességgel haladt. Mekkora távolság lesz a két tigris között 3 óra múlva [19]?

5. feladat Egy 12 km hosszú távolságot két autó egyszerre indulva, egy irányba haladva tesz meg. Az első autó 65 km/h sebességgel, a második pedig 89 km/h sebességgel halad. Mennyi idő múlva éri utol a második autó az első [17]?

Ha a feladatban körpályás mozgás szerepel, akkor az utat a kör hosszaként tekintjük, amelyen az objektumok mozognak. Ebben az esetben a feladatokat az alábbi alapképlet segítségével oldjuk meg (4):

$$S = 2\pi r \quad (4)$$

ahol: r - a kör sugara.

Ha az objektumok egymás felé mozognak, akkor az első találkozás ideje megegyezik a következő képlettel (5):

$$t = \frac{2\pi r}{v_1 + v_2} \quad (5)$$

figyelembe véve, hogy

$$S_1 + S_2 = 2\pi r \quad (6)$$

Ugyanennyi idő múlva az objektumok újra találkoznak, vagyis t az egymást követő találkozások közötti idő.

Ha a testek egy irányba mozognak, és a második objektum sebessége nagyobb, mint az elsőé, akkor a találkozás akkor következik be, amikor a második objektum által megtett út egy kör hosszával meghaladja az első objektum útját. Ebben az esetben az (7)-es képletet alkalmazzuk:

$$S_1 - S_2 = 2\pi r \quad (7)$$

ekkor az egymást követő találkozások közötti idő megegyezik:

$$t = \frac{2\pi r}{v_1 - v_2} \quad (8)$$

Nagyon fontos megjegyezni, hogy a mozgásos feladatok megoldásánál figyelni kell a mértékegységekre.

Amint azt korábban említettük: „A mozgásos feladatokhoz nagyon hasonló matematikai modellt alkotnak azok a feladatok, amelyekben valaki valamilyen munkát végez, vagy

amelyek a tartályok (medencék) feltöltésével kapcsolatosak. Az ilyen típusú feladatokban a teljes munka vagy a tartály teljes térfogata az út (távolság) szerepét tölti be, míg a munkavégző objektumok teljesítménye megfelel a mozgás sebességének [19].”

A „munkával” kapcsolatos feladatok megoldásánál a következő jelöléseket használjuk: A – elvégzett munka; N – munkavégzési teljesítmény (az egy időegység alatt elvégzett munka mennyisége). A t idő alatt elvégzett munka a következő képlettel számítható (9):

$$A = Nt \quad (9)$$

Az olyan feladatokban, ahol az elvégzett munka absztrakt (nem darabszámban, termékek számában stb. mérhető), azt általában egységnek tekintjük. A közös munkavégzés teljesítménye megegyezik az egyéni teljesítmények összegével.

A „keverékek és ötvözetek” típusú feladatok alapfeltevései a következőképpen oszthatók:

- Minden létrejött keverék vagy ötvözet homogén (egynemű).
- Két oldat összekeverésekor, amelyek térfogatai v_1 és v_2 , az így kapott keverék térfogata: $v_1 + v_2$.
- Két ötvözet összeolvasztásakor, amelyek tömegei m_1 és m_2 , az így kapott ötvözet tömege: $m_1 + m_2$.

Megjegyezzük, hogy a fent bemutatott feltevések a valóságban nem mindig teljesülnek.

A „egész számokkal kapcsolatos” szöveges feladatok megoldásánál jellemzően az egyenletek felírásának módszerét alkalmazzuk, ahol az ismeretlen mennyiségek csak egész szám értékeket vehetnek fel. Gyakran előfordul, hogy az ilyen feladatok úgy vannak megfogalmazva, hogy az egyértelmű megoldás csak akkor adódik, ha ezt a feltételt figyelembe vesszük.

Például, egy háromjegyű szám 2-essel végződik. Ha ezt a számjegyet a szám elejére helyezzük, akkor az így kapott szám 18-al nagyobb, mint az eredeti szám. Meg kell találni ezt a számot.

A hasonló feladatok megoldásakor egy egyenletet alkotunk.

Tegyük fel, hogy a szám első és második számjegye x és y .

Ezért $xy2 = 100x + 10y + 2$ - a keresett szám.

Ha a 2-es számjegyet a szám elejére helyezzük, akkor az így kapott szám: $2xy = 200 + 10x + y$.

A feladat szerint a $2xy$ szám 18-al nagyobb, mint a keresett $xy2$ szám, ezért $2xy - xy2 = 18$,

$$(200 + 10x + y) - (100x + 10y + 2) = 18,$$

$$-90x - 9y = -180, 10x + y = 20.$$

A feladat szerint x és y - a keresett $xy2$ szám számjegyei, ezért $100x + 10y + 2 = 10(10x + y) + 2 = 10 \cdot 20 + 2 = 202$.

Így a keresett szám 202.

A „százalékos” szöveges feladatoknak nagy jelentőséget tulajdonítanak a módszertanok. A „százalékos” feladatok három fő típusra oszthatók:

- A százalék meghatározása az egészből
- Az egész meghatározása egy adott százaléknak megfelelő szám alapján
- Százalékos arány [19].

Minden arány és képlet, amelyet a százalékos feladatok megoldására kapunk, arányokból származik. Az ilyen típusú százalékos feladatokat az alábbi arányok formájában lehet felírni:

$$\begin{array}{l} \text{egész} - 100\% \\ \text{rész} - \% \text{rész} \end{array} \quad (10)$$

A (10)-es összefüggést arányként (11) írhatjuk fel:

$$\frac{\text{egész}}{\text{rész}} = \frac{100\%}{\% \text{rész}} \quad (11)$$

A fenti arányokat (10, 11) használva meghatározhatók a legfontosabb százalékos feladatok megoldására szolgáló képletek.

A matematika tantárgy tanterve szerint a szöveges feladatok megoldása egyenletekkel már az 5. osztályban kezdődik, de a túl korai algebrai megközelítés nem ajánlott. Ennek oka, hogy ebben a korban a diákok még nem rendelkeznek a szükséges készségekkel, mint

például az ismeretlenek kifejezése ismert értékekkel, vagy a változókra vonatkozó átalakítások elvégzése. Ezért az 5-6. osztályban inkább az aritmetikai módszer alkalmazása javasolt, míg a 7. osztálytól kezdődően az egyenletek használata válik előtérbe. A középiskolás diákok számára a szöveges feladatok megoldása már a bonyolultabb matematikai modellek és egyenletek alkalmazását igényli. Ebben az időszakban a diákoknak már képesnek kell lenniük a problémák algebrai megközelítésére, különböző típusú egyenletek és arányok kezelésére, valamint a megoldási lépések logikus felépítésére [7].

1.3. A szöveges feladatok megoldásának sajátosságai a középiskolai matematika oktatásban

A modern világban évente körülbelül 5%-kal frissülnek az elméleti és 20%-kal a gyakorlati ismeretek, ezért a mai iskolában nem célszerű kizárólag a standard tudásmennyiségre és készségekre helyezni a hangsúlyt.

A jelenkori problémák és kihívások ösztönzik az oktatás modernizációját, hiszen éppen a magasan képzett, toleráns és lelkileg gazdag személyiségek építik majd az ország jövőjét. A „Új Ukrán Iskola” koncepciójának megfelelően az oktatás fejlesztésének kiemelt célja egy versenyképes végzős diák nevelése, aki „... sokoldalúan fejlett, kritikus gondolkodásra képes, teljes értékű személyiség, aktív hazafi, innovátor – aki képes megváltoztatni a körülötte lévő világot, és élete során folyamatosan tanulni.” [15].

A fentiek alapján a középfokú oktatási intézmények fő feladata az „Új Ukrán Iskola” koncepciójának megvalósítása, amely arra ösztönzi a pedagógusokat, hogy a személyiség értékalapú fejlődésére, a fiatalok tanulási igényeinek kielégítésére, valamint egy olyan fejlesztő és interkulturális környezet kialakítására összpontosítsanak, amelyben a modern végzős diák modellje megvalósul [15].

A középfokú oktatási intézmények végzőseinek bizonyos készségeket és tulajdonságokat kell elsajátítaniuk ahhoz, hogy sikeresen megvalósíthassák önmagukat a jövőben, és megfeleljenek a modern társadalom elvárásainak. Ezek a következők:

- rugalmasnak, alkalmazkodónak és versenyképesnek kell lenniük, képesnek kell lenniük beilleszkedni a dinamikusan változó társadalomba, és hatékonyan megjelenni a munkaerőpiacon;

- tudniuk kell kritikusan gondolkodni;
- az ismereteket eszközként kell használniuk az életben felmerülő problémák megoldására;
- képesnek kell lenniük új ötletek kitalálására, nem szokványos döntések meghozatalára és azokért való felelősségvállalásra; rendelkezniük kell megfelelő kommunikációs kompetenciával, valamint csapatban való munkavégzési képességgel;
- meg kell tanulniuk megelőzni és kezelni a konfliktushelyzeteket;
- tudatosan kell használniuk saját képességeiket és lehetőségeiket mind szakmai, mind személyes fejlődésük érdekében, valamint a társadalom és az állam javára;
- képesnek kell lenniük információkat szerezni és elemezni különböző forrásokból, és azokat saját fejlődésük és önképzésük érdekében alkalmazni;
- tisztelettel és felelősségteljesen kell viszonyulniuk saját és mások egészségéhez mint a legfontosabb értékhez;
- képesnek kell lenniük arra, hogy a modern élet által kínált számos lehetőség közül tudatosan válasszanak [15].

Ezért fontos, hogy a tantárgyi ismeretek és készségek elsajátítása mellett a diákok képessé váljanak megszerzett tudásukat különféle helyzetekben alkalmazni, önállóan új információkat elsajátítani és elemezni. Ennek érdekében a matematikaoktatásban, az ismeretek és készségek használatáról a kreatív feladatok megoldására és az ismeretek ismeretlen helyzetekben való alkalmazására kell helyezni a hangsúlyt.

Az oktatási folyamatban egyre nagyobb szerepet kapnak a gyakorlatorientált feladatok, amelyek kiemelik a matematikai elmélet egységét különböző életterületeken, valamint a fogalmak és kutatási módszerek közötti összefüggéseket.

A szöveges feladatok megoldására fordított tanári figyelem az algebra és az analízis elemei tantárgy keretében hozzájárul ahhoz, hogy a tanulók olyan matematikai kompetenciát fejlesszenek ki, amely segíti őket a mindennapi élet gyakorlati problémáinak hatékonyabb megoldásában.

A szöveges feladatok megoldása fontos szerepet játszik a matematikai kompetencia fejlesztésében. Ennek során figyelembe kell venni több szempontot, amelyek segítik a diákokat a hatékony problémamegoldásban és a matematikai gondolkodás fejlesztésében [5]:

- a szöveges feladatok megoldása bizonyos nehézségeket okoz a diákok számára, és nem minden tanuló képes azonnal felismerni a megfelelő megoldási módszert vagy eljárást;
- a középiskolában a szöveges feladatok funkciói bizonyos mértékben megváltoznak: a hagyományos oktatási, fejlesztő és nevelési szerep mellett előtérbe kerül az ismeretek összegzése és rendszerezése;
- fontos szerepet kap a tanulók kutatási és elemző készségeinek fejlesztése is.

A középiskolában a szöveges feladatok megoldásának tanításához fejlettebb formákat, módszereket és eszközöket kell alkalmazni. Kiemelt szerepet kell kapniuk a problémamegoldó és kutató módszereknek, amelyek ösztönzik a diákok tanulási aktivitását. Jelentősen növelni kell a tanulók önálló munkáját is, amely különböző tanulási források használatán alapul. A szöveges feladatok megoldásának módjai és eljárásai is változnak: míg az általános iskolában a legtöbb szöveges feladat egyenletekre, egyenlőtlenségekre vagy azok rendszereire vezethető vissza, addig a középiskolában előtérbe kell helyezni az általánosabb megoldási módszereket és stratégiákat [5].

A matematika tanítása során, amely a szöveges feladatok megoldási készségeinek fejlesztésére irányul, fontos a diákok életkori tapasztalatainak figyelembe vétele a következő irányelvek szerint:

- időben felismerni a diákok téves elképzeléseit;
- megtanítani a diákokat arra, hogy saját maguk találjanak hibákat, javítsák azokat, és megelőzzék azok megjelenését;
- figyelembe venni a feladatok sajátosságait és a diákok előző felkészültségi szintjét [7].

Tehát az ilyen alkalmazott feladatok megoldása az algebra órákon lehetőséget biztosít a tanár számára, hogy megmutassa, hogy az absztrakt számítások és átalakítások mögött „valós tartalom” és gyakorlati alkalmazás áll. A feladatok tartalma tehát gyakorlatorientált, érthető a diákok számára, és alapul veszi a diákok bizonyos gyakorlati tapasztalatait, míg a matematikai elmélet tényei könnyen érthetők számukra. Emellett a szöveges feladatok megoldása típusos matematikai feladatok megoldására korlátozódik, ami viszont lehetőséget ad a tanárnak arra, hogy bemutassa a matematika eszközeinek használatát anélkül, hogy azok más tudományágak kifejezéseibe oldódnának fel [4].

Érdemes megjegyezni, hogy a legtöbb szöveges feladat esetében nem azonnal vehető észre, hogy mit kell alkalmazni, ezért a tanulónak el kell végeznie egyfajta „szűrést” a rendelkezésre álló elméleti ismeretek és gyakorlati tapasztalatok között. A szöveges feladatok megoldása során matematikai modellezési módszert kell alkalmazni, ezért különös figyelmet kell fordítani a következő készségek kialakítására [7]:

- elemezni a feladat szövegét, és azonosítani azokat az adatokat, amelyek lényegesek a matematikai műveletekhez; összekapcsolni az adatokat és a feladat követelményeit a már ismert matematikai modellekkel;
- felismerni a hiányzó adatokat (ha vannak), és kiegészíteni (a meglévő tapasztalatok, irodalom vagy kézikönyvek alapján) a feladat feltételeit, vagy kizárni a felesleges adatokat;
- kiválasztani a modellt és alkalmazni azt a helyzet matematikai leírásához; megoldani a matematikai modellt;
- értelmezni az eredményt a feladat kérdésének megfelelően;
- következtetéseket levonni: hol alkalmazható még ez a megoldási módszer (az életben, más tantárgyak tanulásában), megoldható-e a feladat más módon, stb.

Ezért a tanulók matematikai kompetenciájának, tudatos és elemző gondolkodásának, kreatív potenciáljának fejlesztése érdekében célszerű a tanárnak nagyobb figyelmet fordítani az algebra órákon a szöveges feladatok megoldására.

A matematika órákon alkalmazott szöveges feladatok egyik sajátossága a differenciált oktatás. A differenciálás latin eredetű szó, a „difference” kifejezésből származik, és jelentése: felosztás, rétegezés, az egész részekre, formákra, fokozatokra bontása [13].

A differenciált oktatás fő céljai között szerepel az oktatási folyamat megszervezése az egyéni sajátosságok figyelembevételével, vagyis a tanulók képességeihez és lehetőségeihez igazodva. A differenciált oktatás fő feladata, hogy felismerje és megőrizze a tanuló egyéniségét, segítse őt abban, hogy higgyen saját képességeiben, és biztosítsa számára a lehető legnagyobb fejlődést [13].

A M. Bogdanovics által leírt differenciált oktatási megközelítés a segítségnyújtás elemein alapul. Különböző segítségnyújtási módokat javasol, tehát a szöveges feladatok megoldásához a következőket ajánlja a tanulóknak:

- a végrehajtás mintája;
- a megoldás terve vagy vázlata;
- a feladatok konkretizálása;
- az elvégzéshez szükséges információk;
- a feladat megoldásának kezdetének bejelentése, stb [13].

Az Oktatókutató és Fejlesztő Intézet által készített „A matematikatanítás gyakorlata” című tanulmány rávilágít a differenciált oktatás alkalmazásával kapcsolatos főbb kihívásokra. A 276 matematikatanár bevonásával készült kutatás arra mutat rá, hogy a differenciált oktatás alkalmazása során a pedagógusok jelentős problémákkal szembesülnek. Az időhiány, amely megnehezíti a szöveges feladatok differenciált megközelítését, a leggyakoribb nehézség. A tanárok gyakran több feladatot próbálnak megoldani az órák során, így nem marad elegendő idő a feladatok mélyebb elemzésére és differenciálására [8].

A kutatás arra is felhívja a figyelmet, hogy bár sok pedagógus szeretné alkalmazni a differenciált oktatást, sokan nem rendelkeznek elegendő tudással és módszertani ismerettel a megfelelő alkalmazásáról. A tanulmány arra is rámutat, hogy a tanárok nem mindig alkalmazzák a differenciálás mélyebb szintjét, mivel nem ismerik az ehhez szükséges módszereket. Az időhiány, az oktatói módszertani ismeretek hiánya és a tanulók

számára kívánt feladatok megoldására összpontosítás mind hozzájárulnak a differenciálás gyakorlati alkalmazásának nehézségeihez [8].

Hatékonyabb lehet, ha az órán 1-2 feladatot oldunk meg, amelyekhez további kiegészítő feladatok is kapcsolódnak, mint 2-3, egymással tartalmilag nem összefüggő feladatot. Ez elősegíti a tanulók számára további információk megszerzését és a kreativitás alkalmazását, ami viszont fejleszti a kreatív és logikai gondolkodásukat.

Nézzünk meg egy példát egy szöveges feladatra a differenciálási módszer alkalmazásával.

Egy városnegyedben tavaly 6 egyforma házat építettek, mindegyikben 126 lakással. Idén 240 lakással többet építettek. Hány család kapott lakást az új házakban idén?

Feladatok:

1. Hány lakással építettek többet idén, mint tavaly?
2. Hány különböző típusú lakást kaptak a családok idén, ha a két szobás lakások az összes lakás $\frac{1}{3}$ -át tették ki, a három szobásak $\frac{1}{4}$ -et, a négy szobásak pedig a két szobás lakások $\frac{1}{2}$ -ét, a többi pedig egyszobás lakás volt?
3. Hány ablakot kellett készíteniük a asztalosoknak, ha minden szobának és konyhának egy-egy ablaka van a lakásokban?

A „Derivált és annak alkalmazásai” témakör tanulásakor:

- a) Vizsgáljuk meg a függvényt, és ábrázoljuk a grafikonját [11]:

$$f(x) = \frac{x^4}{4} + 8x + 5$$

- b) Keresd meg a függvény értelmezési tartományát [11]:

$$y = x^6 - 3x^4 + 2$$

A „Integrál és alkalmazásai” témához:

- c) Számítsd ki [12]:

$$\int_0^2 \frac{x^3 + 3x^2 + 1}{x} dx$$

- d) Számítsd ki annak a testnek a térfogatát, amely az adott görbékkel határolt alakzat x tengely körüli forgatásával keletkezik [12]:

$$xy = 4, x = 1, x = 4, y = 0$$

Tehát a differenciált megközelítés alkalmazásakor a feladatoknak ismeretszerző és kutató jellegűeknek kell lenniük, amelyek végrehajtása során a tanulók új ismereteket szereznek. Ez a munka a következő gondolkodási tevékenységeket igényli: elemzés, összehasonlítás, a lényeg kiemelése, általánosítás és rendszerezés [13].

Ezért a differenciált megközelítés alkalmazása a szöveges feladatok megoldása során meggyőz bennünket arról, hogy a matematika tanulása során igen magas eredmények érhetőek el. A személyiségfejlesztésben fontos szempont az egyéni és differenciált megközelítés alkalmazása a pedagógiai folyamatban, mivel ez teszi lehetővé a tanulók képességeinek és hajlamainak korai felismerését, valamint a személyiségük fejlődéséhez szükséges feltételek megteremtését.

2. Szöveges feladatok megoldásának módszertani megközelítései a középiskolában

A középiskolai matematika oktatásának egyik legfontosabb feladata továbbra is a megfelelő matematikai módszerek alkalmazásának megtanítása, amelyek elsősorban a tételek bizonyítására és a feladatok megoldására vonatkozó módszereket foglalják magukban.

A matematikai módszertanban a problémamegoldó módszert (valamint a tételbizonyítást) úgy kell érteni, mint „a gondolkodási tevékenység vagy logikai matematikai műveletek és eljárások összességét, amelyek segítségével egy nagyobb feladattípust oldanak meg”. A „módszer” fogalmát úgy határozzák meg, mint „a gondolkodási tevékenység vagy logikai és matematikai műveletek és eljárások összességét, amelyeket egy adott feladat vagy egy kisebb feladatsorozat megoldása esetén alkalmaznak” [18].

Számos számítási és bizonyítási feladat megoldási módjának keresése során szintetikus, analitikus, illetve néha analitikus-szintetikus gondolkodási módszereket alkalmaznak, amelyeket ennek megfelelően szintetikus, analitikus és analitikus-szintetikus feladatmegoldási módszereknek neveznek [18].

A *szintetikus módszert* leggyakrabban az alsó tagozatban, valamint az 5. és 6. osztályos matematikaórákon alkalmazzák az egyszerűbb feladatok megoldására.

Példa: Az A és B városok közötti távolság 288 km . Egy autó 72 km/h sebességgel indult A városból B városba. Ugyanakkor egy kerékpáros is elindult B városból A város felé, és 3 óra múlva találkozott az autóval. Mennyi idő alatt teszi meg az autó a teljes távolságot? Mennyi idő alatt a kerékpáros?

A szintetikus módszer alkalmazása során a gondolkodási folyamat a feladat feltételeitől a keresett érték felé halad, vagyis a megadott adatokból következtetéseket vonunk le.

Megoldás

1. Mivel ismert az autó sebessége és a két város közötti távolság, kiszámíthatjuk az autó által megtett teljes út idejét:
 $288 : 72 = 4$ (óra).
2. Következő lépésként meghatározzuk, hogy a találkozásig mennyi utat tett meg az autó:
 $72 \cdot 3 = 216$ (km).
3. Kiszámítjuk a kerékpáros által a találkozásig megtett távolságot:
 $288 - 216 = 72$ (km).
4. Mivel már ismert a kerékpáros által megtett távolság és az ehhez szükséges idő, meghatározzuk az ő sebességét:
 $72 : 3 = 24$ (km/h).
5. Kiszámítjuk, hogy a kerékpáros mennyi idő alatt teszi meg az egész utat:
 $288 : 24 = 12$ (óra).

Felelet: az autó 4 óra, a kerékpáros pedig 12 óra alatt teszi meg a teljes távolságot.

Az adott feladat megoldásának keresése *analitikus módszerrel*. A tanár és a diák tevékenysége a következő lesz:

Tanár	Tanuló
-------	--------

Mely értékeknek kell ismertek lenni ahhoz, hogy választ találjunk a feladat kérdésére?	Meg kell találni az autó és a kerékpáros sebességét. Mivel ismert az autó sebessége és az általa megtett távolság, az autó utazási ideje $288 : 72 = 4$ (óra).
Mit kell tudni a kerékpáros sebességének kiszámításához?	Meg kell találni azt a távolságot, amit a kerékpáros 3 óra alatt megtett a találkozás előtt.
Hogyan találjuk meg ezt az utat?	Meg kell találni az autó által megtett távolságot a találkozás előtt. A két város közötti távolságból levonva a megtett távolságot, megkapjuk a kerékpáros által megtett utat.
Kiszámoljuk a keresett utat.	$72 \cdot 3 = 216$ (km); $288 - 216 = 72$ (km).
Hogyan találjuk meg a kerékpáros sebességét?	Meg kell osztani a találkozás előtt megtett távolságot az erre fordított idővel, azaz: $72:3=24$ (km/óra).
Hogyan találjuk meg a kerékpáros által az egész távolság megtételéhez szükséges időt?	Az ismert két város közötti távolságot el kell osztani a kerékpáros sebességével: $288:24=12$ (óra).

Felelet: az autó 4 óra, a kerékpáros pedig 12 óra alatt teszi meg a teljes távolságot.
[45]

Az analitikai módszer hozzájárul a feladat megoldásának tudatos kereséséhez, megtanítja a diákokat arra, hogy önállóan végezzék el a keresést. A középiskolai felsőbb osztályokban az analitikai módszert széles körben alkalmazzák a térgeometria feladatok megoldására, például a geometriai testek térfogatának és felületi területeinek kiszámítására. Ebben az esetben a megoldás a megfelelő képlet felírásával kezdődik, amely alapján a keresett mennyiséget kiszámítják, majd azokat az ismeretlen mennyiségeket keresik meg, amelyek szerepelnek a képletben.

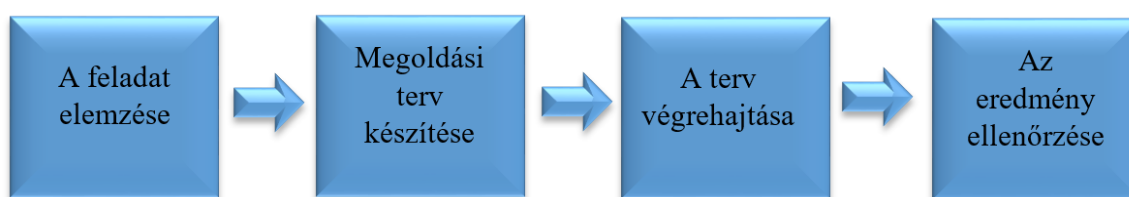
2.1. A szöveges feladatok megoldása aritmetikai és algebrai módszerekkel

Aritmetikai módszer

Egy feladat megoldása aritmetikai módszerrel azt jelenti, hogy a feladat kérdésére a számokon végzett aritmetikai műveletek segítségével találunk választ. Ugyanazt a feladatot különböző aritmetikai módokon is meg lehet oldani. Ezek a megoldások a gondolkodás logikájában különböznek egymástól.

Bármely feladat megoldása egy összetett gondolkodási folyamat. Ennek elsajátításához ismerni kell a feladatmegoldás alapvető szakaszait és néhány módszert azok végrehajtására.

Az aritmetikai módszerrel történő feladatmegoldás a következő fő szakaszokat foglalja magában (1. ábra):



1. ábra. Az aritmetikai módszerrel történő feladatmegoldás szakaszai

Meg kell jegyezni, hogy egy feladat tényleges megoldása során a fent említett szakaszoknak nincsenek egyértelmű határai, és nem mindig hajtják végre ugyanolyan részletességgel. Nézzük meg ezeket a szakaszokat részletesebben.

A feladat elemzése. A fő cél a leírt helyzet általános megértése. Ezt követően szükséges: kiemelni a feltételeket és a követelményt; megnevezni az ismert és a keresett elemeket; azonosítani az összes kapcsolatot (összefüggést) közöttük. A feladat tartalmának megértése, a feltételek és a követelmény elkülönítése érdekében érdemes speciális kérdéseket feltenni és megválaszolni, például: Miről szól a feladat? Mit kell megtalálni a feladatban? Mi a keresett ismeretlen? [2]

Megoldási terv készítése. Ez a lépés a feladat megoldásának lépéseinek meghatározására szolgál. A megoldási terv csak egy ötlet, elképzelés a megoldáshoz. Előfordulhat, hogy a talált ötlet hibás, ilyenkor vissza kell térni az elemzéshez és újrakezdeni. A feladat

elemzése során figyelmet kell fordítani a kérdésre, és meg kell állapítani, mi elegendő ahhoz, hogy válaszoljunk rá. Ehhez át kell nézni a feladatot és megnézni, hogy rendelkezésre állnak-e a szükséges adatok. Ha nem, meg kell határozni, milyen további információkra van szükség a hiányzó számadatok megtalálásához. Ezt követően készül el a megoldási terv. [2]

A terv végrehajtása. Ennek a szakasznak a célja, hogy megfelelő választ találjunk, végrehajtva minden lépést a terv szerint a feladat követelményeire. Az aritmetikai módszerrel megoldott szöveges feladatoknál az alábbi eljárásokat alkalmazzuk: lépések szerinti leírás (magyarázatokkal, magyarázatok nélkül, kérdésekkel); kifejezés formájában történő leírás. [2]

Az eredmény ellenőrzése. Ez a szakasz arra szolgál, hogy megtudjuk, helyes-e vagy hibás a megoldás. Az aritmetikai módszer a feladatok megoldására általános módszer lehet. Ez egy bizonyos gondolkodási eljárások összessége, amelyek mindegyike alkalmazható egy adott típusú feladatra. [2]

Példa. Egy iskolában 82 diák kórusban énekel és táncol, 32 diák táncol és gimnasztikázik, 78 diák pedig énekel a kórusban és gimnasztikázik is. Hány diák foglalkozik mindhárom tevékenységgel (kórus, tánc, gimnasztika), ha minden diák csak egyetlen tevékenységet végez?

Megoldás.

1. módszer:

1. $82 + 32 + 78 = 192$ (diák) - a három tevékenységet (kórus, tánc, gimnasztika) végző diákok száma duplán van figyelembe véve;
2. $192 : 2 = 96$ (diák) - a diákok, akik mindhárom tevékenységgel foglalkoznak;
3. $96 - 32 = 64$ (diák) - a diákok, akik a kórusban énekelnek;
4. $96 - 78 = 18$ (diák) - a diákok, akik táncolnak;
5. $96 - 82 = 14$ (diák) - a diákok, akik gimnasztikával foglalkoznak.

2. módszer:

1. $82 - 32 = 50$ (diák) - különbség a kórusban éneklő és a gimnasztikával foglalkozó diákok száma között;
2. $50 + 78 = 128$ (diák) - a kórusban részt vevő diákok kétszeres száma;
3. $128 : 2 = 64$ (diák) - a kórusban éneklő diákok száma;
4. $78 - 64 = 14$ (diák) - a gimnasztikával foglalkozó diákok száma;
5. $82 - 64 = 18$ (diák) - a táncoló diákok száma.

Felelet: a kórusban 64 diák énekel, gimnasztikával 14 diák foglalkozik, táncolni pedig 18 diák jár.

Algebrai módszer

Ez a módszer általános megközelítést biztosít a különböző típusú feladatok elemzésére és megoldására. Először is, az algebrai és az aritmetikai módszer közötti különbség egy ismeretlen mennyiség bevezetése, amit általában x -el jelölnek.

Tehát az algebrai módszer kétféle sémát alkalmaz a feladatok egyenletének keresésére. Az első az egyszerűbb feladatok megoldására szolgál, és a következőképpen néz ki:

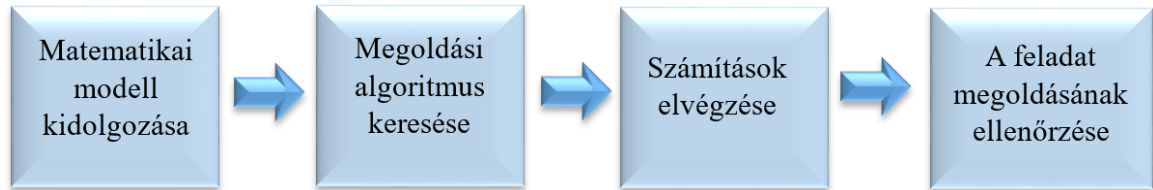
- Jelöljük az ismeretlen mennyiséget (vagy az egyik keresett mennyiséget) x -el.
- Fejezzük ki x segítségével a feladatban szereplő többi mennyiséget.
- Az ismert és ismeretlen mennyiségek közötti összefüggés alapján állítsuk fel az egyenletet [18].

A második séma összetettebb feladatok megoldására alkalmas:

- A feladat tartalmából kiindulva meg kell határozni, hogy melyik mennyiségek egyenlők lehetnek.
- Kiválasztjuk az ismeretlent és x -el jelöljük.
- Kifejezzük x segítségével azokat a mennyiségeket, amelyek egyenlővé válnak.
- Felállítjuk az egyenletet [18].

A választott ismeretlen (vagy ismeretlenek) jelölésétől és az érvelés menetétől függően különböző egyenletek alkothatók ugyanarra a feladatra. Ilyenkor különböző algebrai módszerekről beszélhetünk a feladat megoldására.

Általánosítva ezt a megközelítést, a szöveges feladat megoldása algebrai módszerrel a következő szakaszokból áll (2. ábra):



2. ábra. A feladat megoldásának szakaszai algebrai módszerrel

Példa. Egy munkás egy bizonyos számú alkatrészt tud elkészíteni három nap alatt. Ha naponta 10 darabbal többet gyártana, akkor két nap alatt végezne a feladattal. Mennyi a munkás eredeti teljesítménye, és hány alkatrészt kell elkészítenie?

Megoldás.

1. módszer:

Legyen x db/nap a munkás eredeti teljesítménye. Ekkor az új teljesítménye $(x + 10)$ db/nap lesz, és a legyártandó alkatrészek száma $3x$. A feladat feltételei alapján az alábbi egyenletet kapjuk: $3x = 2(x + 10)$. Az egyenlet megoldásával $x = 20$ adódik. Tehát a munkás eredeti teljesítménye 20 alkatrész naponta, és összesen 60 alkatrészt kell elkészítenie.

2. módszer:

Legyen x a munkás által elkészítendő alkatrészek száma. Ekkor az új teljesítménye $\frac{x}{2}$ db/nap, míg az eredeti teljesítménye $\frac{x}{2} - 10$ db/nap. A feladat feltételei alapján az alábbi egyenletet kapjuk: $x = 3(\frac{x}{2} - 10)$. Az egyenlet megoldásával $x = 60$ adódik. Tehát a munkásnak 60 alkatrészt kell elkészítenie, és az eredeti teljesítménye 20 alkatrész naponta.

Felelet: 20 alkatrész naponta, 60 alkatrész összesen.

2.2. A szöveges feladatok megoldásának tanítási szakaszai

A matematikai szöveges feladatok megoldásának tanítási folyamata az iskolában feltételeken a következő szakaszokra osztható (3. ábra):



3. ábra. A szöveges feladatok megoldásának tanítási szakaszai

Bevezető szakasz. A bevezető szakasz végére, az általános iskola alsó tagozatában a tanulóknak ismerniük kell:

- a szöveges matematikai feladatok jellegzetes vonásait;
- a feladat rövid vázlatának különböző formázási módjait;
- a feladatmegoldás különböző rögzítési módjait;
- a feladatmegoldás racionális és nem racionális módjait;
- az algebrai módszert a feladatok megoldására [16].

Meg tudja különböztetni a feladat szerkezeti elemeit (feltétel, kérdés, adott adatok, keresett érték) [16].

Képes legyen:

- meghatározni, hogy egy adott szöveg feladatnak tekinthető-e;
- kiemelni a feladat alapvető elemeit;
- kiegészíteni a megadott szöveget a hiányzó elemekkel, ezáltal feladattá alakítva azt;

- felismerni az azonos feladatokat eltérő megfogalmazásban, valamint átalakítani a bonyolult megfogalmazást egyszerűbbé;
- elemezni a feladat szövegét a kérdésből kiindulva, meghatározni a megoldáshoz szükséges műveletek számát, lényegét és sorrendjét;
- a feladat megoldását műveletenként kérdésekkel vagy magyarázatokkal leírni, illetve egyetlen kifejezés formájában rögzíteni a számítás elvégzéséhez [16].

Empirikus szakasz. A szöveges feladatok megoldása hagyományosan az egyik kulcsfontosságú és legfontosabb tanulási tevékenység az 5–6. osztályos tanulók számára. Ebben a szakaszban fejlődik logikai gondolkodásuk, kialakulnak az absztrakció elsődleges készségei, valamint megtörténik az első ismerkedés a matematikai modellezéssel.

A 6. osztály végére a tanulóknak már képesnek kell lenniük a tantervben előírt következő feladatok megoldására:

- a „több/nagyobb, mint” és a „kevesebb/kisebb, mint” megértését igénylő feladatok;
- olyan feladatok, amelyek ismert összefüggéseken alapulnak, például: sebesség, idő, távolság; ár, mennyiség, összköltség stb.;
- algebrai módszerrel megoldható szöveges feladatok;
- az arányosság módszerének alkalmazásával megoldható feladatok;
- három alapvető százalékszámítási feladat: egy adott százalék meghatározása egy adott mennyiségből, egy szám meghatározása a százaléértéke alapján, két mennyiség százalékos arányának meghatározása [16].

Rendszerező szakasz. A 9. osztály végére a tanulóknak az alábbi feladatokat kell tudniuk megoldani, amelyek a tantervben szerepelnek:

- Feladatok „részek, keverékek, százalékok” témában;
- Mozgással kapcsolatos feladatok;

- Feladatok különböző folyamatokkal kapcsolatban (munka, medence töltése stb.), amelyek az aritmetikai módszer, az algebrai módszer, valamint néhány speciális módszer, például a geometriai módszer alkalmazását igénylik [16].

Kreatív szakasz. A produktív gondolkodás legmagasabb szintje a kreatív gondolkodás. A kreatív gondolkodásról alkotott benyomás kialakításához alkalmazott mutatók a következők:

- az ötlet eredetisége, a válaszok megszerzésének lehetősége, a szokatlan asszociációk gyors megjelenése;
- „fogékonyság” a problémára, annak szokatlan megoldása;
- a gondolkodás gyorsasága, mint az asszociációk, ötletek száma, amelyek egy adott időegység alatt keletkeznek valamilyen követelmény szerint;
- a válasz új, szokatlan funkcióinak vagy annak részének megtalálásának képessége [16].

A kreatív gondolkodás képességét az alábbiak jellemzik: a probléma önálló megfogalmazásának képessége, a meglévő tudásban rejlő hiányosságok iránti érzékenység, valamint a hiányzó elemekről alkotott saját hipotézisek felállításának lehetősége. I. Ya. Romanishin szerint a tanulók kreatív tevékenysége attól függ, hogy gondolkodásukban jelen vannak-e az alábbi komponensek:

1. A magas szintű elemi gondolkodási műveletek kialakulása: elemzés és szintézis, összehasonlítás és analógiák, osztályozás stb.;
2. A magas szintű aktivitás és rendkívüli gondolkodás, amely a különböző megoldási lehetőségek kiválasztásában és nem hagyományos ötletek felvetésében nyilvánul meg;
3. A magas szintű gondolkodás szervezettsége és egyértelmű céltudatossága, amely a lényeges jellemzők kiemelésében és a saját gondolkodási módszerekkel kapcsolatos tudatosságban nyilvánul meg [16].

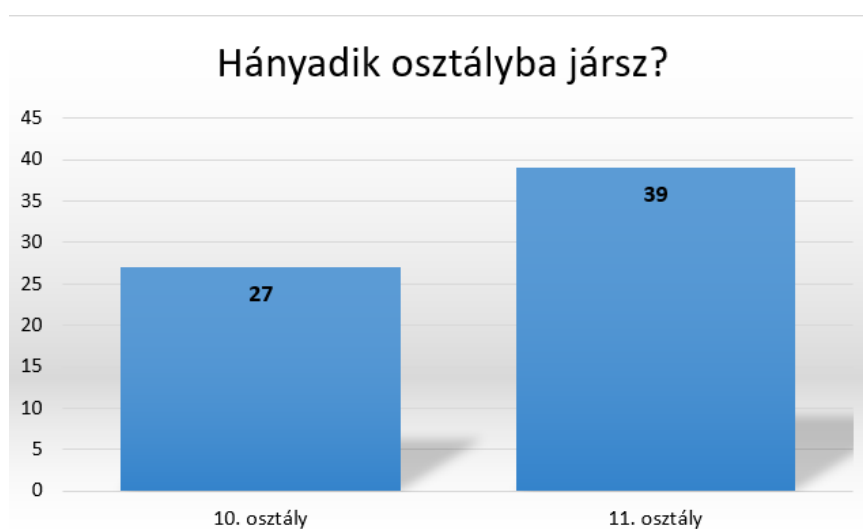
Tehát a produktív gondolkodás lesz a legfontosabb összetevő a tanulók kognitív tevékenységében. Ennek céltudatos fejlesztése nélkül lehetetlenné válik a magas eredmények elérése a diákok matematikai tudásának, készségeinek és képességeinek elsajátítása során.

3. A szöveges feladatok szerepe és megítélése a középiskolások körében

3.1. A kérdőív eredményei

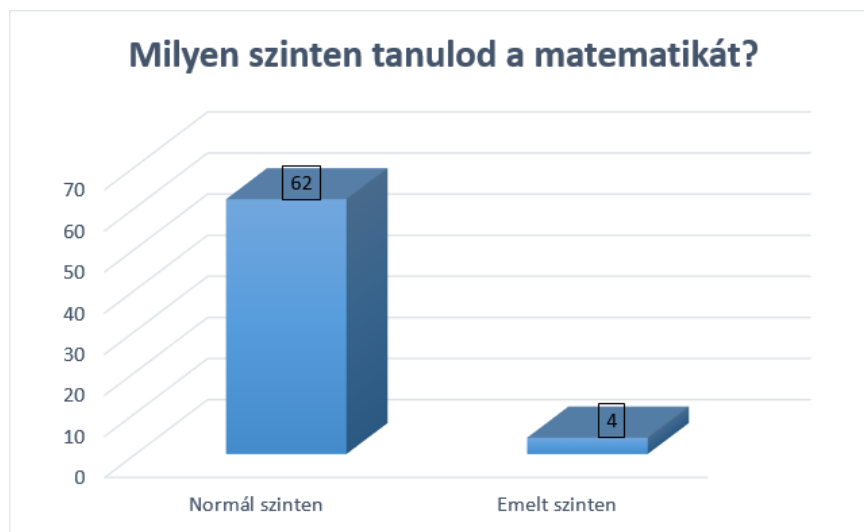
Diplomamunkám kutatásaként kérdőíves felmérést végeztem a középiskolás (10-11. osztály) diákok körében, hogy megtudjam hogyan viszonyulnak a diákok a szöveges feladatokhoz, milyen nehézségeik illetve tapasztalataik vannak a szöveges feladatok megoldása során. A diákok anonim módon kifejthették véleményüket és tanácsokat adhattak a szöveges feladatok érdekesebbé tételére. A kutatásomat Google űrlap segítségével kiviteleztem.

Az űrlapot 66 diák töltötte ki különböző iskolákból. Az első kérdésben megválasztották, hogy hányadik osztályosak.



4. ábra. A kérdőívben részt vevő diákok évfolyamszerinti eloszlása

A második kérdésben arra voltam kíváncsi, hogy Normál vagy Emelt szinten tanulják a matematikát. A diagramon is jól látható, hogy nagy részben Normál szinten tanulják.



5. ábra. A matematika tanulásának szintje a válaszadók körében

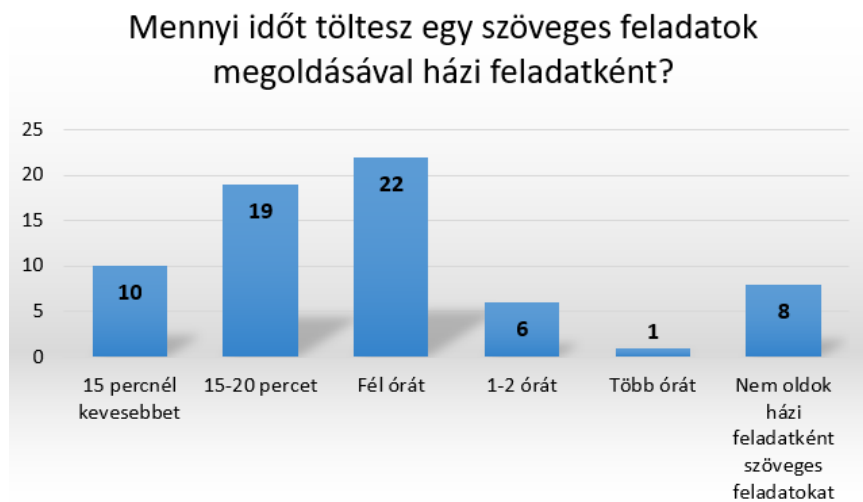
Az adatokból jól látszik, hogy a szöveges feladatok rendszeres részét képezik a matematikaóráknak. A legtöbben hetente többször foglalkoznak ilyen típusú feladatokkal. Csak kis arányban jelölték meg a "hetente egyszer" és a "ritkábban" lehetőségeket. Ez azt mutatja, hogy a szöveges feladatok kiemelt szerepet kapnak az órákon, és a tanulók túlnyomó többsége rendszeresen találkozik velük.



6. ábra. A szöveges feladatok gyakorisága a matematikaórákon

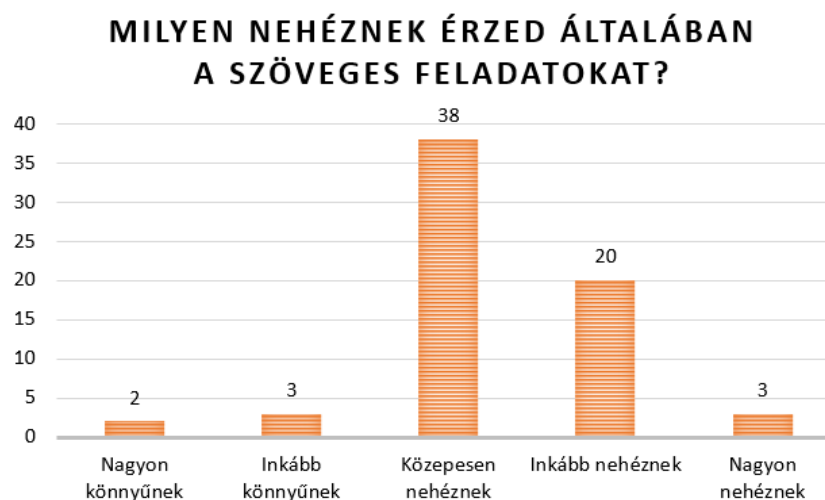
A tanulók többsége legfeljebb fél órát szán a szöveges feladatok megoldására házi feladatként. Az adatok azt mutatják, hogy a diákok többsége viszonylag rövidebb időt

szán a feladatokra, de van egy kisebb csoport, akik több időt is eltöltenek velük.



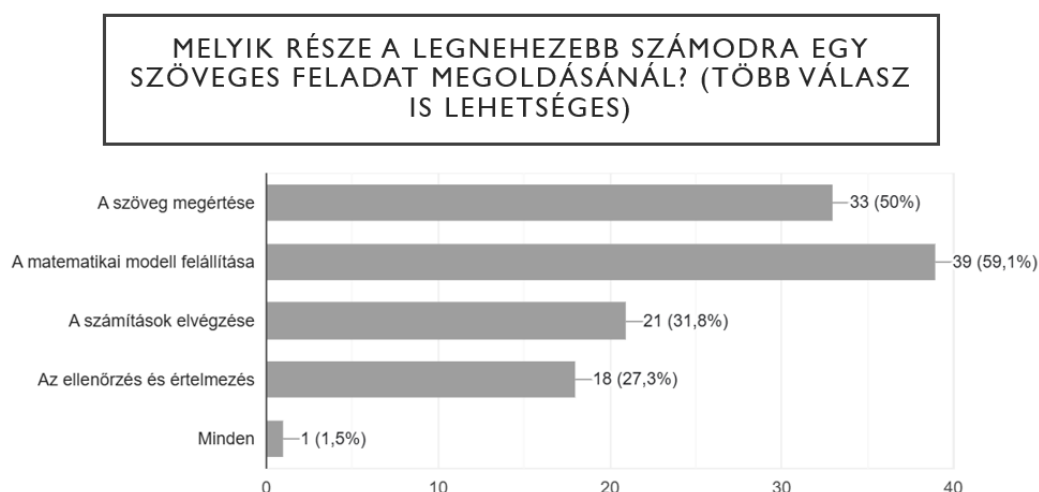
7. ábra. A szöveges feladatokra fordított idő házi feladatként

A legtöbben közepesen nehéznek ítélik meg a szöveges feladatokat. Csak kevesen érzik kifejezetten könnyűnek vagy nagyon nehéznek ezeket a feladatokat, a diagramon is látszik, hogy a diákok egy részének inkább nehéz a szöveges feladatok megoldása.



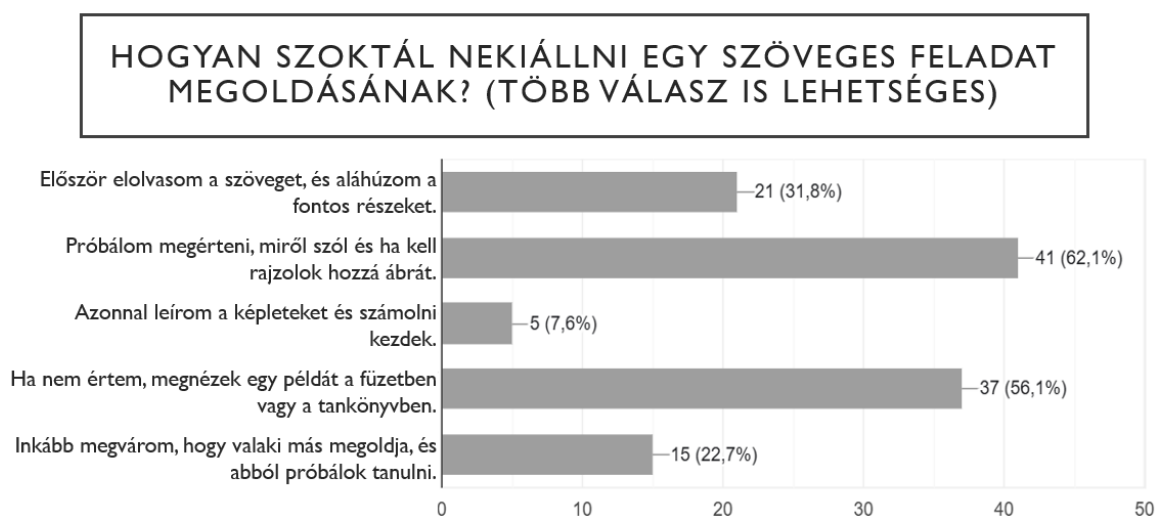
8. ábra. A szöveges feladatok nehézségének megítélése

A tanulók többsége szerint a legnagyobb kihívást a feladat szövegének megértése és a hozzá tartozó matematikai modell felállítása jelenti. A számítások és az ellenőrzés már kevesebb tanulónak okoz problémát, de azért azt is elég sokan jelölték.



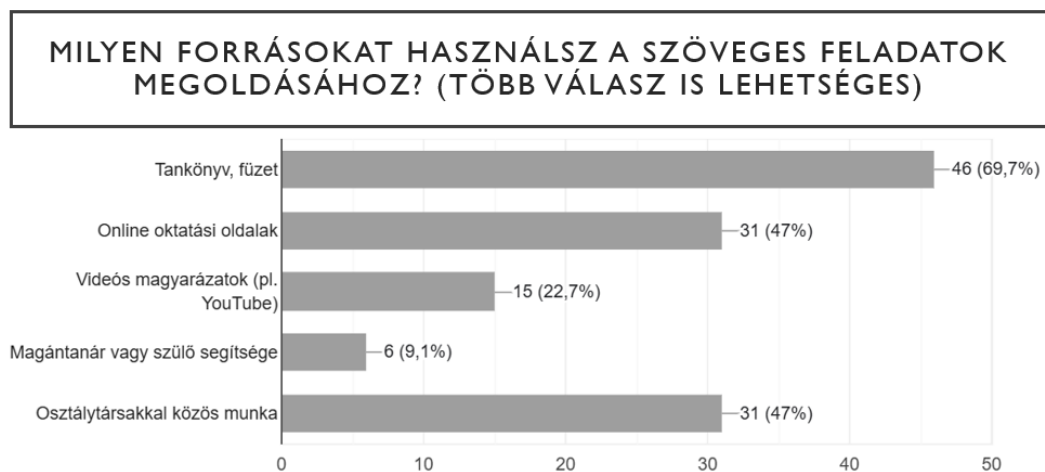
9. ábra. A szöveges feladatmegoldás legnehezebb lépései

A válaszadók legnagyobb része először próbálja megérteni a feladat lényegét, szükség esetén ábrát is készít, vagy példát keres a tankönyvben. Kevesebben alkalmaznak azonnali számítást vagy másokra hagyatkozó megoldási stratégiát.



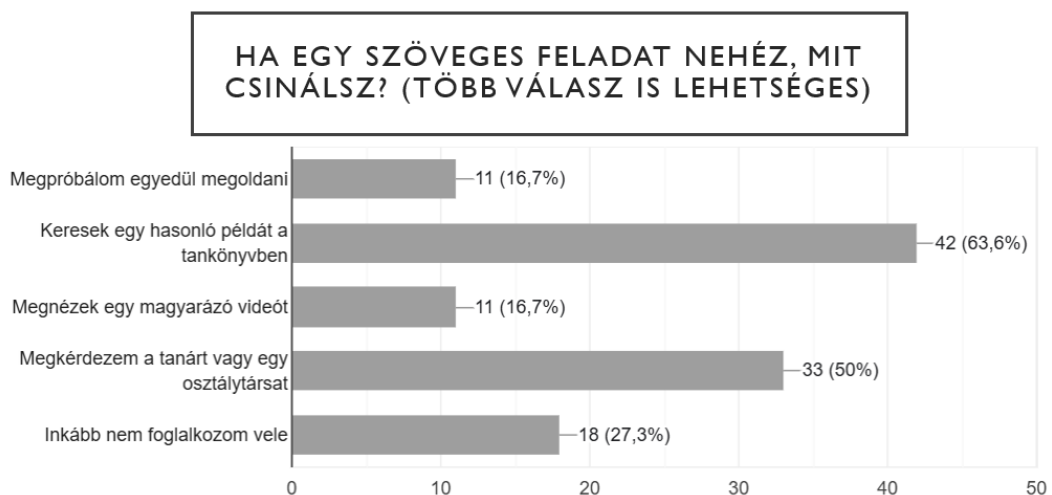
10. ábra. A feladatmegoldás megközelítési stratégiái

A legtöbben tankönyvből vagy a füzetükből dolgoznak, emellett sokan támaszkodnak osztálytársak segítségére vagy online oktatási oldalakra is. A videós magyarázatokat és a személyes segítséget kevesebben veszik igénybe.



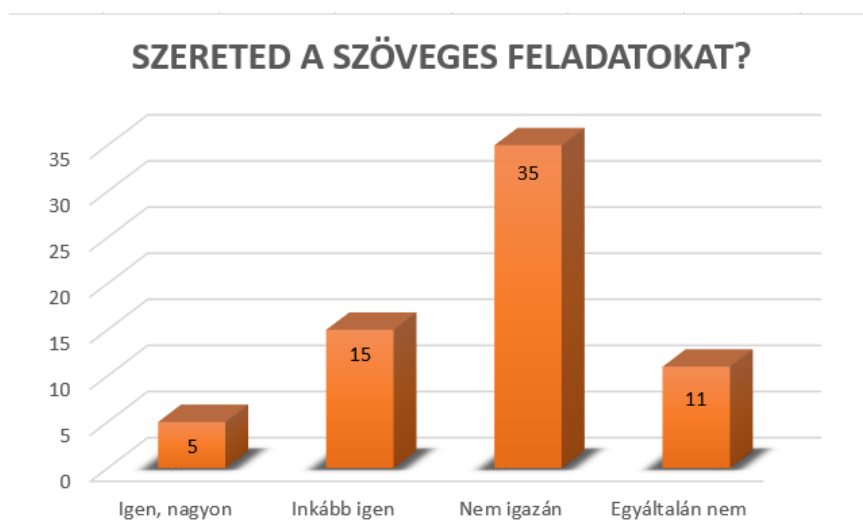
11. ábra. Segédeszközök a szöveges feladatok megoldásához

A tanulók többsége nehéz szöveges feladat esetén először hasonló példákat keres a tankönyvben. Sokan kérnek segítséget tanártól vagy osztálytárstól, míg kevesebben próbálják teljesen önállóan megoldani. Érdekes módon viszonylag sokan választják azt is, hogy inkább nem foglalkoznak a nehéz feladattal.



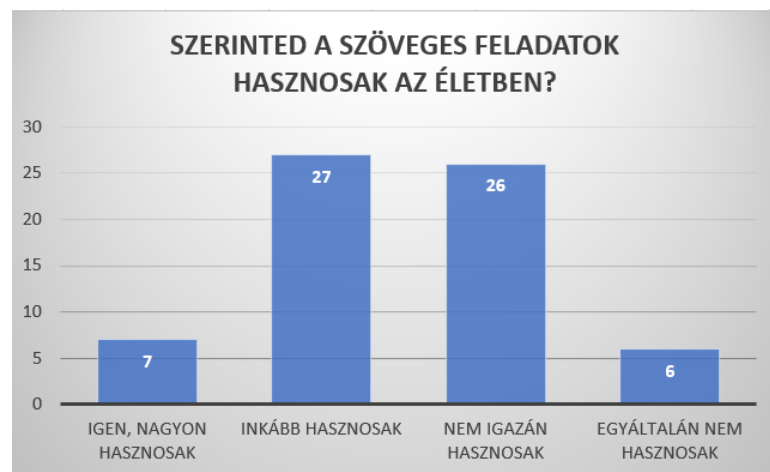
12. ábra. Tanulói reakciók nehéz szöveges feladatok esetén

A válaszok alapján a tanulók többsége nem igazán kedveli a szöveges feladatokat. Csupán néhányan vallották, hogy kifejezetten szeretik ezeket a típusú feladatokat. Ez arra utal, hogy a szöveges feladatokkal kapcsolatos negatív attitűd meglehetősen elterjedt a diákok körében.



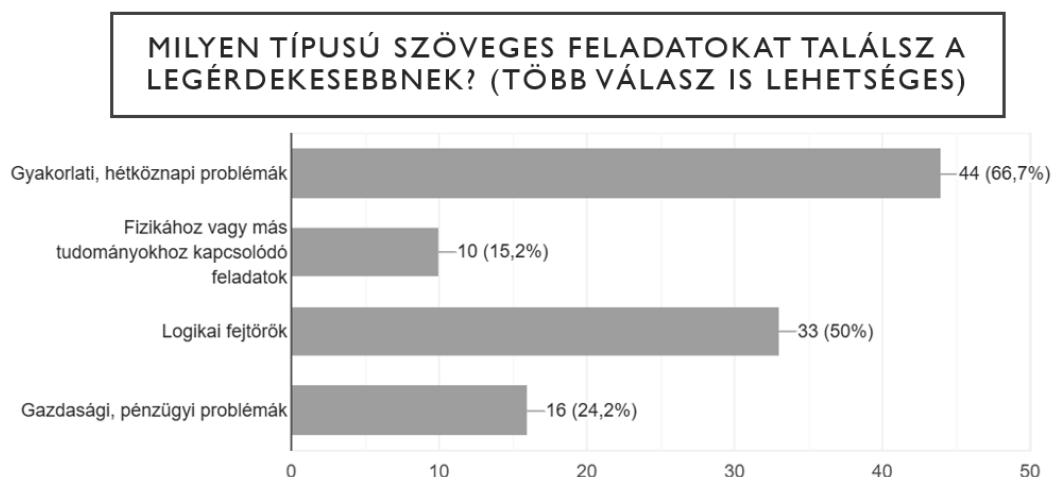
13. ábra. A szöveges feladatokhoz való viszony

A válaszadók többsége úgy véli, hogy a szöveges feladatok legalább részben hasznosak az életben. Bár csak kevesen gondolják, hogy ezek nagyon hasznosak, a legtöbben elismerik a gyakorlati értéküket. Mindössze néhány diák vélekedett úgy, hogy teljesen haszontalanok ezek a feladatok.



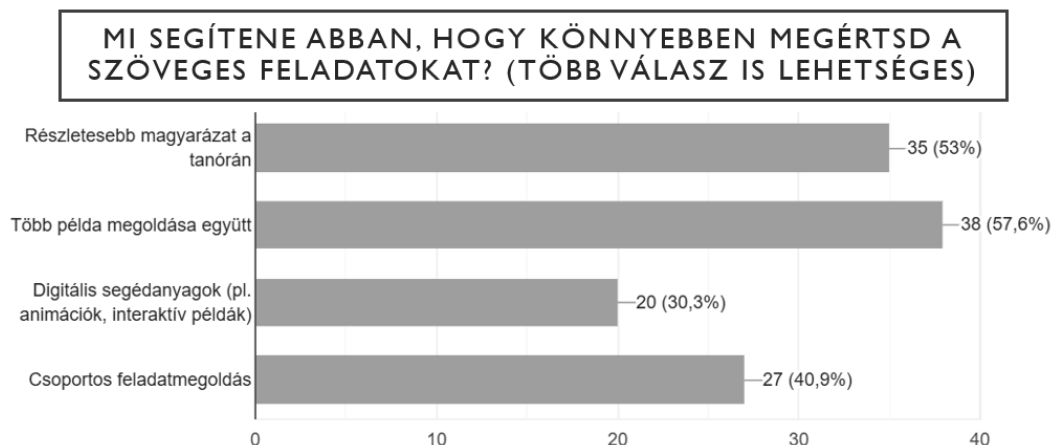
14. ábra. A szöveges feladatok hasznosságának megítélése

A diákok többsége a gyakorlati, hétköznapi problémákon alapuló szöveges feladatokat tartja a legérdekesebbnek. Sokan választották még a logikai fejtörőket is, ami arra utal, hogy a gondolkodtató, kreatív megközelítést is kedvelik. A természettudományos és pénzügyi témák azonban kevésbé népszerűek a tanulók körében.



15. ábra. A legérdekesebbnek tartott szöveges feladattípusok

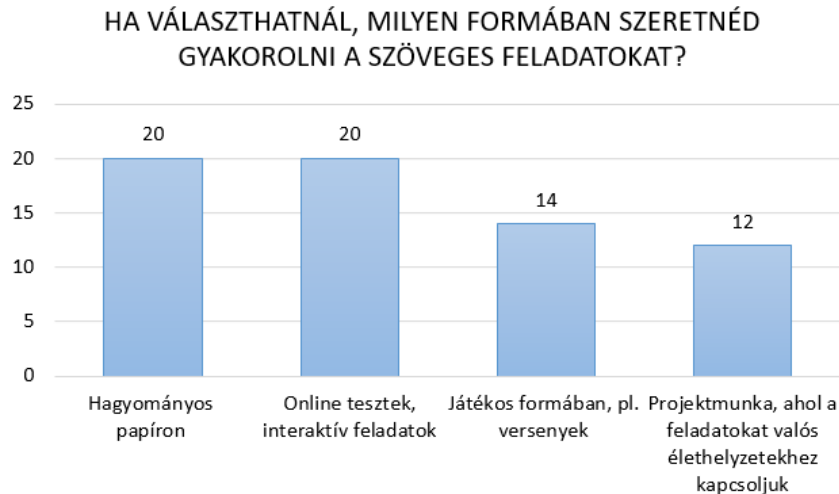
A válaszok alapján a legnagyobb igény a részletes magyarázatokra van, míg a legkevesebben a digitális segédanyagok használatát választották. A diákok számára hasznosnak tűnik a közös példa megoldása, valamint a csoportos feladatmegoldás, mivel ezek segítenek a problémák közvetlen megértésében. Az elemzés alapján a gyakorlati példák és a csoportos munka erősítik a tanulás hatékonyságát.



16. ábra. Támogató módszerek a megértéshez

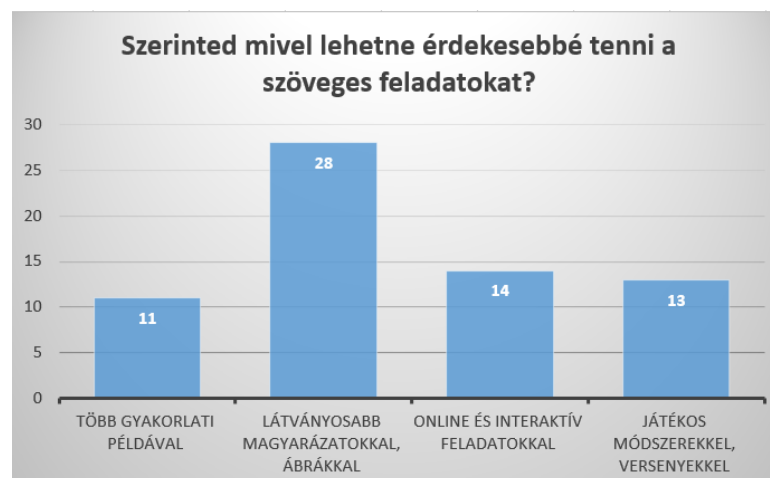
A válaszok alapján látszik, hogy a diákok a hagyományos papíralapú gyakorlatokat és az online teszteket és interaktív feladatokat részesítik előnyben, ezzel szemben a játékos formák és a projektmunka kisebb érdeklődést váltottak ki. Ez arra utal, hogy a diákok többsége a megszokott, hagyományos módszerekkel érzi kényelmesebbnek a feladatmeg-

oldást, de az interaktív eszközök és a valós élethez kapcsolódó feladatok is hasznosak lehetnek számukra.



17. ábra. A gyakorlás kívánt formái

A válaszok alapján a diákok leginkább a látványosabb magyarázatokat és ábrákat tartják a szöveges feladatok érdekesebbé tételére. Ezt követik a gyakorlati példák, online interaktív feladatok és játékos módszerek. Ez arra utal, hogy a vizuális elemek, mint az ábrák és grafikus magyarázatok, segítenek a szöveges feladatok érthetőbbé tételében, míg a gyakorlati példák és szórakoztató tanulási formák színesíthetik és motiválhatják a diákokat.



18. ábra. Javaslatok a szöveges feladatok érdekesebbé tételére

A következő kérdésekben a diákok saját véleményüket vagy tanácsukat oszthatták meg a szöveges feladatokkal kapcsolatban.

Hogyan lehetne érdekesebbé tenni a szöveges feladatokat az órákon?

- "Játékos formában vagy érthetőbb szöveggel"
- "Interaktív módszerekkel"
- "Részletes magyarázat magáról a szövegről és a megoldásáról akár különféle animációk képek videók segítségével"
- "Lehetne olyat bevezetni hogy nem a tanár oldja meg a feladatokat hanem megkérdezi a diákokat is és ha nem tudnak válaszolni csak akkor oldja meg a tanár"
- "Érdekesebb feladatokat kitalálni hogy ne legyen unalmas maga a szöveg"
- "több ábra rajzolása sokat segíteni"
- "Digitális táblán oldani a feladatokat közösen."
- "Lehet azzal érdekesebbé tenni a szöveges feladatokat, hogy + pontokat adni annak a diáknak aki leghamarabb megoldja"

A válaszadók többsége azt emelte ki, hogy a szöveges feladatok akkor válnának érdekesebbé, ha azok játékosabb, interaktívabb formában jelennének meg a tanórákon. Többen javasolták a valós életből vett példákat, csapatmunkát, valamint a digitális és vizuális eszközök használatát, de voltak olyanok is, akik nem tudtak konkrét javaslatokat adni.

Van-e olyan szöveges feladat, ami különösen tetszett vagy érdekes volt? Miért?

- "Logikai, fejleszti az agyat"
- "Igen, van olyan feladat, mert lefoglalja az embert, és néha még tanul is belőle."
- "Szeretem a logikai fejtörőket"
- "a kombinatorikás feladatok mert érdekesek"
- "Logikai, mivel szeretek gondolkodni"

A válaszadók többsége nem tudott olyan szöveges feladatot megnevezni, amely kifejezetten tetszett volna neki. Ez azt jelentheti, hogy a tanulók nem élik meg pozitív élményként az ilyen típusú feladatokat. Ugyanakkor néhányan kiemelték, hogy a logikai feladatokat élvezik.

Van-e bármilyen javaslatod a tanároknak a szöveges feladatok tanításával kapcsolatban?

- "Több magyarázat"
- "Merüljenek el a részletekben hogy ne maradjon olyan dolog amit a diák esetlegesen nem ért"
- "Helyezzenek rá nagyobb hangsúlyt már alsóban."
- "Kreatívabb és játékosabb módszerekkel."
- "Megbeszélni közösen a feladat részleteit úgy, hogy mindenki megértse, lassan haladni, hogy a gyengébb tanulók is fel tudjanak zárkózni a többiekhez"
- "jó lenne, ha a tanár először együtt oldana meg egy feladatot a diákokkal, részletesen elmagyarázva a lépéseket"

A válaszadók egy része nem tudott konkrét javaslattal élni, azonban a legtöbb javaslat az érthetőbb, részletesebb magyarázatokra, a játékosabb, interaktívabb módszerekre, valamint az együttműködésre épülő feladatmegoldásra irányult.

Van-e egyéb észrevételed vagy gondolatod a szöveges feladatokkal kapcsolatban?

- "Fontos lenne, hogy a feladatok kapcsolódjanak a diákok érdeklődési köréhez"
- "Csak annyi hogy unalmas a szöveg és vagy nincs jól lefordítva vagy túl "könyvtári" színen van leírva vagyis nehezen megérthető"
- "Szerintem sokat számít, az ahogyan egy tanár, hogyan tartja meg az órákat, szerintem a szöveges feladatokra, ugyanannyira oda lehet figyelni, ha jól átvan adva a dolog"

A legtöbb tanulónak nem volt különösebb észrevétele, ugyanakkor néhány diák fontos meglátásokat fogalmazott meg, főként a feladatok nyelvezetének érthetőségére, valamint a feladatok diákokhoz való kapcsolhatóságára vonatkozóan.

3.2. A kérdőív adatainak feldolgozása

Csoportosítva a kérdőívet az 1-5. kérdésekben alapvető jellemzőkre, mint az osztály, szint, gyakoriság, időráfordítás, illetve nehézségérzetre voltam kíváncsi. A kérdőívet kitöltő tanulók többsége 11. osztályos és szinte minden diák normál szinten tanulja a matematikát. A válaszok alapján a szöveges feladatok rendszeresen megjelennek a tanórákon, van ahol minden órán oldanak ilyen feladatot. Házi feladatként jellemzően 15-30 percet szánnak ezek megoldására, de vannak olyanok is, akik egyáltalán nem foglalkoznak vele, vagy akár több órát is rászánnak. A szöveges feladatok nehézségét a tanulók többsége közepesen nehéznek ítéli, ugyanakkor a válaszadók 30%-a inkább nehéznek érzi. Nagyon kevés diák érzi nagyon könnyűnek a szöveges feladatokat, ami arra utalhat, hogy a feladatok nagy része kihívást jelent a tanulók számára, és több gyakorlásra lenne szükségük.

A második részben (6-9. kérdések) a problémás részekre, stratégiákra és forrásokra voltam kíváncsi a feladatmegoldáshoz. A tanulók válaszai alapján a szöveges feladatok megoldásában leginkább a matematikai modell felállítása a legnehezebb rész, míg a számítások elvégzése és az értelmezés kevesebbüknek okoz problémát. A feladatmegoldást legtöbbször úgy kezdik, hogy először megpróbálják megérteni a szöveget, rajzot készítenek, vagy példákat keresnek a tankönyvben, esetleg aláhúzzák a fontos részeket. A feladatok megoldásához elsősorban a tankönyvet és a füzetet veszik elő, de egyre többen használnak online oktatási oldalakat és videókat is, valamint gyakran dolgoznak együtt osztálytársaikkal. Ha nehéz egy szöveges feladat, akkor sokan keresnek hasonló példát a tankönyvben, segítséget kérnek tanártól vagy osztálytárstól, de vannak olyanok is, akik nem foglalkoznak vele. Tehát elmondható, hogy a tanulók igyekeznek többféle stratégiát alkalmazni, de ha probléma akad, gyakran szükségük van külső segítségre.

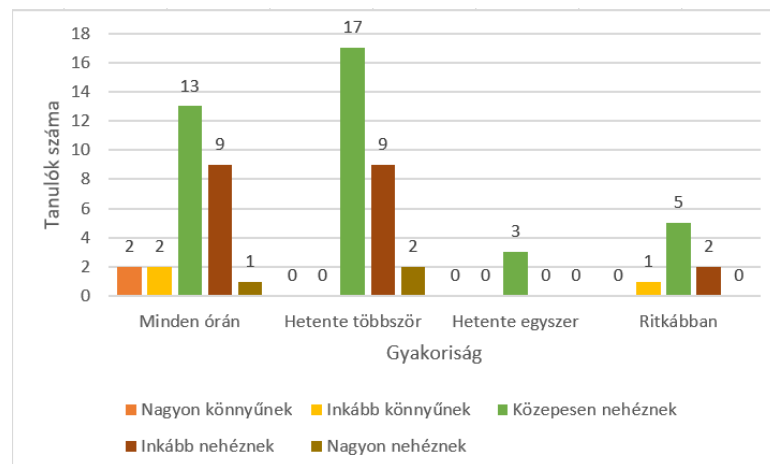
A harmadik részben (10-11. kérdések) olyan attitűdökre voltam kíváncsi, mint a szöveges feladatok kedveltsége, illetve hasznossága. A tanulók többsége nem igazán kedveli a szöveges feladatokat, a válaszadók nagy része nem igazán szereti. A hasznosság megítélése elég vegyes, sokan nem igazán, vagy egyáltalán nem tartják hasznosnak ezeket a feladatokat, de jelentős arány viszont inkább hasznosnak, sőt néhányan nagyon hasznosnak is. Az az érdekes, hogy sokan vannak olyanok, akik hasznosnak vélik mégsem kedvelik ezeket a feladatokat. Ez azt mutatja, hogy hiába valaki nem kedveli, ennek ellenére elismeri, hogy

az életben még hasznos is lehet.

A negyedik részben (12-15. kérdések) pedig preferenciák és tanulási stílusok kerültek feltárára. A válaszok alapján a tanulók leginkább a gyakorlati, hétköznapi problémákról szóló feladatokat kedvelik, de emellett sokan szeretik a logikai fejtörőket is. A könnyebb megértést a több példa megoldása együtt, illetve a részletesebb órai magyarázat segítené, de sok diák számára a csoportos feladatmegoldás és a digitális segédanyagok is segítenének. A gyakorlási formák között szoros a diákok véleményének megoszlása, a hagyományos papíralapú valamint az online, interaktív feladatok a legkedveltebbek, de sok diák motivációját játékos módszerekkel és projektmunkával lehetne növelni.

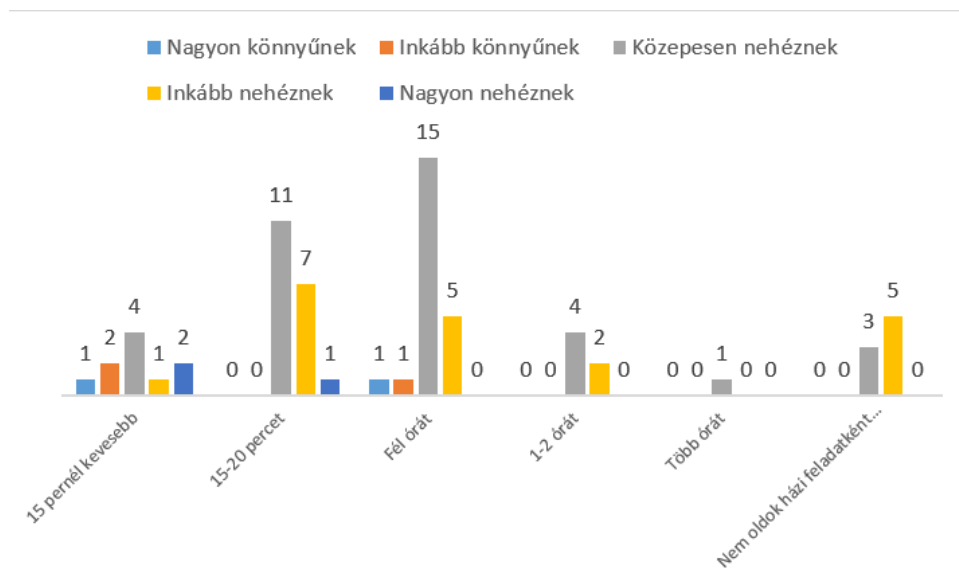
Az ötödik részben (16-19. kérdések) a diákok megoszthatták saját véleményüket, illetve tanácsokat adhattak a szöveges feladatok oktatásához. Több diák is hasznos tanácsokkal és észrevételekkel szolgált, de sokan nem tudtak érdemleges választ adni. Általánosságban elmondható, hogy a negatív vélemény a szöveges feladatokról az unalmasnak vélt és nehezen értelmezhető szövegezés miatt van. A diákok szívesebben oldanának olyan feladatokat, amelyek az ő érdeklődési körükhöz kapcsolódnak.

A kérdőív elemzését azzal kezdtem, hogy megnéztem a szöveges feladatok gyakoriságára adott válaszokat a matematika órákon, majd ezt összevetettem a nehézségi érzettel, és arra jutottam, hogy azok a diákok, akik minden órán vagy hetente többször oldanak meg szöveges feladatokat, sajnos így is a nagy részük közepesen nehéznek (30 fő) vagy inkább nehéznek (18 fő) érzi az ilyen típusú feladatokat. Viszont akik nagyon- vagy inkább könnyűnek érzik az ilyen feladatokat, azok minden órán gyakorolják, ez alátámasztja azt, hogy a rendszeres gyakorlás enyhíti a nehézségérzetet.



19. ábra. A szöveges feladatok gyakorisága és a nehézségi érzet kapcsolata

Majd megnéztem azt is, hogy aki házi feladatként kevesebb vagy több időt szán rá, az milyen nehéznek érzi. Azok a diákok, akik nem oldanak házi feladatként szöveges feladatokat, közepesen nehéznek (3 fő) vagy inkább nehéznek (5 fő) érzik, azok a diákok, akik csak 15-20 percet vagy fél órát szánnak ezekre a feladatokra, közülük is 26 fő közepesen nehéznek és 12 fő inkább nehéznek érzi ezeket a feladatokat, akik pedig még 15 percet sem szánnak rá, azok közül szinte mindenki inkább nehéznek vagy nagyon nehéznek érzi.



20. ábra. A szöveges feladatok gyakorlása otthon és a nehézségi érzet kapcsolata

A két eredményt összevetve azt a következtetést tudom leszűrni, hogy akik minden

órán gyakorolnak és otthon is legalább 15-30 percet szánnak a megoldásra, ők érzik a legkevésbé nehéznek a szöveges feladatokat. Olyan tanulóra pedig nem volt példa, aki ritkán gyakorolja és otthon sem foglalkozik vele és mégis könnyűnek tartja.

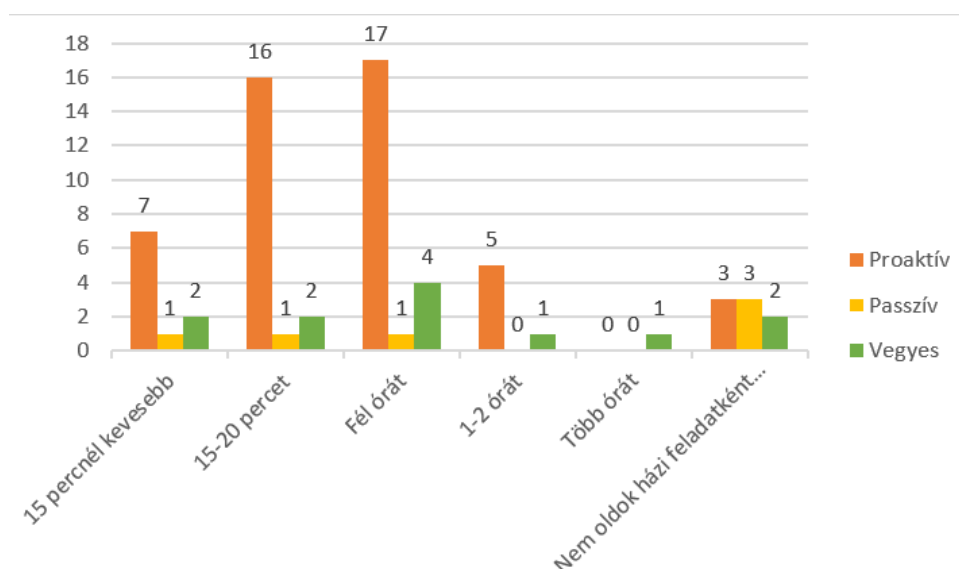
Ezután megnéztem, hogy mi történik akkor, ha nehéznek érzi valaki a feladatot. Itt három kategóriára osztottam a diákokat: proaktív (példát keres, segítséget kér, videót néz), passzív (nem foglalkozik vele) és van a vegyes kategória, aki próbálkozik vagy nem foglalkozik vele. A válaszok alapján proaktív 48 fő, passzív 6 fő, vegyes pedig 12 fő. Ezt az eredményt összehasonlítottam a szöveges feladatok nehézségi érzetével. Ahol a következő eredményt kaptam:

Nehézségérzet	Proaktív tanuló (48)	Passzív tanuló (6)	Vegyes tanuló (12)
Nagyon könnyűnek	2	0	0
Inkább könnyűnek	2	0	1
Közepesen nehéznek	29	3	6
Inkább nehéznek	13	2	5
Nagyon nehéznek	2	1	0

2. táblázat. A tanulók nehézségérzetének megoszlása tanulótípusonként

A táblázat alapján megállapítható, hogy a proaktív diákok 60%-a közepesen nehéznek ítéli a szöveges feladatokat, és 27%-a pedig inkább nehéznek, de néhányuk könnyűnek gondolja. A passzív tanulók közül senki sem gondolja könnyűnek, többségük közepesen vagy inkább nehéznek érzékeli. A vegyes stratégiát alkalmazó diákok közül pedig a 12 főből 11-en közepesen vagy inkább nehéznek ítélik a szöveges feladatokat. Az adatokból arra a következtetésre jutottam, hogy van összefüggés a tanulási stratégia és a szöveges feladatok nehézségérzete között. A proaktív tanulók láthatóan könnyebbnek érzik a feladatokat, míg a passzív és vegyes stratégiát alkalmazók között gyakoribbak a nehézségek.

Szerettem volna megvizsgálni, hogy van e összefüggés a tanulói stratégia és a házi feladatokra szánt idő között. Ezért kiválogattam egy táblázatba az eredményeket és egy diagrammal ábrázoltam azt:



21. ábra. A szöveges feladatok gyakorlása otthon és a tanulói stratégia kapcsolata

Jól látható, hogy a proaktív diákok nagy része rendszeresen időt szán a szöveges feladatokra házi feladatként. Legtöbbször 15-30 percet szánunk rá, de akadnak, akik akár 1-2 órát is. A passzív diákok közül fél órától többet senki sem szán a feladatok megoldására, vagy pedig egyáltalán nem is oldanak. A vegyes stratégiájú tanulók többsége fél órától szintén nem szán több időt ezekre a feladatokra, de van köztük olyan, aki több mint egy órát foglalkozik vele. Ebből az összefüggésből azt a következtetést tudom levonni, hogy a tanulási stratégia hatással van a gyakorlásra fordított időre, ami hosszabb távon a teljesítményre is kihat.

Végül arra voltam kíváncsi, hogy van-e valami összefüggés az évfolyamok és a hasznosság megítélése között. Majd kiszámoltam, hogy a 10. osztályos diákok közül 48%-uk tartja nagyon- vagy inkább hasznosnak a szöveges feladatokat az életben, 52%-uk pedig nem igazán vagy egyáltalán nem, a 11. osztályosok válaszai alapján pedig 54%-uk nagyon- vagy inkább hasznosnak tartja, 46%-uk pedig nem igazán vagy egyáltalán nem. Nem nagy eltérés van a két osztály válasza között, de a százalékokból jól látható, hogy a 11. osztályos diákok már jobban felismerik a szöveges feladatok gyakorlati jelentőségét, míg a 10. osztályosok még kevésbé érzik relevánsnak ezeket a feladatokat a mindennapokhoz.

.	10. osztály	11. osztály
Igen, nagyon hasznosak	5	2
Inkább hasznosak	8	19
Nem igazán hasznosak	13	13
Egyáltalán nem hasznosak	1	5
.		
hasznos	48%	54%
nem hasznos	52%	46%

22. ábra. A tanulók véleménye a feladatok hasznosságáról a 10. és 11. évfolyamon

Összegzés

Diplomamunkámban a szöveges feladatok megoldásának módszertanát vizsgáltam a középiskolai matematikaoktatásban. A téma feldolgozása során áttekintettem a szöveges feladatok szerepét a tananyagban, bemutattam osztályozási lehetőségeiket, valamint kitértem a megoldásuk során felmerülő sajátos tanulói nehézségekre. Az elméleti részben kiemeltem, hogy a szöveges feladatok komplexitásuk révén fontos szerepet töltenek be a matematikai gondolkodás, a problémamegoldó képesség, valamint a tanulók valós élethelyzetekre való felkészítése szempontjából. A módszertani fejezetben részletesen elemeztem az aritmetikai és algebrai megoldási stratégiákat, valamint a szöveges feladatok tanításának szakaszait.

A kutatásom egy kérdőíves felmérésre épült, amelyben középiskolás tanulók vettek részt. A kutatás célja az volt, hogy feltárjam a diákok szöveges feladatokhoz fűződő viszonyát, az általuk érzékelt nehézségeket, valamint a tanulási szokásaikat és segédeszközöket. Az eredmények azt mutatták, hogy a tanulók gyakorlati jelentőséget tulajdonítanak ezeknek a feladatoknak, de sokszor küzdenek a szöveg értelmezésével és a matematikai modellalkotással. A válaszadók többsége a részletesebb tanórai magyarázatot, vizuális és digitális segédanyagokat, valamint csoportos feladatmegoldást tartja a leghasznosabbnak.

A diplomamunkám során kitűzött célt sikerült elérni. Sikerült bemutatni a szöveges feladatok megoldásának elméleti és módszertani alapjait, valamint ezek szerepét a középiskolai matematikaoktatásban. A kérdőíves felmérés eredményei alapján képet kaptunk arról, hogyan viszonyulnak a diákok a szöveges feladatokhoz, milyen nehézségekkel találkoznak, és milyen tanulási szokások jellemzik őket.

Hivatkozások

- [1] Csikos Csaba: Matematikai szöveges feladatok megértésének problémái 10-11 éves tanulók körében. Magyar Pedagógia, 103. évf. 1. szám 35–55., 2003
- [2] Dr. Czeglédi István, Dr. Orosz Gyuláné, Dr. Szalontai Tibor és Szilák Aladárné: Matematika tantárgypedagógia I. főiskolai jegyzet (a 10-16 éves korosztályt tanítók számára). Budapest, Calibra Kiadó, 1994
- [3] Dr. Pintér Klára: Matematika módszertan
- [4] Fábián Mária, Lajos Józsefné, Olasz Tamásné, dr. Vidákovich Tibor: Matematikai kompetencia, Szakmai koncepció, Educatio Kht. 2008.
- [5] Horváth Judit: Szöveges feladatok tanításának folyamata. Letöltve: 2025.02.08.
URL: https://www.katped.hu/files/material_attachment/a_szoveges_feladatok_tanitasanak_folyamata.pdf
- [6] K. A. Ribnyikov: A matematika története. Tankönyvkiadó Vállalat, Budapest, 1968
- [7] Pintér Klára: Szöveges feladatok tanításának új módszerei. Módszertani Közlemények, 61. évf. 3. szám, 2021. URL: <https://ojs.bibl.u-szeged.hu/index.php/modszertani-kozlemenyek/article/view/43654/42645>
- [8] Somfai Zsuzsa: A matematikatanítás gyakorlata. Oktatókutató és Fejlesztő Intézet, 2009. URL: <https://ofi.oh.gov.hu/matematikatanitas-gyakorlata>
- [9] Varga Noémi: Szövegértés a matematikaórán. Anyanyelv-pedagógia IX. évf., 2016.
URL: <https://www.anyanyelv-pedagogia.hu/cikkek.php?id=611>
- [10] Varga Tamás: A matematika tanítása. Tankönyvkiadó Budapest, 1969. URL: <https://www.yumpu.com/hu/document/read/14864373/varga-tamas-a-matematika-tanitasa-elte-tanito-eotvos-lorand->
- [11] Bevz Г. П., Bevz В. Г.: Математика 10 клас. 2018.
- [12] Bevz Г. П., Bevz В. Г.: Математика 11 клас. 2019.

- [13] Богданович М. В., Козак М. В., Король Я. А.: Методика викладання математики: Навч. пос. Тернопіль, 2008
- [14] Непомняща Г. І.: Підготовка майбутнього вчителя до опрацювання задач під час вивчення освітньої галузі «Математика». Вісник Глухівського національного педагогічного університету ім. О. Довженка. Серія: Педагогічні науки. 2018
- [15] Нова українська школа. онцептуальні засади реформування середньої школи, 2016. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf>
- [16] Романишин І.Я.: Математика. Методика роботи над текстовими задачами. Тернопіль: Навчальна книга - Богдан, 2002
- [17] Рябушенко Ольга Сергіївна: Розв'язування текстових задач на рух, 2019. URL: <https://vseosvita.ua/library/rozvazuvanna-tekstovih-zadac-na-ruh-105193.html>
- [18] Слєпкань З. І.: Методика навчання математики: підручник, 2006
- [19] Захарченко Н. М.: Текстові задачі в завданнях ЗНО. URL: <https://maimo.elit.sumdu.edu.ua/images/stories/docs/tekstovyye-zadachi.pdf>
- [20] Шаповал І., Королюк О. М., Текстові задачі на сумісну роботу і планування в шкільному курсі математики, Науковий пошук молодих дослідників: збірник наукових праць студентів, магістрантів та викладачів, №. 7, 2014

Ábrák jegyzéke

1.	Az aritmetikai módszerrel történő feladatmegoldás szakaszai	28
2.	A feladat megoldásának szakaszai algebrai módszerrel	31
3.	A szöveges feladatok megoldásának tanítási szakaszai	32
4.	A kérdőívben részt vevő diákok évfolyamszerinti eloszlása	35
5.	A matematika tanulásának szintje a válaszadók körében	36
6.	A szöveges feladatok gyakorisága a matematikaórákon	36
7.	A szöveges feladatokra fordított idő házi feladatként	37
8.	A szöveges feladatok nehézségének megítélése	37
9.	A szöveges feladatmegoldás legnehezebb lépései	38
10.	A feladatmegoldás megközelítési stratégiái	38
11.	Segédeszközök a szöveges feladatok megoldásához	39
12.	Tanulói reakciók nehéz szöveges feladatok esetén	39
13.	A szöveges feladatokhoz való viszony	40
14.	A szöveges feladatok hasznosságának megítélése	40
15.	A legérdekesebbnek tartott szöveges feladattípusok	41
16.	Támogató módszerek a megértéshez	41
17.	A gyakorlás kívánt formái	42
18.	javaslatok a szöveges feladatok érdekesebbé tételére	42
19.	A szöveges feladatok gyakorisága és a nehézségi érzet kapcsolata	47
20.	A szöveges feladatok gyakorlása otthon és a nehézségi érzet kapcsolata . . .	47
21.	A szöveges feladatok gyakorlása otthon és a tanulói stratégia kapcsolata . .	49
22.	A tanulók véleménye a feladatok hasznosságáról a 10. és 11. évfolyamon .	50

Mellékletek

1. számú melléklet - Kérdőív

A szöveges feladatok szerepe és megítélése a középiskolások körében

Kedves Kitöltő!

Kiss Cintia vagyok, a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola végzős Matematika szakos hallgatója. Ezt a kérdőívet a diplomamunkámhoz kapcsolódóan készítettem el, amely a középiskolai diákok körében vizsgálja a szöveges feladatokhoz való hozzáállást, azok megoldási szokásait, nehézségeit és kedveltségét. A válaszok segítségével szeretném jobban megérteni, hogy milyen tényezők befolyásolják a szöveges feladatok megoldását, és milyen módszerek lehetnek hatékonyak a tanulás során. A kérdőív kitöltése anonim, és a válaszokat kizárólag kutatási célra használom fel. A kitöltés mindössze néhány percet vesz igénybe.

Előre is köszönöm, ha válaszáddal segíted a munkámat!

* Kötelező kérdés

1. Hányadik osztályba jársz? *

Soranként csak egy oválist jelöljön be.

☐ 10. osztály

☐ 11. osztály

2. Milyen szinten tanulod a matematikát? *

Soranként csak egy oválist jelöljön be.

☐ Normál szinten

☐ Emelt szinten

A **szöveges feladatok** általában olyan problémák, amelyek valamilyen szituációt írnak le. A megoldásához ki kell választani a fontos adatokat, megérteni az összefüggéseket, és matematikai műveletekkel eljutni a helyes válaszig.

3. Milyen gyakran oldotok meg szöveges feladatokat matematikaórán? *

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- ☐ Minden órán
- ☐ Hetente többször
- ☐ Hetente egyszer
- ☐ Ritkábban

4. Mennyi időt töltesz egy szöveges feladatok megoldásával házi feladatként? *

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- ☐ 15 percnél kevesebb
- ☐ 15-20 percet
- ☐ Fél órát
- ☐ 1-2 órát
- ☐ Több órát
- ☐ Nem oldok házi feladatként szöveges feladatokat.

5. Milyen nehéznek érzed általában a szöveges feladatokat? *

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- ☐ Nagyon könnyűnek
- ☐ Inkább könnyűnek
- ☐ Közepesen nehéznek
- ☐ Inkább nehéznek
- ☐ Nagyon nehéznek

6. Melyik része a legnehezebb számodra egy szöveges feladat megoldásánál? (Több válasz is lehetséges) *

Válassza ki az összeset, amely érvényes.

- ☐ A szöveg megértése
- ☐ A matematikai modell felállítása
- ☐ A számítások elvégzése
- ☐ Az ellenőrzés és értelmezés
- ☐ Egyéb: _____

7. Hogyan szoktál nekiállni egy szöveges feladat megoldásának? (Több válasz is lehetséges) *

Válassza ki az összeset, amely érvényes.

- ☐ Először elolvasom a szöveget, és aláhúzom a fontos részeket.
- ☐ Próbálom megérteni, miről szól és ha kell rajzolok hozzá ábrát.
- ☐ Azonnal leírom a képleteket és számolni kezdek.
- ☐ Ha nem értem, megnézek egy példát a füzetben vagy a tankönyvben.
- ☐ Inkább megvárom, hogy valaki más megoldja, és abból próbálok tanulni.
- ☐ Egyéb: _____

8. Milyen forrásokat használsz a szöveges feladatok megoldásához? (Több válasz is lehetséges) *

Válassza ki az összeset, amely érvényes.

- ☐ Tankönyv, füzet
- ☐ Online oktatási oldalak
- ☐ Videós magyarázatok (pl. YouTube)
- ☐ Magántanár vagy szülő segítsége
- ☐ Osztálytársakkal közös munka
- ☐ Egyéb: _____

9. Ha egy szöveges feladat nehéz, mit csinálsz? (Több válasz is lehetséges) *

Válassza ki az összeset, amely érvényes.

- ☐ Megpróbálom egyedül megoldani
- ☐ Keresek egy hasonló példát a tankönyvben
- ☐ Megnézek egy magyarázó videót
- ☐ Megkérdezem a tanárt vagy egy osztálytársat
- ☐ Inkább nem foglalkozom vele
- ☐ Egyéb: _____

10. Szereted a szöveges feladatokat? *

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- ☐ Igen, nagyon
- ☐ Inkább igen
- ☐ Nem igazán
- ☐ Egyáltalán nem

11. Szerinted a szöveges feladatok hasznosak az életben? *

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- ☐ Igen, nagyon hasznosak
- ☐ Inkább hasznosak
- ☐ Nem igazán hasznosak
- ☐ Egyáltalán nem hasznosak

12. Milyen típusú szöveges feladatokat találsz a legérdekesebbnek? (Több válasz is lehetséges) *

Válassza ki az összeset, amely érvényes.

- ☐ Gyakorlati, hétköznapi problémák
- ☐ Fizikához vagy más tudományokhoz kapcsolódó feladatok
- ☐ Logikai fejtörők
- ☐ Gazdasági, pénzügyi problémák
- ☐ Egyéb: _____

13. Mi segítene abban, hogy könnyebben megértsd a szöveges feladatokat? (Több válasz is lehetséges) *

Válassza ki az összeset, amely érvényes.

- ☐ Részletesebb magyarázat a tanórán
- ☐ Több példa megoldása együtt
- ☐ Digitális segédanyagok (pl. animációk, interaktív példák)
- ☐ Csoportos feladatmegoldás
- ☐ Egyéb: _____

14. Ha választhatnál, milyen formában szeretnéd gyakorolni a szöveges feladatokat? *

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- ☐ Hagyományos papíron
- ☐ Online tesztek, interaktív feladatok
- ☐ Játékos formában, pl. versenyek
- ☐ Projektmunka, ahol a feladatokat valós élethelyzetekhez kapcsoljuk
- ☐ Egyéb: _____

15. Szerinted mivel lehetne érdekesebbé tenni a szöveges feladatokat? *

Soronként csak egy oválist jelöljön be.

- ☐ Több gyakorlati példával
- ☐ Látványosabb magyarázatokkal, ábrákkal
- ☐ Online és interaktív feladatokkal
- ☐ Játékos módszerekkel, versenyekkel
- ☐ Egyéb: _____

16. Hogyan lehetne érdekesebbé tenni a szöveges feladatokat az órákon?

17. Van-e olyan szöveges feladat, ami különösen tetszett vagy érdekes volt? Miért?

18. Van-e bármilyen javaslatod a tanároknak a szöveges feladatok tanításával kapcsolatban?

19. Van-e egyéb észrevételed vagy gondolatod a szöveges feladatokkal kapcsolatban?

Ezt a tartalmat nem a Google hozta létre, és nem is hagyta azt jóvá.

Google Űrlapok

2. számú melléklet - Óravázlat

Osztály: 10.

Téma: Szöveges feladatok megoldása.

Téma ukránul: Розв'язування текстових задач.

Oktatási cél: Elsajátítani a szöveges feladatok megoldási lépéseit, fejleszteni a diákok képességét szöveges feladatok matematikai modellezésére.

Nevelési cél: Az új ismeretek megszerzésére való törekvés elősegítése.

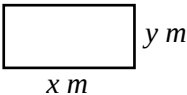
Fejlesztési cél: Fejleszteni a figyelmet, a számítási képességeket, a logikus gondolkodást, valamint a feladatok gyors és hatékony végrehajtásának képességét.

Az óra típusa: Új ismeretet átadó óra.

Eszközök: tábla, kivetítő.

Az óra fő részei	Az óra menete	Idő	Megjegyzések
Szervezés	Köszönés, naposok jelentése, dátum beírása, téma ismertetése.	3 perc	
Motiváció Aktualizálás	Mondjatok példát olyan élethelyzetekre, amikor számolnotok kellett valamit! (pl. mennyi idő kell, hogy odaérj valahová; mennyi pénz szükséges a kedvenc nasid megvásárlására; stb.) Mini feladat: A ruha ára 20%-al csökkent, így 800 hr lett. Mennyi volt az eredeti ár? Közös megoldás: $\frac{x}{800} = \frac{100\%}{80\%}$ $\frac{x}{800} = \frac{5}{4}; \quad 4x = 4000; \quad x = 1000 \text{ (hr)}$ Felelet: a ruha eredeti ára 1000 hr volt.	2 perc	
Az új anyag átadása	A mai órán szöveges feladatokat fogunk megoldani, nézzük meg milyen típusai vannak: • Mozgásos feladatok; • Munkával kapcsolatos feladatok; • Keverékekre és ötvözetekre vonatkozó feladatok;	15 perc	

	• Egész számokkal kapcsolatos feladatok; • Százalékszámítási feladatok. Most pedig nézzük meg milyen feladat megoldási lépéseket kell ismernünk: • elemezni a feladat szövegét, és azonosítani azokat az adatokat, amelyek lényegesek a matematikai műveletekhez; összekapcsolni az adatokat és a feladat követelményeit a már ismert matematikai modellekkel; • felismerni a hiányzó adatokat (ha vannak), és kiegészíteni a feladat feltételeit, vagy kizárni a felesleges adatokat; • kiválasztani a modellt és alkalmazni azt a helyzet matematikai leírásához; megoldani a matematikai modellt; • értelmezni az eredményt a feladat kérdésének megfelelően. Most pedig oldjunk meg néhány feladatot.		
Begyakorlás	1. feladat A turisták <i>19 km</i>-t tettek meg a folyón, részben az árral szemben, részben az árral megegyezően. A hajó saját sebessége <i>7 km/ó</i>, a folyó áramlásának sebessége <i>1 km/ó</i>. Az utazás kevesebb, mint <i>3 óráig</i> tartott. Milyen távolságot tettek meg az árral megegyezően? Megoldás: Jelöljük az árral megegyezően megtett utat <i>x km</i>-el, akkor az árral szemben megtett út: $19 - x$ km. Az árral megegyező sebesség: $7 + 1 = 8$ km/ó. Az árral szembeni sebesség: $7 - 1 = 6$ km/ó. Az utazás ideje: $\frac{x}{8} + \frac{19-x}{6} < 3$ $\frac{3x+76-4x}{24} < 3$ $\frac{-x+76}{24} < 3$	15 perc	

	$-x + 76 < 72, \quad -x < -4, \quad x > 4$ Felelet: az árral megegyezően megtett út hosszabb, mint 4 km. 2. feladat Egy téglalap területe 2400 m^2 , kerülete 220 m. Milyen hosszúak az oldalai? Megoldás: Jelöljük a hosszúságot $x \text{ m}$ -rel, a szélességet $y \text{ m}$ -rel.  $\begin{cases} x \cdot y = 2400 \\ 2(x + y) = 220 \end{cases} \quad \begin{cases} x \cdot y = 2400 \\ x + y = 110 \end{cases} \quad y = 110 - x$ $x(110 - x) = 2400$ $x^2 - 110x + 2400 = 0$ $x_1 = 80 \quad x_2 = 30$ Tehát, ha $x = 80, y = 30$ vagy $x = 30, y = 80$ Felelet: a téglalap oldalainak a mérete 30 m és 80 m. 3. feladat 4 kg uborka és 5 kg paradicsom ára 44 hrivnya. Az uborka ára 50%-kal nőtt, a paradicsomé 40%-kal csökkent, az új összeg: 39 hrivnya. Mennyibe került 1 kg uborka és paradicsom eredetileg? Megoldás: Jelöljük az uborka árát $x \text{ (hr/kg)}$, a paradicsom árát $y \text{ (hr/kg)}$. Eredeti ár: $4x + 5y = 44 \text{ (hr)}$ $100\% + 50\% = 150\%$, ami 1,5-szeres $100\% - 40\% = 60\%$, ami 0,6-szoros Ár változás után: $4 \cdot 1,5x + 5 \cdot 0,6y = 39 \text{ (hr)}$ $6x + 3y = 39 \text{ (hr)}$ $\begin{cases} 4x + 5y = 44 & \times 3 - al \\ 6x + 3y = 39 & \times 2 - el \end{cases}$ $12x + 15y = 132$ $12x + 6y = 78$		
--	--	--	--

	$(12x + 15y) - (12x + 6y) = 132 - 78$ $9y = 54 \quad y = 6$ $4x + 5 \cdot 6 = 44 \quad 4x + 30 = 44 \quad x = 3,5$ Felelet: az uborka eredeti ára 3,5 hr/kg, a paradicsomé pedig 6 hr/kg. Önálló munka: Két munkás együtt 2 óra 6 perc alatt végez el egy munkát. A második munkásnak 4 órával több időre van szüksége a munka elvégzéséhez, mint az elsőnek. Mennyi idő alatt végzi el a munkát a második munkás egyedül? Megoldás: Az első munkás munkavégzési ideje: x óra A második munkásé: $x + 4$ óra 2 óra 6 perc = 2,1 óra Az egy óra alatt elvégzett munka: $\frac{1}{x}$ és $\frac{1}{x+4}$ $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{2,1} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} = \frac{10}{21}$ $\frac{2x+4}{x(x+4)} = \frac{10}{21}$ $x \neq 0; x \neq -4$ $21(2x + 4) = 10x(x + 4)$ $21(2x + 4) - 10x(x + 4) = 0$ $42x + 84 - 10x^2 - 40x = 0$ $-10x^2 + 2x + 84 = 0$ $5x^2 - x - 42 = 0$ $x_1 = -\frac{14}{5} \quad x_2 = 3 \text{-az első munkás egyedüli ideje}$ $3 + 4 = 7 \text{ óra}$ Felelet: a második munkás 7 óra alatt végezné el egyedül.		
Összefoglalás	Mi a különbség egy mozgásos és egy százalékos feladat között? Hogyan ellenőrzöd, hogy jó eredményt kaptál?	5 perc	
Házi feladat	Egy téglalap területe 180 m². Ha a hosszát 3 m-rel, a szélességét 2 m-rel csökkentjük, az új terület 120 m² lesz. Határozzuk meg a téglalap eredeti méreteit.	1 perc	

Резюме

У своїй дипломній роботі я досліджувала методологію розв'язування текстових задач у середній школі на уроках математики. Під час опрацювання теми я розглянула роль текстових задач у навчальній програмі, представила класифікацію цих задач, а також звернула увагу на особливі труднощі, з якими стикаються учні при їх розв'язанні. В теоретичній частині я підкреслила, що завдяки своїй складності текстові задачі відіграють важливу роль у розвитку математичного мислення, навичок розв'язання проблем, а також у підготовці учнів до реальних життєвих ситуацій. У методологічному розділі я детально проаналізувала арифметичні та алгебраїчні стратегії розв'язання задач, а також етапи навчання розв'язуванню текстових задач.

Моє дослідження базувалося на анкетуванні серед учнів середньої школи. Метою було виявити ставлення учнів до текстових задач, виявити труднощі, які вони відчують, а також вивчити їх навчальні звички та використання допоміжних засобів. Результати показали, що учні визнають практичну значущість цих задач, але часто мають труднощі з розумінням тексту та створенням математичної моделі. Більшість респондентів вважають, що детальніше пояснення на уроці, візуальні та цифрові допоміжні матеріали, а також робота в групах є найбільш корисними.

Я досягла поставленої мети дипломної роботи: мені вдалося представити теоретичні та методологічні основи розв'язування текстових задач, а також їх роль у викладанні математики в середній школі. На основі результатів анкетування було отримано уявлення про ставлення учнів до текстових задач, з якими труднощами вони стикаються та які навчальні звички у них сформовані.

Nyilatkozat

Alulírott, Kiss Cintia, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) képzési program hallgatója, kijelentem, hogy a dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskolán, a Matematika és Informatika Tanszéken készítettem, 014. Középiskolai oktatás (Matematika) MSc diploma megszerzése végett.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy dolgozatomat a II. Rákóczi Ferenc Kárpátaljai Magyar Főiskola könyvtárában a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Я, Кіш Цінтія Калманівна, підтверджую, що користувалась Chat GPT (<https://chat.openai.com/>) для редагування, стилізації тексту та перевірки помилок у власній роботі. Я завантажила свою роботу в повному обсязі і ввела наступні дані з лютого 2025 року по 15 травня 2025 року:

1. Покращення академічного стилю та правильності мови, включаючи граматичні структури, пунктуацію та лексику.

2. Переклад іншомовних текстів та стилістичне редагування українських розділів роботи.

3. Генерація ідей та отримання натхнення для подальшого опрацювання змісту.

4. Аналіз типових помилок у тексті та рекомендації щодо їх усунення.

Отримані таким чином дані були використані для доопрацювання та перероблення тексту з метою отримання кінцевого варіанту роботи.

Кіш Цінтія Калманівна

Звіт подібності

метадані

Назва організації

Hungarian College of Higher Education Ferenc Rakoczi II Transcarpathian

Заголовок

diplomamunka_Kiss_Cintia

Науковий керівник / Експерт

АвторГабрієлла Пап

підрозділ

Закарпатський угорський інститут імені Ференца Ракоці II

Обсяг знайдених подібностей

Коефіцієнт подібності визначає, який відсоток тексту по відношенню до загального обсягу тексту було знайдено в різних джерелах. Зверніть увагу, що високі значення коефіцієнта не автоматично означають плагіат. Звіт має аналізувати компетентна / уповноважена особа.

1.54%

1.54%

КП 1

3.40%

3.40%

КЦ

25

Довжина фрази для коефіцієнта подібності 2

12432

Кількість слів

93323

Кількість символів

Тривога

У цьому розділі ви знайдете інформацію щодо текстових спотворень. Ці спотворення в тексті можуть говорити про МОЖЛИВІ маніпуляції в тексті. Спотворення в тексті можуть мати навмисний характер, але частіше характер технічних помилок при конвертації документа та його збереженні, тому ми рекомендуємо вам підходити до аналізу цього модуля відповідально. У разі виникнення запитань, просимо звертатися до нашої служби підтримки.

Заміна букв	Б	104
Інтервали	A→	0
Мікропробіли	:	0
Білі знаки	Б	0
Парафрази (SmartMarks)	a	12

Подібності за списком джерел

Нижче наведений список джерел. В цьому списку є джерела із різних баз даних. Колір тексту означає в якому джерелі він був знайдений. Ці джерела і значення Коефіцієнту Подібності не відображають прямого плагіату. Необхідно відкрити кожне джерело і проаналізувати зміст і правильність оформлення джерела.

10 найдовших фраз

Копіювати текст

ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	НАЗВА ТА АДРЕСА ДЖЕРЕЛА URL (НАЗВА БАЗИ)	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
1	https://ua-referat.com/uploaded/ministerstvo-osviti-i-nauki-ukrayinihersonsekij-derjavnij-univ/index4.html	28 0.23 %
2	https://ua-referat.com/uploaded/ministerstvo-osviti-i-nauki-ukrayinihersonsekij-derjavnij-univ/index4.html	26 0.21 %
3	Методика вивчення текстових задач в шкільному курсі алгебри.doc 12/10/2020 Nizhyn Mykola Gogol State University (Навчально-науковий інститут точних наук і економіки)	24 0.19 %
4	https://ua-referat.com/uploaded/ministerstvo-osviti-i-nauki-ukrayinihersonsekij-derjavnij-univ/index4.html	16 0.13 %

5	https://ua-referat.com/uploaded/ministerstvo-osviti-i-nauki-ukrayinihersonsekij-derjavnij-univ/index4.html	12 0.10 %
6	https://dspace.kmf.uz.ua/jspui/bitstream/123456789/4083/1/rati_orsolya.pdf	12 0.10 %
7	https://epdf.tips/calculus-of-a-single-variable-9th-edition.html	9 0.07 %
8	Методика вивчення текстових задач в шкільному курсі алгебри.doc 12/10/2020 Nizhyn Mykola Gogol State University (Навчально-науковий інститут точних наук і економіки)	8 0.06 %
9	Методика вивчення текстових задач в шкільному курсі алгебри.doc 12/10/2020 Nizhyn Mykola Gogol State University (Навчально-науковий інститут точних наук і економіки)	7 0.06 %
10	Методика вивчення текстових задач в шкільному курсі алгебри.doc 12/10/2020 Nizhyn Mykola Gogol State University (Навчально-науковий інститут точних наук і економіки)	7 0.06 %
з домашньої бази даних (0.00 %)		
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ЗАГОЛОВОК	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
з програми обміну базами даних (0.68 %)		
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ЗАГОЛОВОК	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
1	Методика вивчення текстових задач в шкільному курсі алгебри.doc 12/10/2020 Nizhyn Mykola Gogol State University (Навчально-науковий інститут точних наук і економіки)	84 (11) 0.68 %
з Інтернету (0.87 %)		
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ДЖЕРЕЛО URL	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
1	https://ua-referat.com/uploaded/ministerstvo-osviti-i-nauki-ukrayinihersonsekij-derjavnij-univ/index4.html	82 (4) 0.66 %
2	https://epdf.tips/calculus-of-a-single-variable-9th-edition.html	14 (2) 0.11 %
3	https://dspace.kmf.uz.ua/jspui/bitstream/123456789/4083/1/rati_orsolya.pdf	12 (1) 0.10 %

Список прийнятих фрагментів (немає прийнятих фрагментів)

ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ЗМІСТ	КІЛЬКІСТЬ ОДНАКОВИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
---------------------	-------	---------------------------------------